Phase Transitions in the Supersymmetric Standard Models

佐賀大学理工学部

船久保 公一

於 東京工業大学宇宙物理学理論コロキウム

2007年2月16日

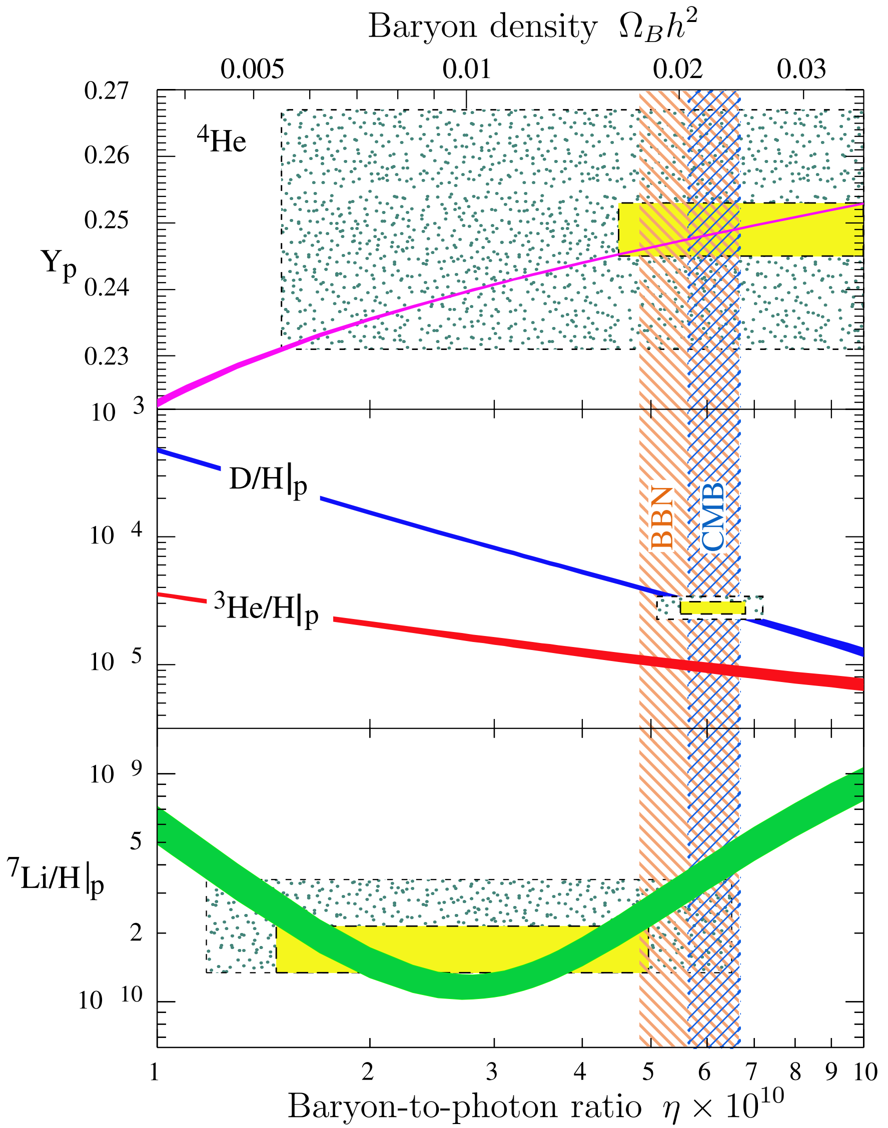
内容

MSSM = Minimal Supersymmetric Standard Model

NMSSM = Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model

= MSSM + 1 singlet superfield

§1. Introduction



[PDG: W.-M. Yao et al., Journal of Physics G 33, 1 (2006)]

軽元素合成

$$\Rightarrow \eta \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} = (4.7 - 6.5) \times 10^{-10} \text{ (95\% CL)}$$

CMBの揺らぎ (WMAP)

$$\Rightarrow \eta = (6.14 \pm 0.25) \times 10^{-10}$$

元素合成期までに

Baryon Asymmetry of the Universe

$$\boxed{\frac{n_B}{s} = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{s} = (0.67 - 0.98) \times 10^{-10}}$$

$$s = \frac{\pi^2}{45} g_* T^3 \simeq 7.04 n_\gamma$$

が必要

Baryon対称な宇宙からバリオン数を生成する (Baryogenesis)

Sakharovの３条件

(1) **バリオン数非保存**

(2) C **と** CP**対称性の破れ**

(3) **平衡からのズレ**

(1) は自明。

(3) が無いと、$\Delta B \neq 0$の過程と逆過程が同じ頻度で起こる。

(2) が成り立たないとすると . . .

ρ_0: $n_B = 0$ の宇宙を表す density operator (初期状態) $\quad \langle n_B \rangle_0 \equiv \mathrm{Tr}\,[\rho_0\, n_B] = 0$

density operator $\rho(t)$ の時間発展は Liouville 方程式

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} + [\rho(t), H] = 0$$

で決まる。形式解は H と初期条件 ρ_0 で書かれている。

$\Rightarrow$ H **が** C **対称または** CP **対称** $\Longrightarrow [\rho, \mathcal{C}] = 0 \quad or \quad [\rho, \mathcal{CP}] = 0$

$\mathcal{C}B\mathcal{C}^{-1} = -B$, $\mathcal{CP}B(\mathcal{CP})^{-1} = -B$ (即ち、B は vectorlike で、C の下で odd)

$$\Rightarrow \begin{cases} \langle n_B \rangle = \mathrm{Tr}[\rho n_B] = \mathrm{Tr}[\rho\, \mathcal{C} n_B \mathcal{C}^{-1}] = -\mathrm{Tr}[\rho n_B] = 0 \\ \quad \text{or} \\ \langle n_B \rangle = \mathrm{Tr}[\rho\, \mathcal{CP} n_B (\mathcal{CP})^{-1}] = -\mathrm{Tr}[\rho n_B] = 0 \end{cases}$$

$\therefore$ $\boxed{\langle n_B \rangle \neq 0 \text{ となるには、} C \text{ と } CP \text{ の両方が破れなければならない。}}$

Baryogenesisの可能性

- **バリオン数非保存** $\left\{ \begin{array}{ll} \text{explicit violation} & \text{GUTs} \\ \text{spontaneous violation} & \langle \text{squark} \rangle \neq 0 \\ \text{chiral anomaly} & \text{sphaleron process} \end{array} \right.$

  $\longrightarrow T = 0$ではproton decayを起こさないようにsuppressされなければならない

- C violation $\Longleftarrow$ chiral gauge interactions (EW, GUTs)

- CP violation $\left\{ \begin{array}{l} \text{KM phase in the MSM} \\ \text{beyond the SM — SUSY, extended Higgs sector} \end{array} \right.$

- **平衡からのズレ** $\left\{ \begin{array}{ll} \textbf{宇宙の膨張} & \Gamma_{\Delta B \neq 0} \simeq H(T) \\ \textbf{一次相転移} & \\ \text{reheating (or preheating) after inflation} & \end{array} \right.$

1つの具体例 — GUTs

[Yoshimura, Phys. Rev. Lett. 41 ('78)]

minimal $SU(5)$ model:

matter: $\begin{cases} \mathbf{5}^* : \psi^i_L & \ni \quad d^c_R, l_L \\ \mathbf{10} : \chi_{[ij]L} & \ni \quad q_L, u^c_R, e^c_R \end{cases}$ gauge: $A_\mu = \begin{pmatrix} G_\mu, B_\mu & X^{a\alpha}_\mu \\ X^{a\alpha}_\mu & W_\mu, B_\mu \end{pmatrix}$

$i = 1-5 \ \rightarrow (\alpha = 1-3, a = 1,2)$

$$\mathcal{L}_{\rm int} \ni g\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi + g\mathrm{Tr}\left[\bar{\chi}\gamma^\mu\{A_\mu, \chi\}\right]$$

$$\ni gX^a_{\alpha\mu}\left[\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\bar{u}^c_{R\gamma}\gamma^\mu q_{L\beta a} + \epsilon_{ab}\left(\bar{q}^\alpha_{Lb}\gamma^\mu e^c_R + \bar{l}_{Lb}\gamma^\mu d^{c\alpha}_R\right)\right]$$

熱浴から生成されたX-$\bar{X}$対の崩壊での
バリオン数変化の期待値

process	分岐比	ΔB
$X \longrightarrow qq$	r	$2/3$
$X \longrightarrow \bar{q}\bar{l}$	$1-r$	$-1/3$
$\bar{X} \longrightarrow \bar{q}\bar{q}$	$\bar{r}$	$-2/3$
$\bar{X} \longrightarrow q, l$	$1-\bar{r}$	$1/3$

$$\langle \Delta B \rangle = \frac{2}{3}r - \frac{1}{3}(1-r) - \frac{2}{3}\bar{r} + \frac{1}{3}(1-\bar{r}) = r - \bar{r}$$

$\therefore$ C *or* CP is conserved($r = \bar{r}$)

$\Longrightarrow \Delta B = 0$

逆過程がsuppressされるならば、$B \propto r - \bar{r}$ が生成される。

実際、$T \simeq m_X$ では、X の崩壊率: $\Gamma_D \simeq \alpha m_X$ $(\alpha \sim 1/40)$

$\rightarrow \Gamma_D \simeq H(T = m_X)$ なので、$X\bar{X}$ 対の生成・消滅は平衡から外れる。

$$H(T) \simeq 1.66\sqrt{g_*}\frac{T^2}{m_{\mathrm{Pl}}}$$ g_*:有効massless自由度

SU(5) modelは $B - L$ を保存 — $(B + L)$ を生成

$\longrightarrow$ **sphaleron過程** が平衡になると $B + L \rightarrow 0$ (後述)

$\Downarrow$

baryogenesisの新しい可能性

sphaleron過程が平衡になる前に、$B - L \neq 0$ を生成しておけばよい。

Leptogenesis: $\Delta L \neq 0 \rightarrow B = -L$

Baryogenesisのシナリオ

シナリオ	$\Delta B \neq 0$	CPの破れ	非平衡過程
GUTs	leptoquarkの崩壊	decay vertex	宇宙の膨張 $\Gamma_D < H$
Leptogenesis	heavy-νの崩壊	decay vertex	宇宙の膨張 $\Gamma_D < H$
Affleck-Dine	$\langle\tilde{q}\rangle, \langle\tilde{l}\rangle \neq 0$	scalar potential	古典場の運動
Electroweak	sphaleron	Yukawa, gauge, SUSY-br.	電弱一次相転移
string, DW$^{(1)}$	sphaleron	Yukawa, gauge	defectの運動
inflationary$^{(2)}$	$\not{B}$-scalar	scalar potential	(p)reheating

(1) Brandenberger and Davis, Phys. Lett. B308 ('93);
Brandenberger, Davis and Trodden, Phys. Lett. B349 ('94);

(2) KF, Kakuto, Otsuki and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 105 ('01)
Rangarajan and Nanopoulos, Phys. Rev. D64 ('01).

§2 Sphaleron Process

SM と同じ quark, lepton を含む電弱理論： chiral $U(1)$ anomaly in $(B+L)$-current

$$\partial_\mu j^\mu_{B+L} = \frac{N_f}{16\pi^2}[g_2^2 \mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu}\tilde{B}^{\mu\nu}]$$

$$\partial_\mu j^\mu_{B-L} = 0$$

$N_f =$ 世代数

$$\tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$$

これらの式の和を積分して

$$\begin{aligned} B(t_f) - B(t_i) &= \frac{N_f}{32\pi^2}\int_{t_i}^{t_f} d^4x \left[g_2^2 \mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu}\tilde{B}^{\mu\nu}\right] \\ &= N_f\,[N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i)] \end{aligned}$$

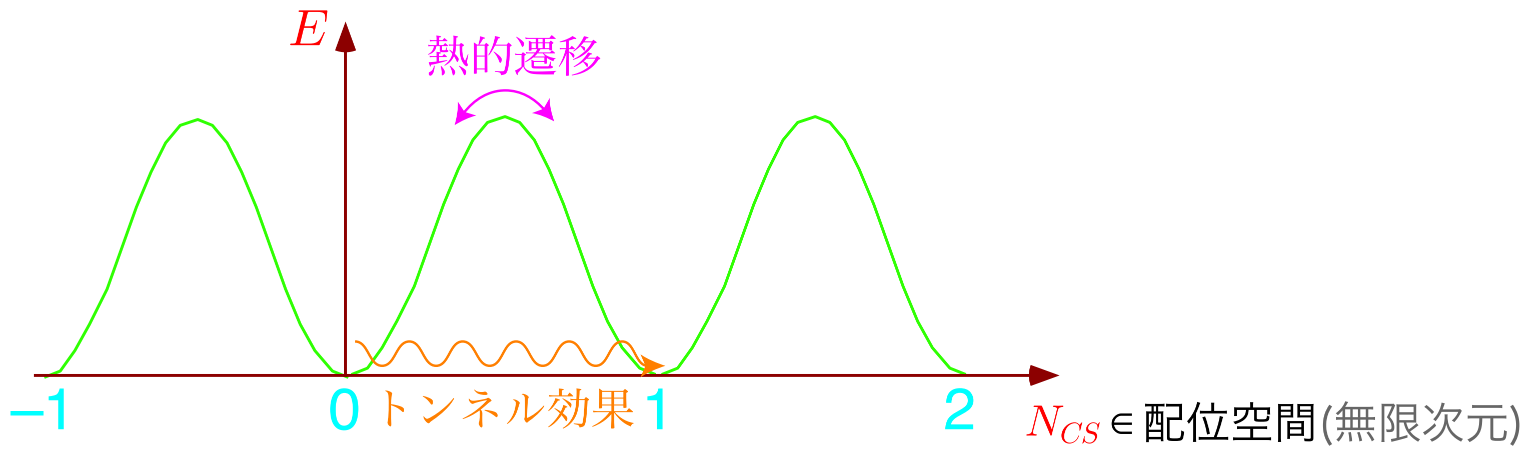
ここで N_{CS} は Chern-Simons number:　$A_0 = 0$-gauge では

$$N_{CS}(t) = \frac{1}{32\pi^2}\int d^3x\,\epsilon_{ijk}\left[g_2^2 \mathrm{Tr}\left(F_{ij}A_k - \frac{2}{3}gA_iA_jA_k\right) - g_1^2 B_{ij}B_k\right]_t$$

gauge系の**古典的真空**：$\mathcal{E} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{E}^2 + \boldsymbol{B}^2) = 0 \Longleftrightarrow F_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} = 0$

$\Longleftrightarrow A = iU^{-1}dU$, $B = dv$ with $U \in SU(2)$ $\qquad U(\boldsymbol{x}) : S^3 \to U \in SU(2) \simeq S^3$

$\pi_3(S^3) \simeq \mathbf{Z} \Longrightarrow U(\boldsymbol{x})$ は整数N_{CS}で分類される



$\Delta B \neq 0$過程 $\begin{cases} \triangleright \ \textbf{量子トンネル効果} & \text{低温} \\ \triangleright \ \textbf{熱的遷移} & \text{高温} \end{cases}$

トンネル確率 $\sim e^{-2S_{\text{instanton}}} = e^{-8\pi^2/g_2^2} \simeq e^{-164} \ll 1 \qquad \therefore$ 陽子崩壊の問題なし

有限温度での遷移率

[Arnold and McLerran, Phys. Rev. D36 ('87)]

⋆ broken phase

$$\boxed{\Gamma^{(b)}_{\rm sph} \simeq k\,\mathcal{N}_{\rm tr}\,\mathcal{N}_{\rm rot}\,\frac{\omega_-}{2\pi}\left(\frac{\alpha_W(T)T}{4\pi}\right)^3 e^{-E_{\rm sph}/T}}$$

$E_{\rm sph}$ = sphaleron energy

$\mathcal{N}_{\rm tr} = 26, \quad \mathcal{N}_{\rm rot} = 5.3\times 10^3$ for $\lambda = g^2$

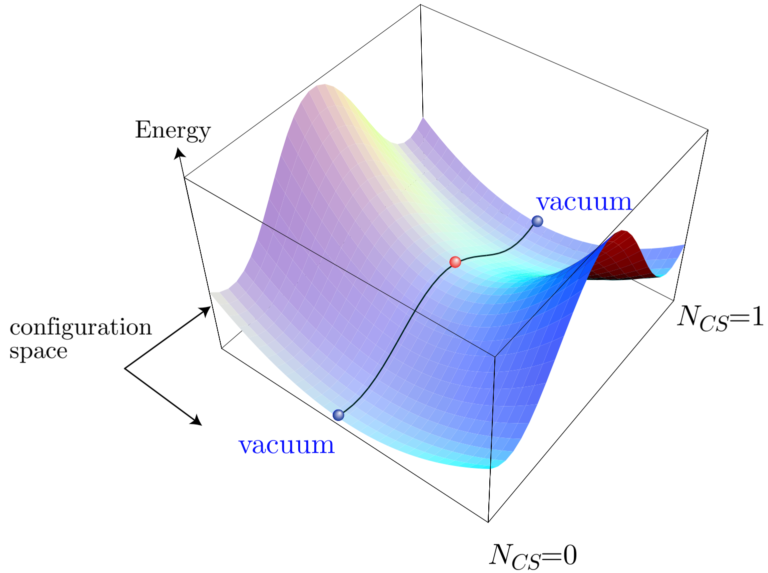
$\omega_-^2 \simeq (1.8 \sim 6.6)m_W^2$ for $10^{-2} \le \lambda/g^2 \le 10, \qquad k \simeq O(1)$

Sphaleron (スファレロン) とは

不安定・静的古典解

語源：$\sigma\varphi\alpha\lambda\epsilon\rho o s$ = ready-to-fall, deceitful

[cf. a·sphalt]



⋆ symmetric phase

$$\boxed{\Gamma^{(s)}_{\rm sph} \simeq \kappa(\alpha_W T)^4}$$ $\longleftarrow$ 次元解析

MC simulation $\Rightarrow \langle N_{CS}(t) N_{CS}(0)\rangle \sim \langle N_{CS}\rangle^2 + A e^{-\Gamma V t}$

$\kappa = 1.09 \pm 0.04$ $SU(2)$ pure gauge系 [Ambjørn and Krasnitz, P.L.B362('95)]

対称相(高温相)ではSphaleron解は無いが、**Sphaleron Transition** と言う。

---

bosonic configurationの変化 $\Longrightarrow$ fermion number $(B+L)$ の変化

- index theorem
- level crossing (level hopping)

Sphaleron過程が平衡になった場合

— wash-out of $B+L$ —

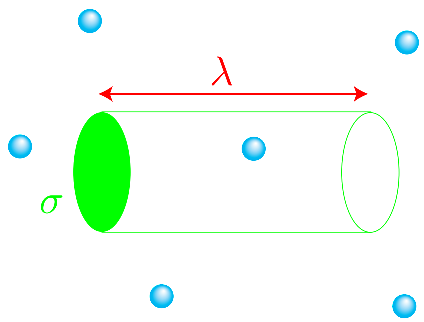
ある過程が平衡であるための条件

過程の時間スケール $\boxed{\bar{t} = \Gamma^{-1}(T) < H^{-1}(T)}$ 膨張の時間スケール

相対論的粒子: $\bar{t} \simeq \lambda$: mean free path

全断面積: σ 粒子数密度: $n(T)$

$$\boxed{\sigma \cdot \lambda = \frac{1}{n(T)}}$$



$$\boxed{H(T) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho(T)} \simeq 1.66\sqrt{g_*}\frac{T^2}{m_{\mathrm{Pl}}}}$$

エネルギー密度: $\rho(T) = \dfrac{\pi^2}{30} g_* T^4$

放射自由度: g_*

SM with N_f generation, N_H Higgs doublets

$$g_* = 24 + 4N_H + \frac{7}{8}\cdot 30 N_f \overset{\mathrm{MSM}}{=} 106.75$$

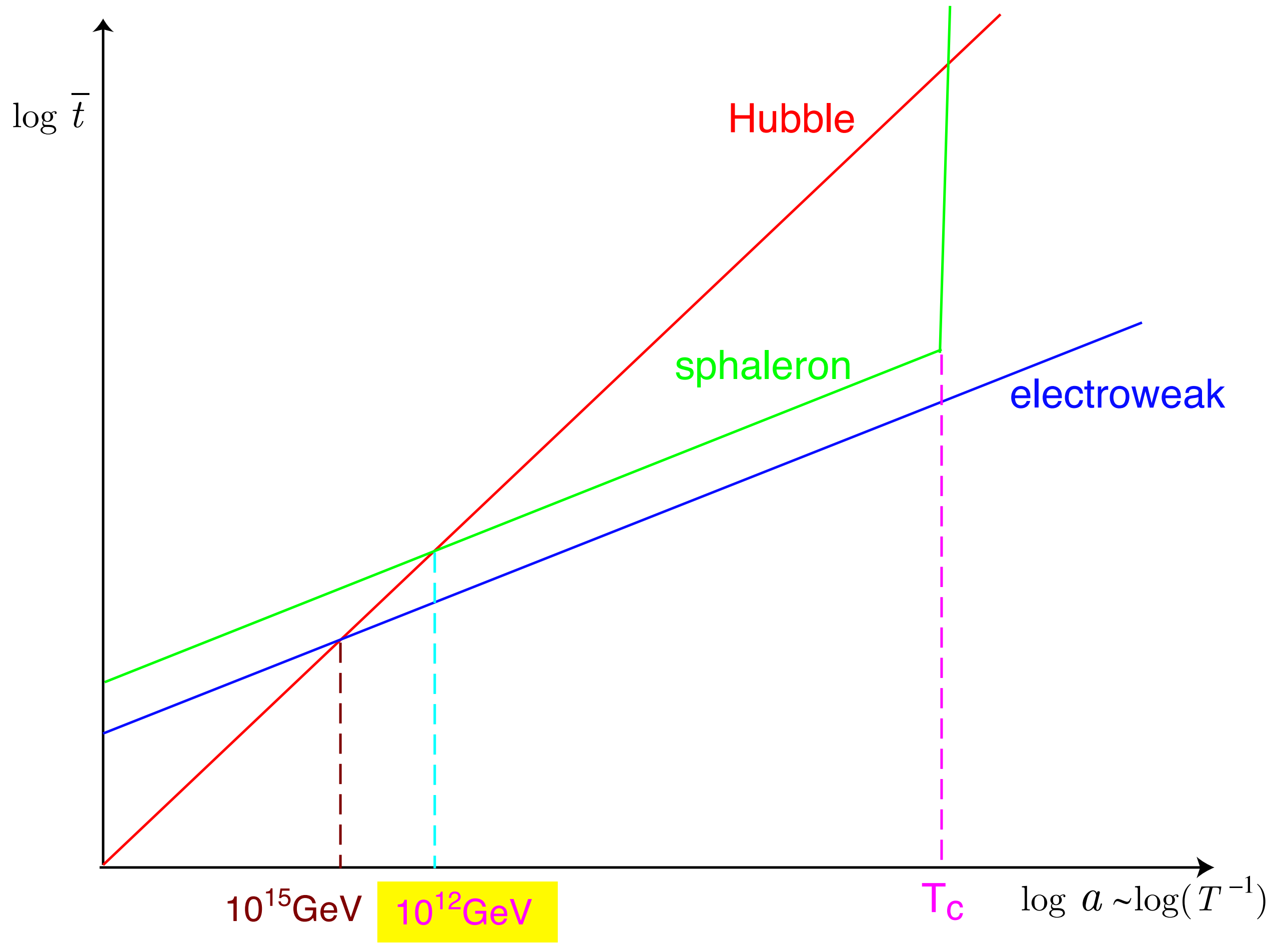
粒子数密度: $n(T) = g\int \frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\sqrt{k^2+m^2}/T}\mp 1} \overset{m\ll T}{\simeq} g\begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2}T^3 \\ \frac{3}{4}\frac{\zeta(3)}{\pi^2}T^3 \end{cases}$

$\zeta(3) = 1.2020569\cdots$

相対論的粒子に対しては、 $\sigma \simeq \frac{\alpha^2}{s} \simeq \frac{\alpha^2}{T^2}$ $\quad\therefore\quad$ $\boxed{\lambda \simeq \frac{10}{gT^3}\left(\frac{\alpha^2}{T^2}\right)^{-1} = \frac{10}{g\alpha^2 T}}$

$T = 100\text{GeV}$: $\begin{cases} H(T)^{-1} \simeq 10^{14}\,\text{GeV}^{-1} & \text{expansion} \\ \lambda_s \simeq \frac{1}{{\alpha_s}^2 T} \sim 1\,\text{GeV}^{-1} & \text{strong interactions} \\ \lambda_{EW} \simeq \frac{1}{{\alpha_W}^2 T} \sim 10\,\text{GeV}^{-1} & \text{EW interactions} \\ \lambda_Y \simeq \left(\frac{m_W}{m_f}\right)^4 \lambda_{EW} & \text{Yukawa interactions} \end{cases}$

sphaleron process: $\begin{cases} \Gamma_{\rm sph}^{(\rm br)} \simeq Te^{-E_{\rm sph}/T} & (T < T_C) \\ \Gamma_{\rm sph}^{(\rm sym)} \simeq \kappa\alpha_W^4 T & (T > T_C) \end{cases}$



If $v(T_C) \ll 200\text{GeV}$ (eg. 2nd order EWPT), $^{\exists}T_{\rm dec}$, $s.t.$

$$T_{\rm dec} < T < T_C \implies \Gamma^{(b)}_{\rm sph}(T) > H(T)$$

wash-out of $B + L$ even in the broken phase

何れの相でも、**一度sphaleron過程が化学平衡**になると
その後のbaryon numberとlepton numberは

$$B \propto (B-L)_{\rm primordial} \qquad L \propto (B-L)_{\rm primordial}$$

比例係数は保存される量子数で決まるので、相により異なる

何れにせよ、$(B-L)_{\rm primordial} = 0$ ならば $\boxed{B = L = 0}$

$\therefore$ 現在の宇宙に物質(baryon)が存在するためには、

> (i) **sphaleron過程が脱結合する前に、**$B-L \neq 0$が存在する。
>
> (ii) $B+L$**を電弱一次相転移で生成し**、且つ、
> **その後直ちにsphaleron過程が凍結する。($v_C/T_C > 1$)**

のどちらかでなければならない。

(i) $\Longrightarrow$ GUTs, Leptogenesis, AD

(ii) $\Longrightarrow$ EW baryogenesis

近い将来の実験で検証可能な理論にのみ基づく

review articles

- KF, Prog. Theor. Phys. 96 (1996) 475
- Rubakov and Shaposhnikov, Phys. Usp. 39 (1996) 461-502 (hep-ph/9603208)
- Riotto and Trodden, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 49 (1999) 35 (hep-ph/9901362)
- Bernreuther, Lect. Notes Phys. 591 (2002) 237 (hep-ph/0205279)

Problems

⋆ **電弱相転移** (Electroweak Phase Transition)

静的 { 相転移の次数
相転移の強さ v_C/T_C — sphaleron 過程の decoupling

$\longleftrightarrow$ Higgs spectrum

動的 一次相転移のダイナミクス

⋆ **非平衡過程** sphaleron 過程の化学平衡からのズレ

$\longrightarrow$ 生成されるバリオン数の評価

⋆ **CP 対称性の破れ** EWPT での CP violation

— EW bubble wall の profile

$\longleftrightarrow$ EDM や B, K 系の CP violation

⋆ Electroweak Phase Transition

相転移温度: $T_C \simeq 100\text{GeV} \Rightarrow$ $H^{-1}(T) \simeq 10^{14}\text{GeV}^{-1} \ll \bar{t}_{EW} \simeq \dfrac{1}{\alpha_W T} \sim 10\text{GeV}^{-1}$

$\longrightarrow$ 全ての粒子は**同じ温度で** kinetic equilibrium

$\therefore$ 非平衡の可能性は**一次相転移**

study of phase transitions

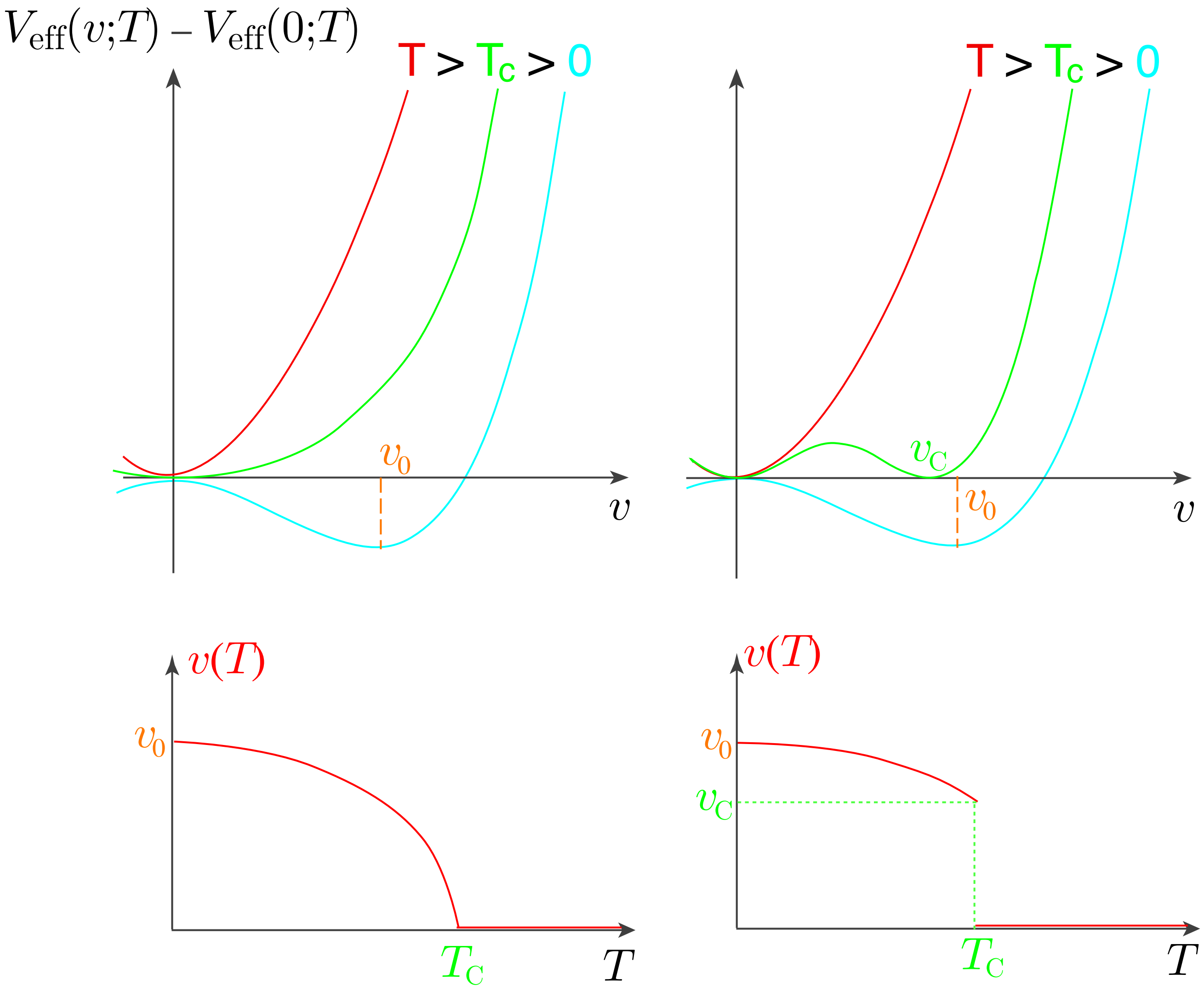
- static properties $\leftarrow$ Effective Potential $=$ 自由エネルギー密度 　　有限温度場の理論

$$V_{\text{eff}}(v;T) = -\frac{1}{V} T \log Z = -\frac{1}{V} \log \text{Tr}\left[e^{-H/T}\right]_{\langle\phi\rangle=v}$$

- dynamics — 一次転移: bubble の形成と成長

  一般的な方法は無い。
  quantum + thermal effect を考慮した simulation も困難。

相転移の次数と Higgs mass



2nd order PT　　1st order PT

Minimal SM

order parameter:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi \end{pmatrix}$$

$\therefore$ 1st order EWPT

$\Updownarrow$

$$v_C \equiv \lim_{T \uparrow T_C} \varphi(T) \neq 0$$

Finite-Temperature Effective Potential

[Dolan and Jackiw, Phys. Rev. D9 ('74)]

摂動計算: $V_{\rm eff}(v) \longrightarrow V_{\rm eff}(v;T)$ by $\displaystyle\int\frac{d^4k}{(4\pi)^4} \longrightarrow \frac{i}{\beta}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int\frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3}(\cdots)\Big|_{k^0=i\omega_n}$

$$\omega_n = \begin{cases} 2\pi n/\beta & \text{(boson)} \\ (2n+1)\pi/\beta & \text{(fermion)} \end{cases}$$

例えば

$$\frac{i}{\beta}\sum_n\int\frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3}\log(k^2-m^2) = \int\frac{d^4k}{(4\pi)^4}\log(k^2-m^2)\pm\frac{2i}{\beta}\int\frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3}\log\left(1\mp e^{-\beta\sqrt{\boldsymbol{k}^2+m^2}}\right)$$

$$= \int\frac{d^4k}{(4\pi)^4}\log(k^2-m^2)\pm\frac{iT^4}{\pi^2}\int_0^\infty dx\,x^2\log\left(1\mp e^{-\sqrt{x^2+(m/T)^2}}\right)$$

↑

$T=0$-contribution — $T=0$ の counterterm で繰り込み可

一般的に、$T=0$ の C.T. で全ての loop integral を有限にできる。

Minimal SM — 1-loopの摂動論 (W, Z, top quarkの loop)

$$V_{\rm eff}(\varphi;T) = -\frac{1}{2}\mu^2\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + 2Bv_0^2\varphi^2 + B\varphi^4\left[\log\left(\frac{\varphi^2}{v_0^2}\right) - \frac{3}{2}\right] + \bar{V}(\varphi;T)$$

where $$B = \frac{3}{64\pi^2 v_0^4}(2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4),$$

$$\bar{V}(\varphi;T) = \frac{T^4}{2\pi^2}\left[6I_B(a_W) + 3I_B(a_Z) - 6I_F(a_t)\right], \qquad (a_A = m_A(\varphi)/T)$$

$$I_{B,F}(a) \equiv \int_0^\infty dx\, x^2 \log\left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}}\right).$$

high-temperature expansion $[m/T \ll 1]$ $\gamma_E = 0.5772\cdots$

$$I_B(a) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12}a^2 - \frac{\pi}{6}(a^2)^{3/2} - \frac{a^4}{16}\log\frac{\sqrt{a^2}}{4\pi} - \frac{a^4}{16}\left(\gamma_E - \frac{3}{4}\right) + O(a^6)$$

$$I_F(a) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24}a^2 - \frac{a^4}{16}\log\frac{\sqrt{a^2}}{\pi} - \frac{a^4}{16}\left(\gamma_E - \frac{3}{4}\right) + O(a^6)$$

$T > m_W, m_Z, m_t$として展開を適用すると、

$$V_{\rm eff}(\varphi; T) \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - E\,T\varphi^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4$$

where

$$D = \frac{1}{8v_0^2}(2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2), \qquad E = \frac{1}{4\pi v_0^3}(2m_W^3 + m_Z^3) \sim 10^{-2}$$

$$\lambda_T = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v_0^4}\left(2m_W^4 \log\frac{m_W^2}{\alpha_B T^2} + m_Z^4 \log\frac{m_Z^2}{\alpha_B T^2} - 4m_t^4 \log\frac{m_t^2}{\alpha_F T^2}\right)$$

$$T_0^2 = \frac{1}{2D}(\mu^2 - 4Bv_0^2), \qquad \log\alpha_{F(B)} = 2\log{(4)}\pi - 2\gamma_E$$

At T_C, $^\exists$degenerate minima: $\varphi_C = \dfrac{2E\,T_C}{\lambda_{T_C}}$

$$\boxed{\Gamma^{(\rm br)}_{\rm sph} < H(T_C) \quad\Longleftrightarrow\quad \frac{\varphi_C}{T_C} \gtrsim 1} \Longrightarrow \text{upper bound on } \lambda \qquad [m_H = \sqrt{2}\lambda v_0]$$

$$\longrightarrow \boxed{m_H \lesssim 46\text{GeV}} \quad\Longrightarrow \text{MSM is excluded!}$$

⋆ Monte Carlo simulations

[Minimal SM]

effective fermion mass : $m_f(T) \sim O(T) \leftarrow |\omega_n| = |(2n+1)\pi T| \geq \pi T$

∴ bosonsだけでsimulation

格子場の理論 $\begin{cases} \text{scalar fields:} & \phi(x) \text{ on the sites} \\ \text{gauge fields:} & U_\mu(x) \text{ on the links} \end{cases}$

$$Z = \int [d\phi\, dU_\mu] \exp\{-S_E[\phi, U_\mu]\}$$

- 3-dim. $SU(2)$ system with a Higgs doublet and a triplet — time-component of U_μ
  [Laine & Rummukainen, hep-lat/9809045]

- 4-dim. $SU(2)$ system with a Higgs doublet [Csikor, hep-lat/9910354]
  EWPT is first order for $m_h < 66.5 \pm 1.4$GeV

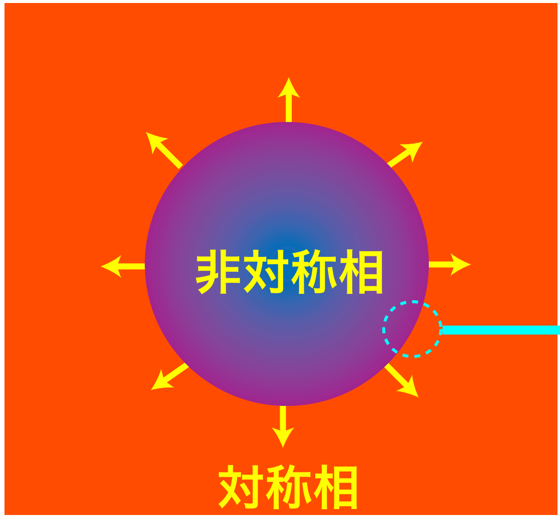
Both the simulations found end-point of EWPT at

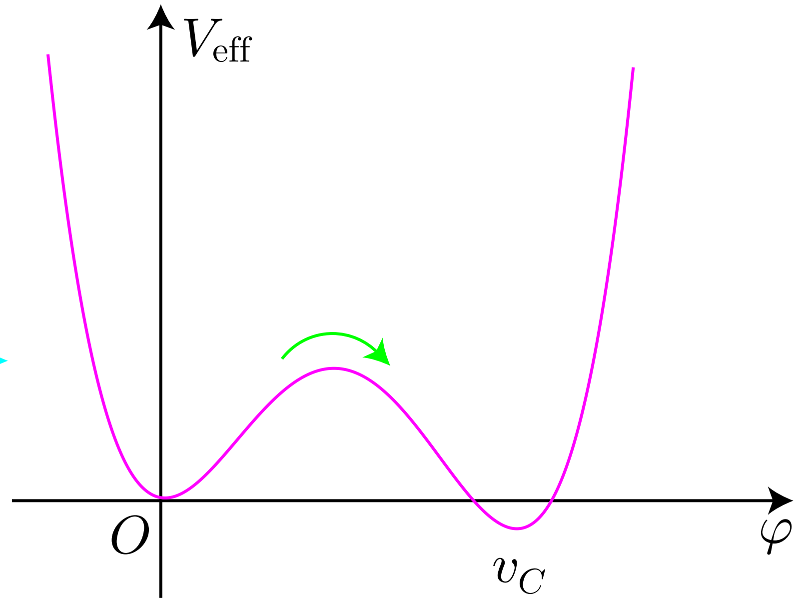
$$m_h = \begin{cases} 72.3 \pm 0.7 \text{ GeV} \\ 72.1 \pm 1.4 \text{ GeV} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\text{no PT (cross-over) in the MSM !}}$$

⋆ 一次相転移のダイナミクス

対称相の中に非対称相の

泡の形成・成長





古典統計力学的方法 [Langer, Ann. Phys. 41 ('67)]

単位時間・単位体積当たりの nucleation rate: $I(T) = I_0 e^{-\Delta F(T)/T}$

半径 r の泡に対して $\Delta F(T) = \dfrac{4\pi}{3} r^3 \left[p_s(T) - p_b(T) \right] + 4\pi r^2 \sigma$

圧力: $p = -\frac{\partial F}{\partial V} = -V_{\text{eff}}$ $p_s(T) = -V_{\text{eff}}(0;T) < p_b(T) = -V_{\text{eff}}(v(T);T)$

表面エネルギー密度: $\sigma = \displaystyle\int dz \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2$

critical bubble — 成長と収縮の境目の泡

$$\frac{\partial \Delta F(T)}{\partial r} = 0 \longrightarrow r_*(T) = \frac{2\sigma}{p_b(T) - p_s(T)}$$: critical bubble半径

$r_* >$ correlation length ($\sim m_\phi^{-1}$) ならば、古典統計的取り扱いOK

一次相転移の進み方

1. $T < T_C$ (supercooled) で、熱的揺らぎにより $I(T)$ の確率で半径 r の bubble が形成。

2. $r > r_*$ の bubble が成長する。

   成長速度 $v(T)$ —[Liu, McLerran, Turok, Phys. Rev. D46 ('92)]

3. 全空間が broken phase になったところで完了。

$\Downarrow$

$SU(5)$ GUT の 1st-order PT — Guth and E. Weinberg, Phys. Rev. D28 ('81)

- EW with a light Higgs — Carrington and Kapusta, Phys. Rev. D47 ('93)

$$\begin{cases} f(t) & : \text{broken phase に変えられた体積の割合} \\ V(t',t) & : \text{時刻 } t' \text{ で形成された 1 つの bubble の時刻 } t \text{ での体積} \end{cases}$$

時刻 t_C に温度が T_C になったとすると、

$$\boxed{f(t) = \int_{t_C}^{t} dt' \, I(T(t')) \, [1 - f(t')] \; V(t',t)}$$

ここで　$$V(t',t) = \frac{4\pi}{3}\left[r_*(T(t')) + \int_{t'}^{t} dt'' \, v(T(t''))\right]^3$$

$v(T)$: wall velocity

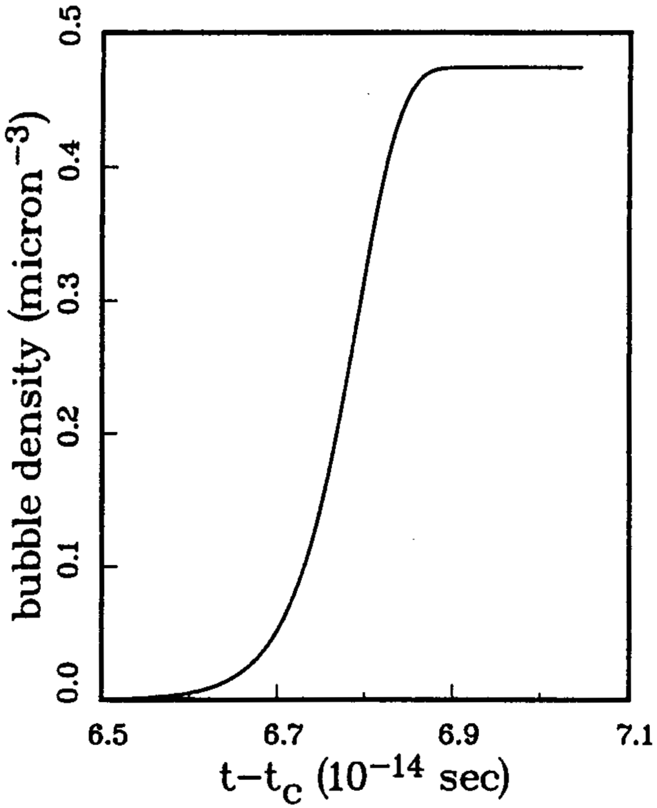
$T = T(t) \leftarrow$ RD-FRW universe $(a(t) \propto t^{1/2} \propto T^{-1})$

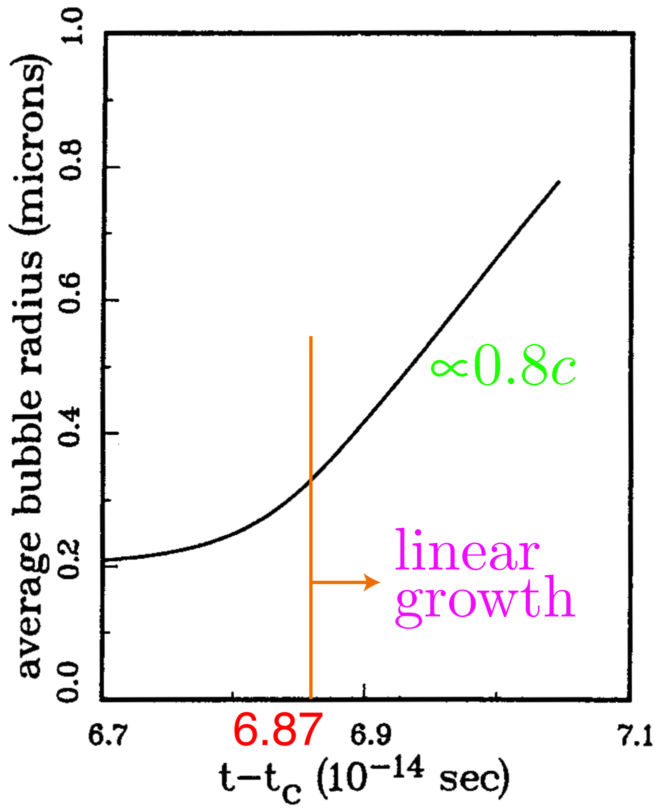
$\longrightarrow$ $f(t)$ を用いて bubble の体積の時間発展、bubble の平均半径を計算

Minimal SM で、1-loop level の $V_{\rm eff}$ を用い $f(t)$ を数値計算

$m_h = 60\text{GeV}$ and $m_t = 120\text{GeV}$

$t - t_C = 6.5 \times 10^{-14}$sec でbubbleの形成が始まる。 [cf. $\bar{t}_{EW} = 10^{-26}$sec]

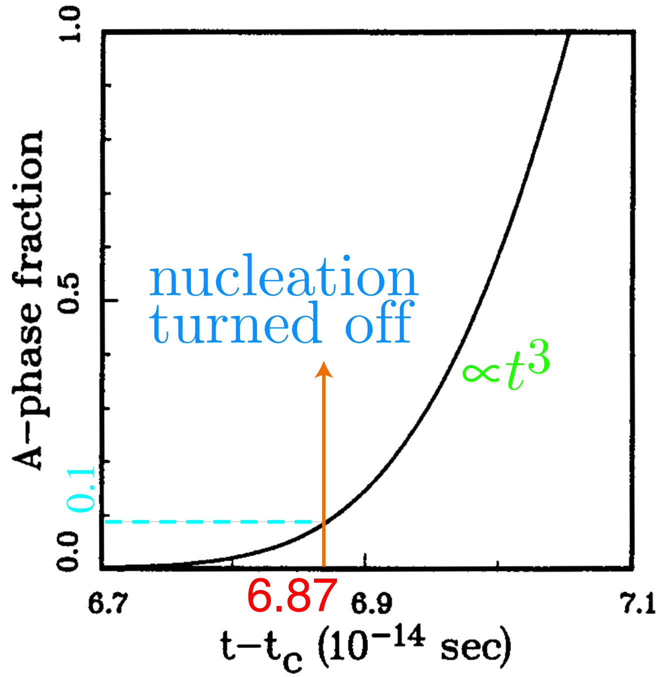


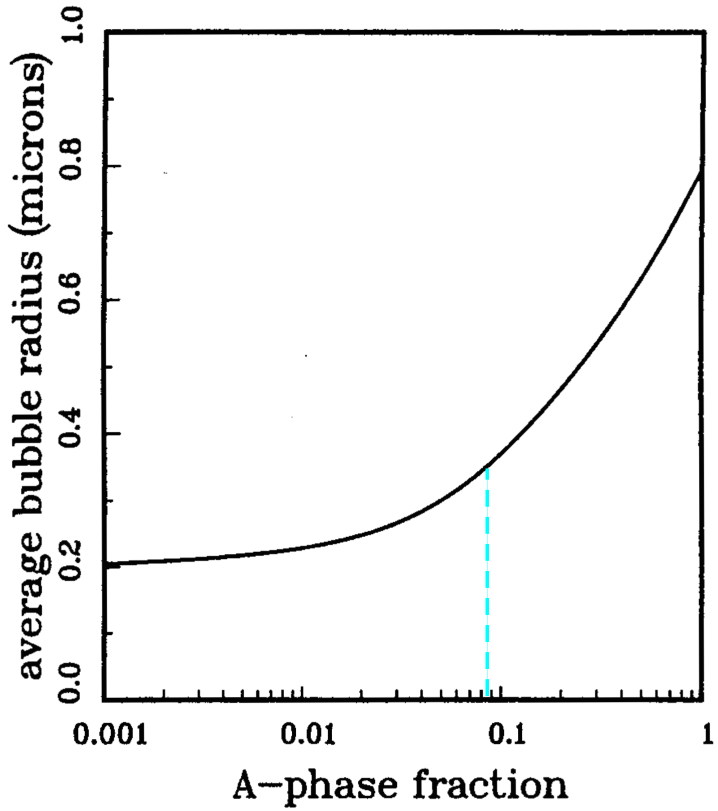


bubbleの典型的な半径: $r = 0.3\mu$m $\leftrightarrow$ Horizon size: $H^{-1} \simeq 7.1 \times 10^{12}\mathrm{GeV}^{-1} = 0.14$cm

Horizon内のbubble数 $\simeq 3 \times 10^{11}$

非常に小さな過冷却: $\dfrac{T_C - T_N}{T_C} \simeq 2.5 \times 10^{-4}$ [cf. 水→氷の過冷却 $O(10^{-2})$]





$\longrightarrow$ 宇宙の体積の90%はbubbleの成長でbroken phaseに転移

弱い相転移

小さなv_C/T_C

低い相の間のbarrier

$\Longrightarrow$

- bubbleの成長より形成により相転移が進む
- **厚い** bubble wall
- ２つの相の間の揺らぎ

$V_{\text{eff}}(v;T)$ がわかれば、

▷ r_* : critical bubble

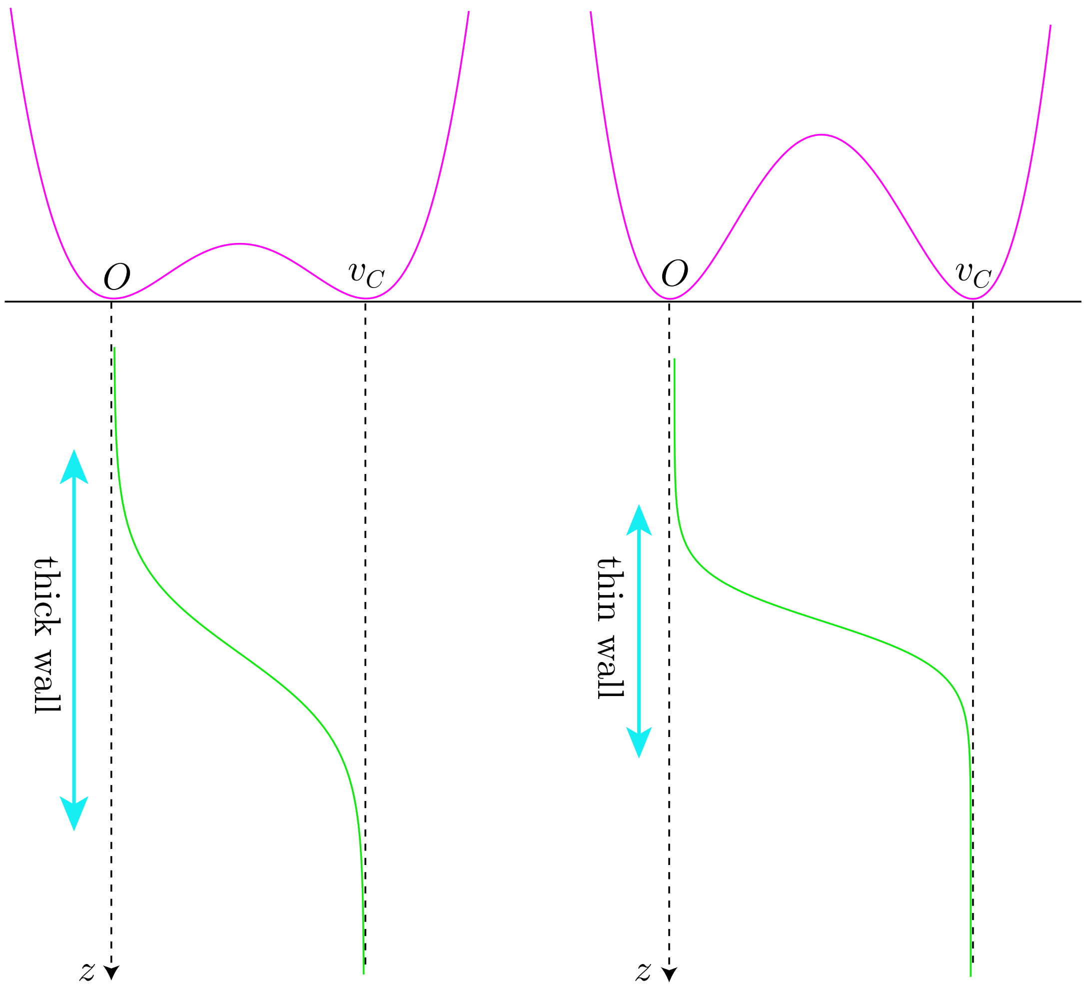
▷ v_C/T_C

▷ $V_{\text{eff}}(v;T_C) \xrightarrow{\text{EOM}}$ bubble wall profile

wall width: $\Delta(T)$

model によって，$\Delta(T) \simeq \dfrac{1-30}{T}$

$\sim$ 数 GeV の粒子の Compton 波長



$$\text{wall width} : \Delta = \frac{10}{100\text{GeV}} \simeq 2\times 10^{-15}\text{cm} \ll r_* \simeq 0.2\mu\text{m} : \text{critical bubble 半径}$$

$\Longrightarrow$ wall $\simeq$ 平面 — 一次元問題

⋆ Mechanism of EW Baryogenesis

一次相転移の時間スケール: $t_{\rm wall} \sim \dfrac{\Delta(T)}{v(T)} = \dfrac{(1-30)/T}{0.1-0.9} = (0.01-3)\mathsf{GeV}^{-1}$

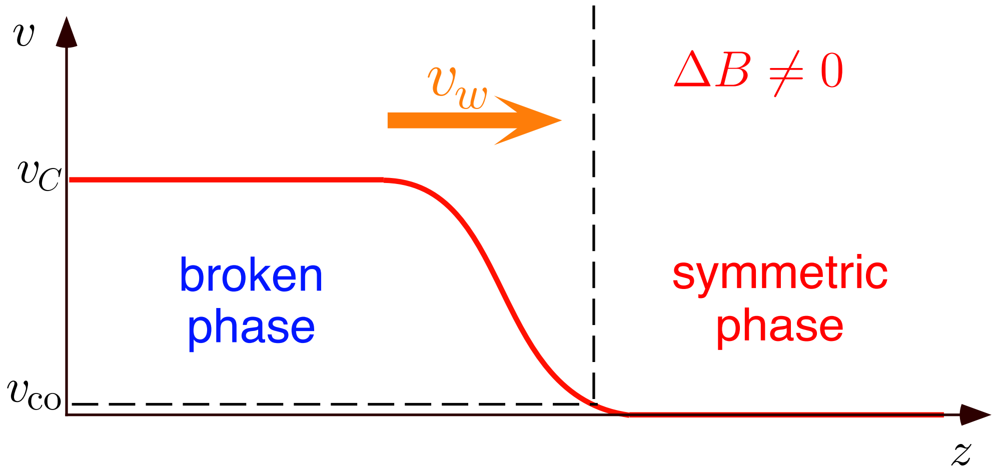
$T = 100\mathsf{GeV}$ では、

$$\bar{t}_s \simeq 0.1\mathsf{GeV}^{-1} \ll \bar{t}_{EW} \simeq 1\mathsf{GeV}^{-1} \ll \bar{t}_{\rm sph} \simeq 10^5\mathsf{GeV}^{-1} \ll H^{-1} \simeq 10^{14}\mathsf{GeV}^{-1}$$

1. $H^{-1} \gg \bar{t}_{EW}$ なので、bubble wall から離れた所では、全ての粒子は**同じ温度で** *kinetic equilibrium* にある。宇宙膨張の効果は無視できる。

2. $\lambda_Y > \lambda_{EW} \gg \Delta$ なので、すべての lepton と幾つかの quark は、bubble wall による散乱の前後は殆ど**自由に伝搬**する。

3. $t_{\rm wall} \ll \bar{t}_{\rm sph}$ なので、sphaleron 過程は bubble wall の近傍で *chemical equilibrium* から外れている。



bubble wall (Higgs field) との相互作用では B は保存

— symmetric phase の領域内部で sphaleron 過程により $\Delta(B+L) \neq 0$

CP を破る bubble wall との相互作用 $+$ bubble wall の運動

$\Downarrow$

chiral charge flux $[Q_L \neq Q_R]$

symmetric phase で保存されるもの $= Y, \boldsymbol{I}$

$\Downarrow$

sphaleron 過程に bias

$\Downarrow$

B 生成、その後に broken phase になり**凍結**

I. chiral charge flux — diffusion eq. の source term

bubble wall profile $\longrightarrow$ $\langle \phi(x) \rangle = v(x) e^{i\theta(x)}$

$$\boxed{\left(i\partial\!\!\!/ - m(x)\right)\psi(x) = 0} \qquad m(x) = \begin{cases} y\, v(x) e^{i\theta(x)} \\ \langle \phi(x) \rangle \text{ を含む mass matrix} \quad \text{[SUSY]} \end{cases}$$

- ▷ CP-violating wave equation
  - ⋆ **数値解** [Nelson, et al, Nucl. Phys. B373 ('92); KF, et al, Prog. Theor. Phys. 95 ('96)]
  - ⋆ **摂動論** — 様々な相互作用を取り入れられる、解析的関係式が導出できる
    - – expansion w.r.t. $\mathrm{Im}\, m(x)$ [KF, et al, Phys. Rev. D50 ('94)]
    - – expansion w.r.t. $m(x)$ — 自由粒子の bubble wall による多重散乱 [Huet and Nelson, Phys. Lett. B355 ('95); Phys. Rev. D53 ('96)]
    - – derivative expansion [Carena, et al., Nucl. Phys. B503 ('97)]
- ▷ Nonequilibrium field theory — Closed-Time-Path formalism for Wightman functions

  [Riotto, Phys. Rev. D53 ('96): Kainulainen, et al., JHEP 06 ('01); Phys. Rev. D66 ('02)]

II. diffusion equation — symmetric phase領域に流入するchiral chargeの評価

chargeやparticle number density Q_iに対するdiffusion equation:

$$\dot{Q}_i(t,\boldsymbol{x}) = D_{Q_i}\nabla^2 Q_i - \sum_j \Gamma_{ij} c_j Q_j + [\text{source term}]$$

D_Q: Qのdiffusion const. $\sim$ mean-free pathの数倍

Γ_{ij}: 反応過程によるQ_iの転換率　　　c_i: 統計因子

[Cohen, Kaplan, Nelson, Phys. Lett. B336 ('94); Joyce, Prokopec, Turok, Phys. Rev. D53 ('96)]

簡便計算法

非平衡定常状態$(\dot{Q}(t,\boldsymbol{x})=0)$で、(近似的に)**保存される量**$(\Gamma\simeq 0)$

$\Downarrow$

symmetric phaseに残るtotal chargeは

D_Qと流入するflux(source term)で評価できる

bubble wall の速度がほぼ一定

$\Downarrow$

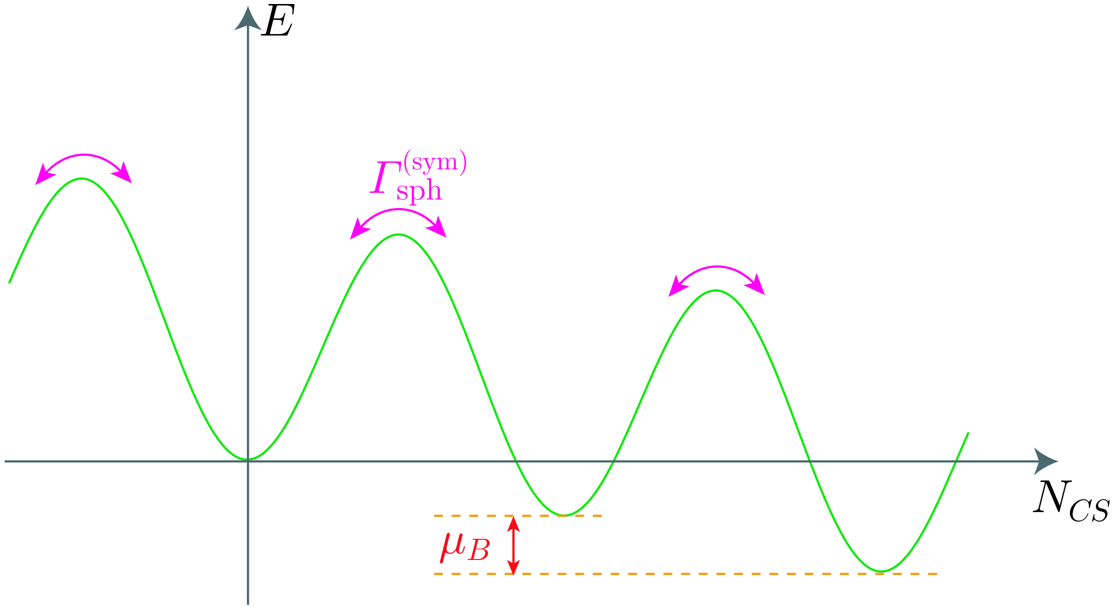
chiral charge の定常流

$\Downarrow$

chiral charge に比例した μ_B

$\Downarrow$

非平衡定常状態



detailed balance $\longrightarrow$ $\boxed{\dot{n}_B = -3_{\rm gen}\dfrac{\mu_B \Gamma_{\rm sph}}{T}}$ [Appendix of KF, Prog. Theor. Phys. 96]

chiral charge $= Y$ の場合、 $\mu_B = \dfrac{Y}{(m+5/3)T^2}$ $\begin{cases} Y = \text{hypercharge 密度} \\ m = \text{Higgs doublet の数} \end{cases}$

$\Longleftarrow$ sphaleron 化学平衡を除いた chem. potential の関係式

[Nelson, Cohen, Kaplan, Nucl. Phys. B373 ('92)]

Debye screening を考慮した再計算

[Cohen, Kaplan, Nelson, Phys. Lett. B294 ('92)]

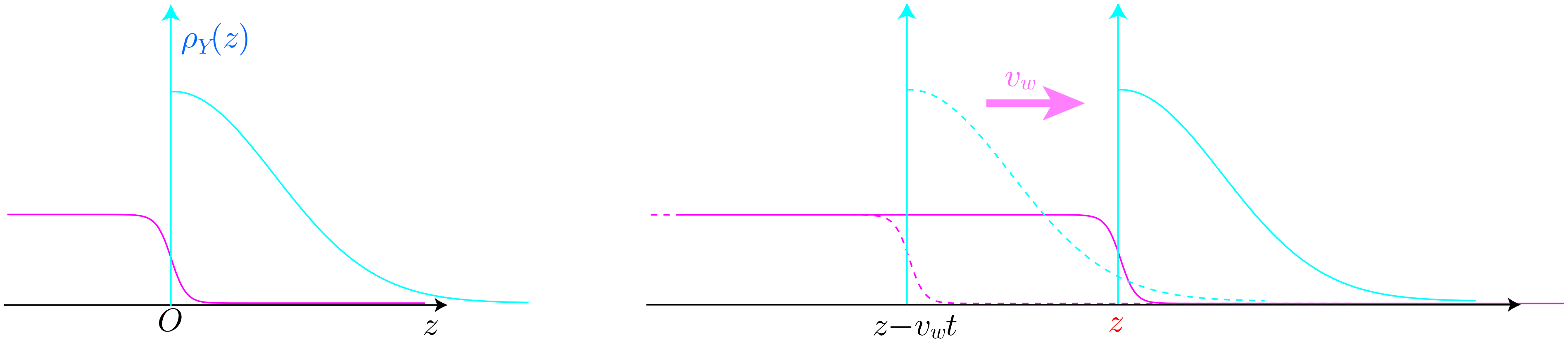
⋆ 生成されるBAU

$$n_B = -3\frac{\Gamma_{\rm sph}}{T}\int dt\,\mu_B = \frac{3\,\Gamma_{\rm sph}}{(m+5/3)T^3}\int_{-\infty}^{z/v_w} dt\,\rho_Y(z-v_w t)$$

bubble wallは一定速度v_wで動くとする。

$\rho_Y(z)$: wallから距離zのY-density

⇒ 右辺の積分＝無限の過去から現在の位置zまでwallが動く間に貯まるYの総量



$$\longrightarrow \int_{-\infty}^{z/v_w} dt\,\rho_Y(z-v_w t) = \frac{1}{v_w}\int_0^{\infty} dz\rho_Y(z) \simeq \frac{F_Y\tau}{v_w} \qquad (F_Y = \text{injected flux})$$

τ : wallで散乱された粒子がwallに捕まるまでに走る時間 $\simeq$ diffusion length

$$\text{BAU:}\quad \boxed{\frac{n_B}{s} \simeq 3\mathcal{N}\frac{100}{\pi^2 g_*}\cdot\kappa\alpha_W^4\cdot\frac{F_Y}{v_w T^3}\cdot\tau T}$$

$$\mathcal{N} \sim O(1), \qquad \tau \simeq \text{m.f.p.} \to \tau T \simeq \begin{cases} 1 & \text{for quarks} \\ 10^2 \sim 10^3 & \text{for leptons} \end{cases}$$

m.f.p. は total cross section を用いて評価されるが、

MC simulation $\Longrightarrow$ forward scattering enhanced :

for top quark $\tau T \simeq 10 \sim 10^3$ max. at $v_w \simeq 1/\sqrt{3}$

for this optimal case

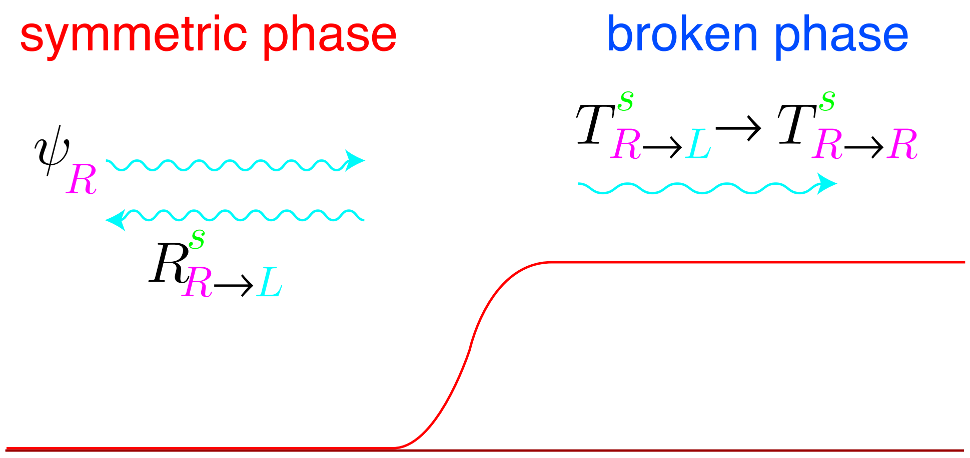
$$\boxed{\frac{n_B}{s} \simeq 10^{-3}\cdot\frac{F_Y}{v_w T^3}}$$

$$\frac{F_Y}{v_w T^3} \sim O(10^{-7}) \Longrightarrow \textbf{十分なBAU}$$

chiral charge fluxの計算

$$\boxed{i\partial\!\!\!/\psi(x) - m(x)P_R\,\psi(x) - m^*(x)P_L\,\psi(x) = 0}$$

ここで $-y\langle\phi(x)\rangle = m(x) \in \mathbf{C}$ 　$m(x)$ はrephasingで除けないphaseを持つとする



$Q^i_{L(R)}$: 粒子iのL(R)-handed fermionが持つcharge

$R^s{}_{R\to L}$: symmetric phase領域から入射したR-handed fermionが反射さるときの反射係数

$\bar{R}^s{}_{R\to L}$: $R^s{}_{R\to L}$ の反粒子版

symmetric phase領域に流入するchargeの期待値

symmetric phaseの粒子・反粒子の寄与：[反射と透過]

$$\Delta Q_i{}^s = [(Q_R{}^i - Q_L{}^i) R^s{}_{L\to R} + (-Q_L{}^i + Q_R{}^i)\bar{R}^s{}_{R\to L}$$
$$+(-Q_L{}^i)(T^s{}_{L\to L} + T^s{}_{L\to R}) - (-Q_R{}^i)(\bar{T}^s{}_{R\to L} + \bar{T}^s{}_{R\to R})] f^s{}_{Li}$$
$$+[(Q_L{}^i - Q_R{}^i) R^s{}_{R\to L} + (-Q_R{}^i + Q_L{}^i)\bar{R}^s{}_{L\to R}$$
$$+(-Q_R{}^i)(T^s{}_{R\to L} + T^s{}_{R\to R}) - (-Q_L{}^i)(\bar{T}^s{}_{L\to L} + \bar{T}^s{}_{L\to R})] f^s{}_{Ri}$$

broken phaseの粒子・反粒子の透過による寄与：

$$\Delta Q_i{}^b = Q_L{}^i (T^b{}_{L\to L} f^b{}_{Li} + T^b{}_{R\to L} f^b{}_{Ri}) + Q_R{}^i (T^b{}_{L\to R} f^b{}_{Li} + T^b{}_{R\to R} f^b{}_{Ri})$$
$$+(-Q_L{}^i)(\bar{T}^b{}_{R\to L} f^b{}_{Li} + \bar{T}^b{}_{L\to L} f^b{}_{Ri}) + (-Q_R{}^i)(\bar{T}^b{}_{R\to R} f^b{}_{Li} + \bar{T}^b{}_{L\to R} f^b{}_{Ri})$$

unitarity: $R^s{}_{L\to R} + T^s{}_{L\to L} + T^s{}_{L\to R} = 1,$ etc.

reciprocity: $T^s{}_{R\to L} + T^s{}_{R\to R} = T^b{}_{L\to L} + T^b{}_{R\to L},$ etc.

$f_{iL}^{s(b)} = f_{iR}^{s(b)} \equiv f_i^{s(b)}$ [同じmassでkinetic equil.]

を用いると、

$$\boxed{\Delta Q^s{}_i + \Delta Q^b{}_i = ({Q_L}^i - {Q_R}^i)({f^s}_i - {f^b}_i)\Delta R}$$

ここで $\Delta R \equiv R^s{}_{R\to L} - \bar{R}^s{}_{R\to L}$

- ⋆ bubble wall の profile 厚さ, CP の破れ
- ⋆ 入射粒子の運動量

symmetric phase region に流入する total flux [wall の静止系で]

$$F^i{}_Q = \frac{{Q_L}^i - {Q_R}^i}{4\pi^2\gamma}\int_{m_0}^{\infty} dp_L \int_0^{\infty} dp_T\, p_T \left[f_i{}^s(p_L, p_T) - f_i{}^b(-p_L, p_T)\right] \Delta R\left(\frac{m_0}{a}, \frac{p_L}{a}\right)$$

$$\begin{aligned} f_i{}^s(p_L, p_T) &= \frac{p_L}{E}\frac{1}{\exp[\gamma(E - v_w p_L)/T] + 1} \\ f_i{}^b(-p_L, p_T) &= \frac{p_L}{E}\frac{1}{\exp[\gamma(E + v_w\sqrt{p_L^2 - m_0^2})/T] + 1} \end{aligned}$$

$1/a =$ wall width, $E = \sqrt{p_L^2 + p_T^2}$

$m_0 =$ broken phase での質量

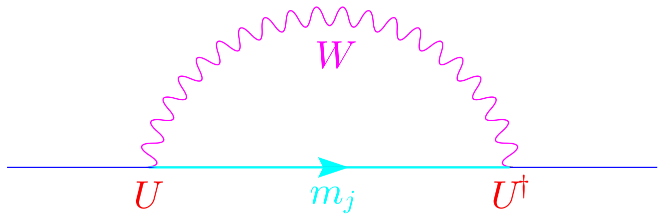
N.B. • $F_Q \propto Q_L - Q_R \Rightarrow B$ のような vectorlike charge の flux は生じない

• $v_w \to 0$ では、$f^s(p_L, p_T) - f^b(-p_L, p_T) \to 0 \quad \therefore \ F_Q \to 0$

• $p_L < m_0 \Rightarrow$ 透過率=0 : unitarity より $R^s{}_{R\to L} = \bar{R}^s{}_{R\to L} = 1 \qquad \therefore \ \Delta R = 0$

ΔR を生じる CP 対称性の破れ

⋆ Minimal SM — CKM phase $\quad [\theta_{\rm QCD} \simeq 0]$



$m_i \neq m_j$:

$\longrightarrow$ dispersion に $O(\alpha_W)$ の CP の破れの効果

[Farrar, Shaposhnikov, Phys. Rev. 50 ('94)]

▷ QCD による decoherence (short range) [Gavela, et al., Nulc. Phys. B430 ('94)]

▷ bubble wall による多重散乱 [Huet, Sather, Phys. Rev. D51 ('95)]

$$\longrightarrow \left|\frac{n_B}{s}\right| < 10^{-26}$$

⋆ **計算例** — toy model

$$m(z) = m_0 \frac{1+\tanh(az)}{2} \exp\left(-i\pi \frac{1-\tanh(az)}{2} \right)$$

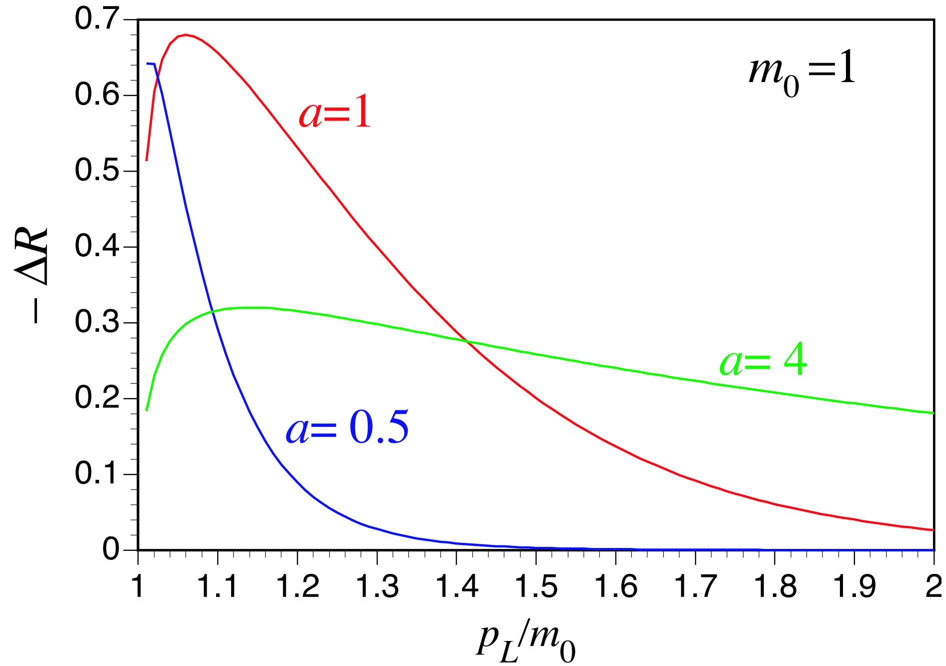
— no CP violation in the broken phase [$z \sim \infty$]

- $\Delta R \equiv {R^s}_{R\to L} - {\bar{R}^s}_{R\to L}$ [KF et al., Phys. Rev. D50 ('94); Prog. Theor. Phys. 95 ('96)]

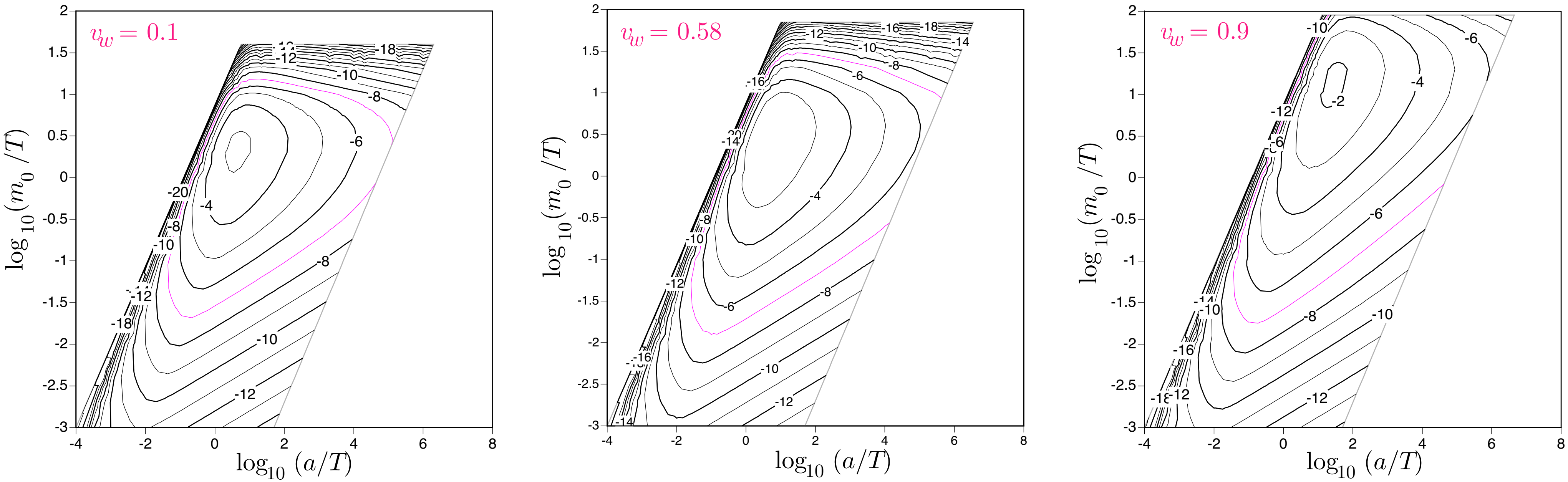
  wall width $\simeq$ wave length of the carrier $\Rightarrow$ $\Delta R \sim O(1)$

  $\Downarrow$

大きなYukawa couplingは
必ずしも大きなfluxを
意味しない



• chiral charge flux $\dfrac{F_Q}{T^3(Q_L - Q_R)}$ [dimensionless] の log plot at $T = 100\mathrm{GeV}$



$$\frac{n_B}{s} \simeq 3\mathcal{N}\frac{100}{\pi^2 g_*} \cdot \kappa\alpha_W^4 \cdot \frac{F_Y}{v_w T^3} \cdot \tau T \overset{\text{optimal}}{\simeq} 10^{-3} \cdot \frac{F_Y}{v_w T^3}$$

bubble wall 近傍で $O(1)$ の CP phase を仮定しているが、もっと小さくても OK

§4 Higgs Sector in the MSSM and NMSSM

Higgs potential $\Longrightarrow$ $\begin{cases} \text{Higgs粒子の質量} \\ \text{EWPT — 次数、} v_C/T_C \end{cases}$

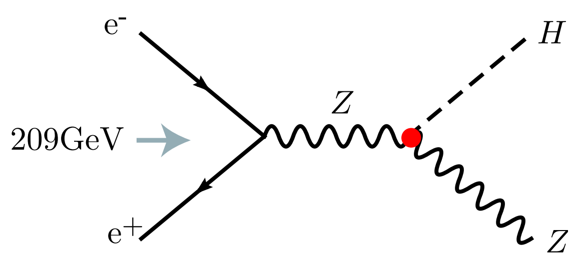
	SM	MSSM	NMSSM
Higgs場	$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	Φ_d, Φ_u	Φ_d, Φ_u, n
physical	$H \ (= \phi^0 - v_0)$	$H_1, H_2, A, H^\pm$	$H_1, H_2, H_3, A_1, A_2, H^\pm$
potential	$-\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$	$V_D(\Phi_d, \Phi_u) + V_{\rm soft}$	$V_D(\Phi_d, \Phi_u) + V_F(\Phi_{d,u}, n) + V_{\rm soft}$

mass of the neutral Higgs bosons (tree level)

SM: $m_H = \sqrt{2\lambda} v_0$ with a free parameter λ

MSSM: $m_{H_1} \leq \min \{m_Z, m_A\} \xrightarrow{\text{量子補正}} m_{H_1} < 135\text{GeV}$

実験からの制限: $m_H \geq 114\text{GeV}$ LEPII



⋆ MSSM

$$V_0 = m_1^2\Phi_d^\dagger\Phi_d + m_2^2\Phi_u^\dagger\Phi_u - \left(m_3^2\Phi_d\Phi_u + \text{h.c.}\right) + \frac{g_2^2+g_1^2}{8}\left(\Phi_d^\dagger\Phi_d - \Phi_u^\dagger\Phi_u\right)^2 + \frac{g_2^2}{2}\left|\Phi_d^\dagger\Phi_u\right|^2$$

Higgs場の真空期待値 (order parameters)

$$\langle\Phi_d\rangle = \begin{pmatrix} v_d/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle\Phi_u\rangle = e^{i\theta}\begin{pmatrix} 0 \\ v_u/\sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \left\{ \begin{array}{l} v_0 = \sqrt{v_d^2+v_u^2} = 246\text{GeV} \\ \tan\beta \equiv |v_u/v_d| \end{array} \right.$$

tree-levelの結果

- ▷ no CP violation ($\theta = 0$ by rephasing)
- ▷ $m_A^2 = \dfrac{2\text{Re}(m_3^2 e^{i\theta})}{\sin(2\beta)}, \qquad m_{H^\pm} = m_A^2 + m_W^2$
- ▷ CP-even Higgsのmass^2 matrix:

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} m_A^2\sin^2\beta + m_Z^2\cos^2\beta & -(m_A^2+m_Z^2)\sin\beta\cos\beta \\ -(m_A^2+m_Z^2)\sin\beta\cos\beta & m_A^2\cos^2\beta + m_Z^2\sin^2\beta \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow m_{H_1} \le \min\{m_Z, m_A\}, \quad m_{H_2} \ge \max\{m_Z, m_A\}$$

$m_A \to \infty$ ($i.e.$, $m_{H^\pm} \to \infty$) $\Longrightarrow$ MSSM $\to$ SM with a light Higgs ($\lambda \sim$ gauge coupl.^{2})

one-loop補正 — quark, squark, gauge boson, $\cdots$ の loop 効果

$$V_{\rm eff} = V_0 + \frac{N_C}{32\pi^2}\sum_{q=t,b}\left[\sum_{j=1,2}\left(\bar{m}^2_{\tilde{q}_j}\right)^2\left(\log\frac{\bar{m}^2_{\tilde{q}_j}}{M^2}-\frac{3}{2}\right) - 2\left(\bar{m}^2_q\right)^2\left(\log\frac{\bar{m}^2_q}{M^2}-\frac{3}{2}\right)\right] + \cdots$$

$\bar{m}^2$: mass^2 in the background of $(v_d, v_u e^{i\theta})$

e.g. $m_t^2 = y_t^2 v_u^2/2$, $m^2_{\tilde{t}_j}$ は次の行列の固有値:

$$\mathcal{M}^2_{\tilde{t}} = \begin{pmatrix} m^2_{\tilde{t}_L} + \bar{m}_t{}^2 + \left(\frac{g_2^2}{8}-\frac{g_1^2}{24}\right)(v_d^2 - v_u^2) & -y_t(\mu v_d - A_t{}^* e^{-i\theta} v_u)/\sqrt{2} \\ -y_t(\mu^* v_d - A_t e^{i\theta} v_u)/\sqrt{2} & m^2_{\tilde{t}_R} + \bar{m}_t{}^2 + \frac{g_1^2}{6}(v_d^2 - v_u^2) \end{pmatrix}$$

補正の効果

- ▷ Higgs mass に大きな補正 (top, stop loop から)
- ▷ squark sector の explicit CP violation $\longrightarrow$ Higgs sector
  - $\theta \neq 0$ is induced [$\leftarrow$ global minimum of $V_{\rm eff}(v_d, v_u, \theta)$]
  - scalar-pseudoscalar mixing

$$\mathcal{M}^2_H = \begin{pmatrix} \mathcal{M}^2_S & \mathcal{M}^2_{SP} \\ (\mathcal{M}^2_{SP})^T & \mathcal{M}^2_P \end{pmatrix} \text{ with } \mathcal{M}^2_{SP} \propto y_t^2\, {\rm Im}(\mu A_t)$$

mass eigenstates: (H_1, H_2, H_3)

$$\begin{pmatrix} h_d \\ h_u \\ a \end{pmatrix} = \mathcal{O} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix}, \qquad \mathcal{O}^T \mathcal{M}^2 \mathcal{O} = \mathrm{diag}(m_{H_1}^2, m_{H_2}^2, m_{H_3}^2)$$

gauge and Yukawa interactions

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} \sim g_2 m_W \, g_{VVH_i} \left(W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{Z_\mu Z^\mu}{2\cos^2\theta_W} \right) H_i + \frac{g_2}{2\cos\theta_W} g_{ZH_iH_j} Z^\mu \left(H_i \overleftrightarrow{\partial}_\mu H_j \right)$$

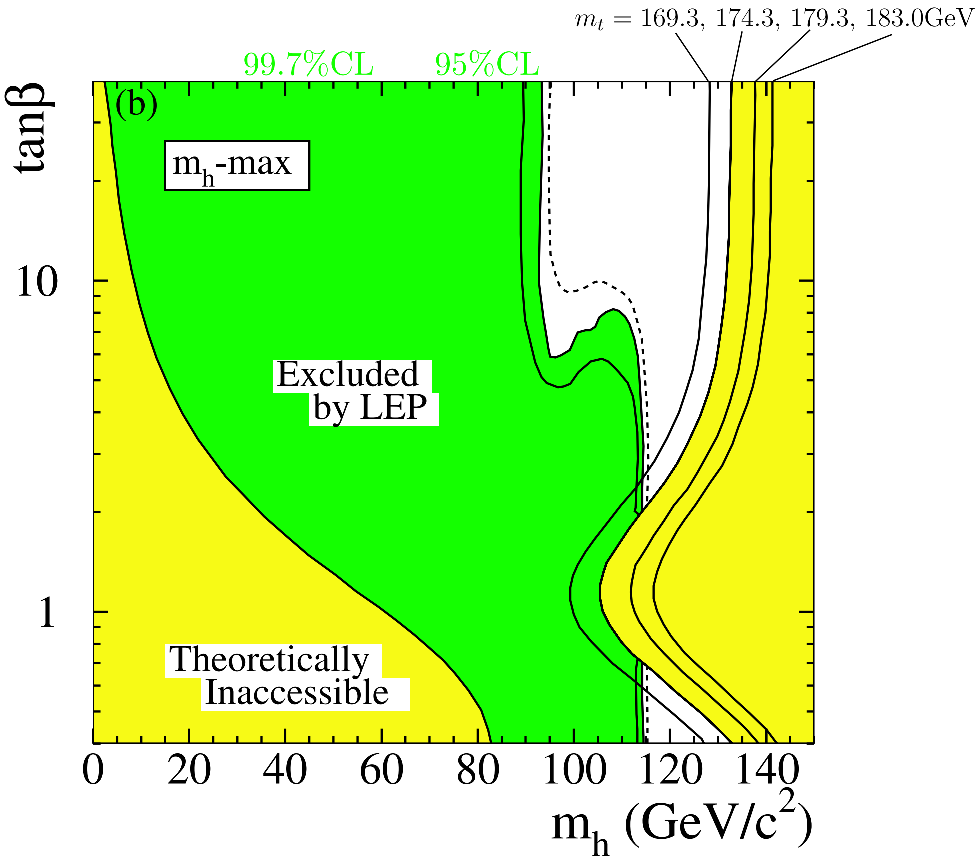
$$\mathcal{L}_Y \sim -\frac{g_2 m_b}{2 m_W} \bar{b}(g^S_{bbh_i} + i\gamma_5 g^P_{bbh_i}) b \, H_i$$

corrections to the couplings [SM: $g_{VVH} = 1$, $g_{ZHH} = 0$, $g_{bbH} = 1$]

$$\begin{aligned} g_{VVH_i} &= O_{1i} \cos\beta + O_{2i} \sin\beta \\ g_{ZH_iH_j} &= \frac{1}{2} \left[(O_{3i} O_{1j} - O_{3j} O_{1i}) \sin\beta + (O_{3i} O_{2j} - O_{3j} O_{2i}) \cos\beta \right] \\ g^S_{bbH_i} &= O_{1i} \frac{1}{\cos\beta}, \quad g^P_{bbH_i} = -O_{3i} \tan\beta, \qquad g^2_{bbH_i} = \left(g^S_{bbH_i} \right)^2 + \left(g^P_{bbH_i} \right)^2 \end{aligned}$$

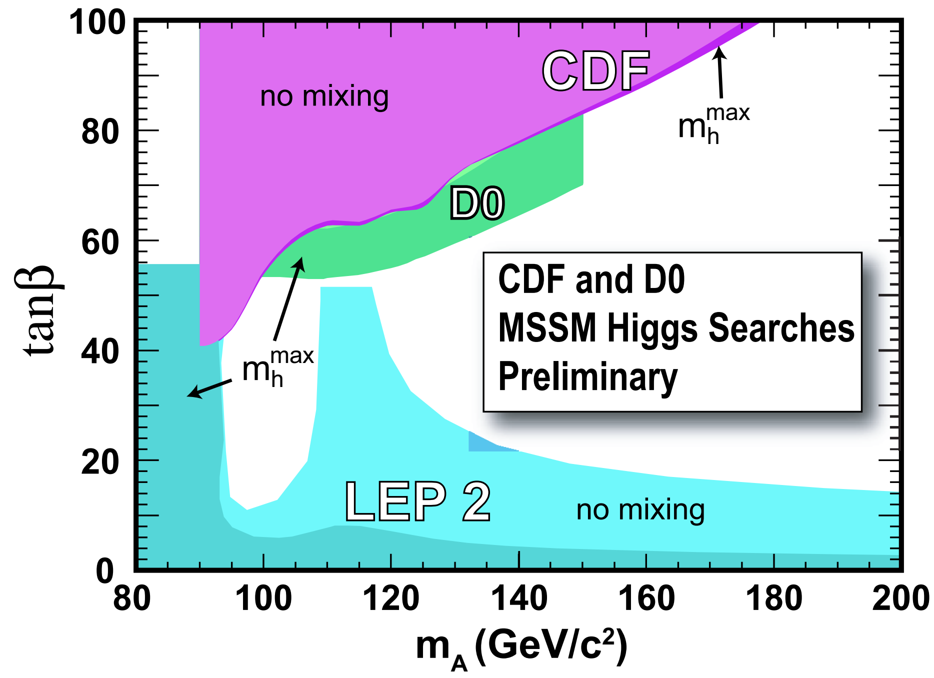
• bound in the CP conserving MSSM

allowed region for the lightest neutral Higgs boson



m_h-max benchmark scenario

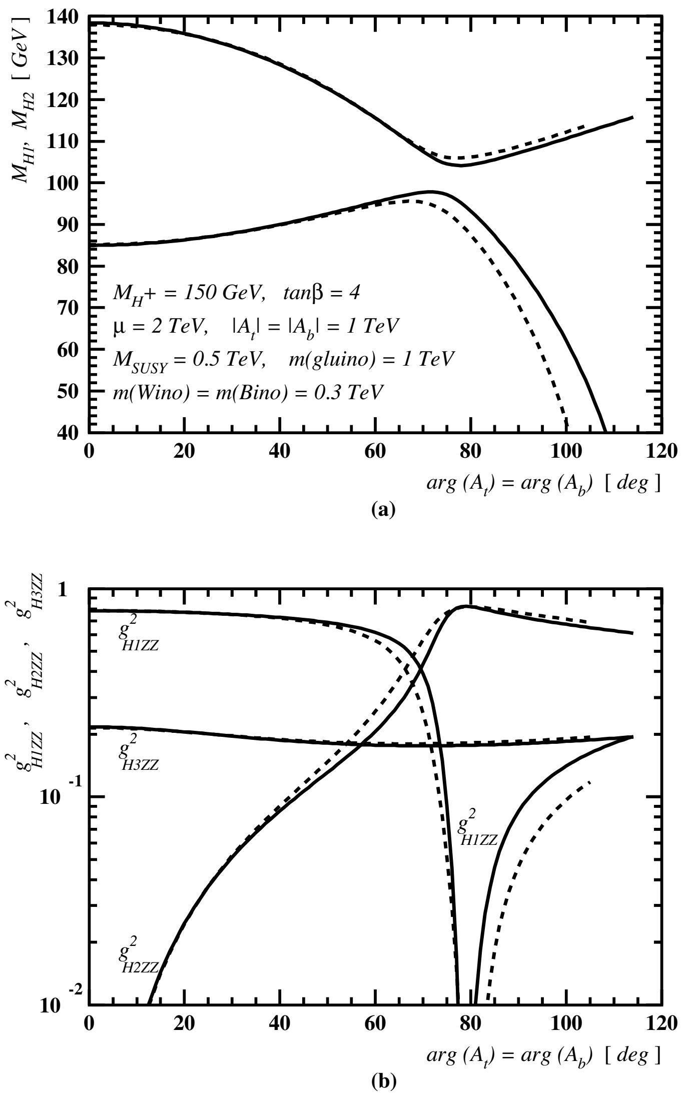
allowed region for the pseudoscalar Higgs boson

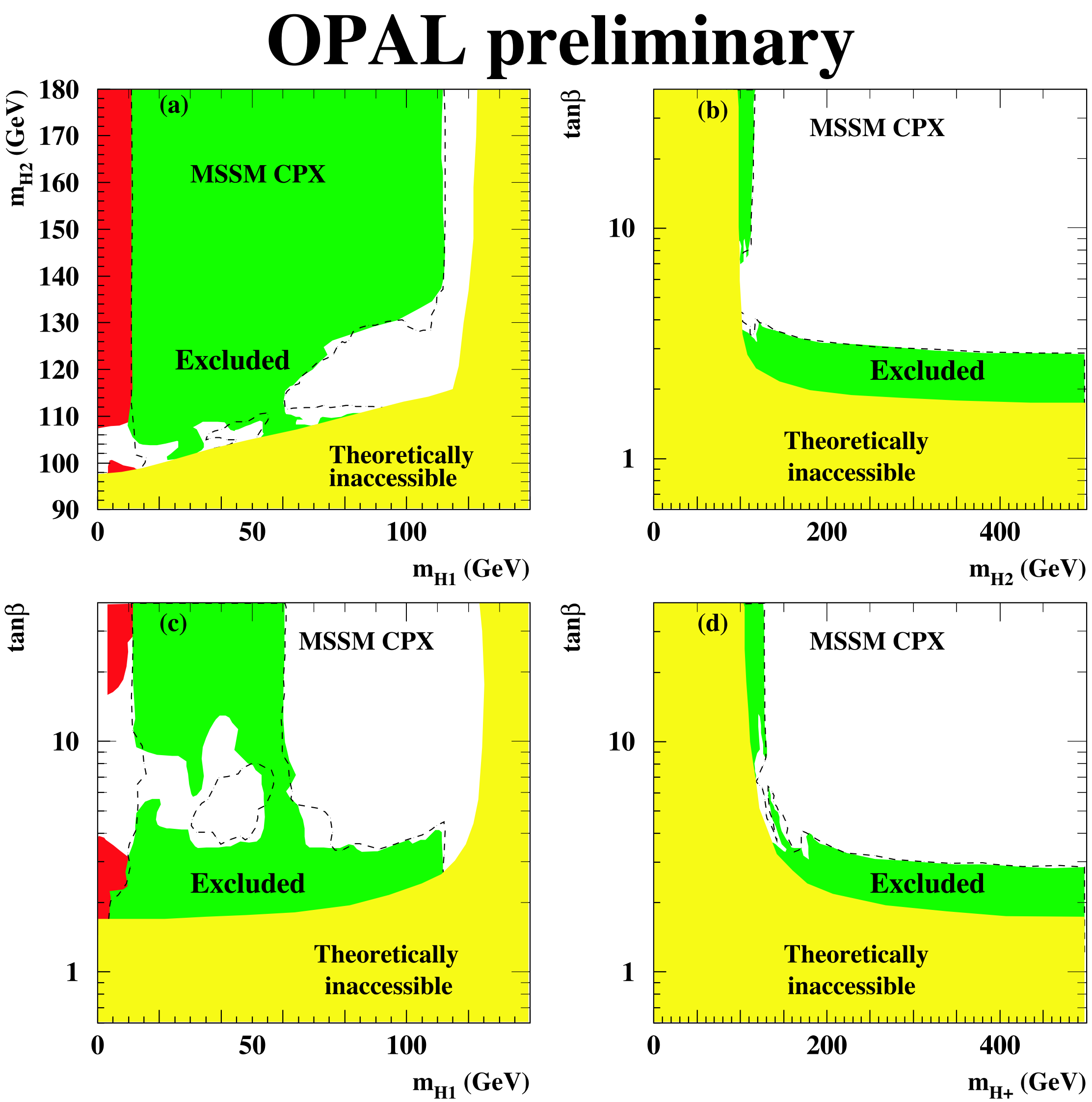


[PDG: W.-M. Yao et al., Journal of Physics G 33, 1 (2006)]

• Large CP violation and light Higgs

[Carena, et al., Nucl. Phys. B586]





OPAL PN524 (July, 2003) CPX scenario

⋆ NMSSM

superpotential

$$\boxed{W = \epsilon_{ij}\left(y_b H_d^i Q^j B - y_t H_u^i Q^j T + y_l H_d^i L^j E - \lambda N H_d^i H_u^j\right) - \frac{\kappa}{3} N^3}$$

$\lambda \langle N \rangle \sim \mu$ in the MSSM

order parameters: $\langle \Phi_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_u \rangle = \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}, \quad \langle n \rangle = \frac{e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} v_n$

tree-level Higgs potential:

$$\begin{aligned} V_0 \quad = \quad & m_1^2 \Phi_d^\dagger \Phi_d + m_2^2 \Phi_u^\dagger \Phi_u + m_N^2 n^* n - \left(\lambda A_\lambda \epsilon_{ij} n \Phi_d^i \Phi_u^j + \frac{\kappa}{3} A_\kappa n^3 + \text{h.c.}\right) \\ & + \frac{g_2^2 + g_1^2}{8} \left(\Phi_d^\dagger \Phi_d - \Phi_u^\dagger \Phi_u\right)^2 + \frac{g_2^2}{2} \left|\Phi_d^\dagger \Phi_u\right|^2 \\ & + |\lambda|^2 n^* n \left(\Phi_d^\dagger \Phi_d + \Phi_u^\dagger \Phi_u\right) + \left|\lambda \epsilon_{ij} \Phi_d^i \Phi_u^j + \kappa n^2\right|^2 \end{aligned}$$

1. $v_n \to \infty$ with $\lambda v_n\ (\sim \mu)$ and κv_n fixed $\Longrightarrow$ MSSM [Ellis, et al, PRD 39]

$\longrightarrow v_n = O(100)$GeVの場合は新しいことが期待できる

2. 5 neutral and 1 charged scalars (3 scalar and 2 pseudoscalar when CP cons.)

3つのCP-even bosonの混合により$g^2_{VVH_1}$が小さくなり、$m_{H_1} \geq 114$GeV の制限から逃れられる。 [Miller, et al. NPB 681]

— Light Higgs Scenario —

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \left(R_\lambda - \frac{\mathcal{R}v_n}{2}\right) v_n \tan\beta + m_Z^2 \cos^2\beta & -\left(R_\lambda - \frac{\mathcal{R}v_n}{2}\right) v_n - m_Z^2 \sin\beta\cos\beta + |\lambda|^2 v_d v_u & -R_\lambda v_u + \mathcal{R} v_u v_n + |\lambda|^2 v_d v_n \\ \cdots & \left(R_\lambda - \frac{\mathcal{R}v_n}{2}\right) v_n \cot\beta + m_Z^2 \sin^2\beta & -R_\lambda v_d + \mathcal{R} v_d v_n + |\lambda|^2 v_u v_n \\ \cdots & \cdots & R_\lambda \frac{v_d v_u}{v_n} + 3R_\kappa v_n + 2|\kappa|^2 v_n^2 \end{pmatrix}$$

ここで、$R_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{Re}\left(\lambda A_\lambda e^{i(\theta_0+\varphi_0)}\right), \quad R_\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{Re}\left(\kappa A_\kappa e^{3i\varphi_0}\right), \quad \mathcal{R} = \mathrm{Re}\left(\lambda\kappa^* e^{i(\theta_0-2\varphi_0)}\right)$

3. CP violation at the tree level: $\mathrm{Im}\left(\lambda A_\lambda e^{i(\theta+\varphi)}\right), \mathrm{Im}\left(\kappa A_\kappa e^{3i\varphi}\right), \mathrm{Im}\left(\lambda\kappa^* e^{i(\theta-2\varphi)}\right)$

⋆ MSSM vs NMSSM

tree-level mass relation (CP-conserving)

$m_{H_1} \leq \min\{m_A, m_Z\}$	$m_{A_1} < \hat{m} < m_{A_2}$
$m_{H_2} \geq \max\{m_A, m_Z\}$	$\hat{m} \gg v_0, v_n$のとき, $m_{S_1} < m_{S_2} < \hat{m} < m_{S_3}$
$m_{H^\pm}^2 = m_A^2 + m_W^2$	$\hat{m}^2 = m_{H^\pm}^2 - m_W^2 + \lvert\lambda\rvert^2 v_0^2/2$

tree-level vacuum

tadpole 条件 $\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial \varphi_i} \right\rangle = 0$ さえ課せば EW vacumm (v_{0d}, v_{0u}) がpotentialの global minimum になっている	tadpole conditionが満たされていても (v_{0d}, v_{0u}, v_{0n}) は必ずしも global minimum ではない

NMSSMはMSSMよりパラメータは多いが、constraintも多い

$\lambda, \kappa, A_\lambda, A_\kappa, m_N^2$

Constraints on the parameters

soft mass: m_1^2, m_2^2, m_N^2 $\leftarrow$ tadpole conditions: $\left\langle \frac{\partial V_{\rm eff}}{\partial h_{d,u,n}} \right\rangle = 0$により、
$(v_0, v_{n0}, \tan\beta)$で決める

$R_\lambda = {\rm Re}(\lambda A_\lambda e^{i(\theta+\varphi)}) \longleftarrow m_{H^\pm}$から決める

即ち、$v_0 = 246$GeVに固定。$(v_{n0}, \tan\beta, m_{H^\pm})$をinput

残りの$\lambda, \kappa, A_\kappa$とloop補正で関係するsquark sectorのsoft mass, A-termをfreeにして、次の2条件を課す：

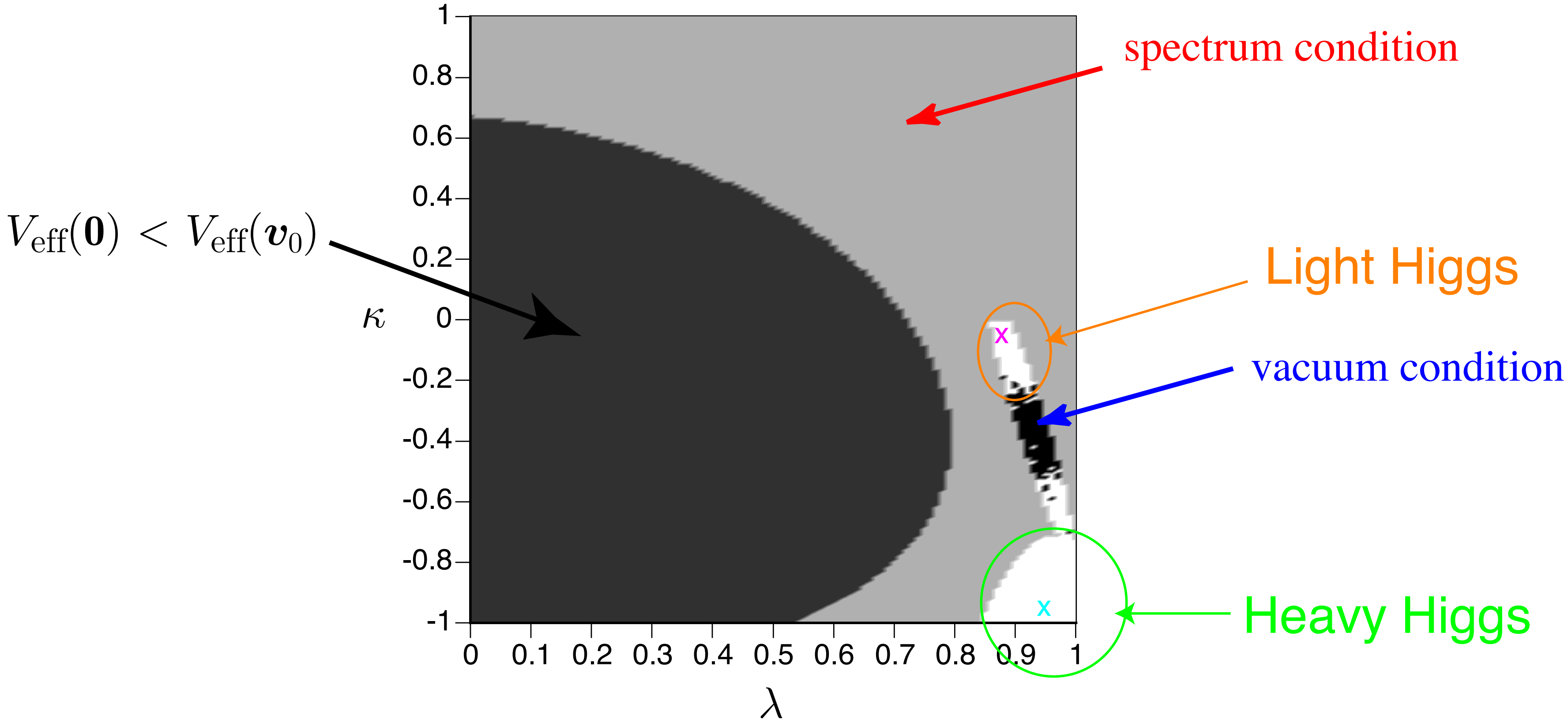
1. **vacuum condition**

   指定した$(v_0, v_{0n}, \tan\beta_0)$が$V_{\rm eff}$のglobal minimumであること。

2. **spectrum condition**

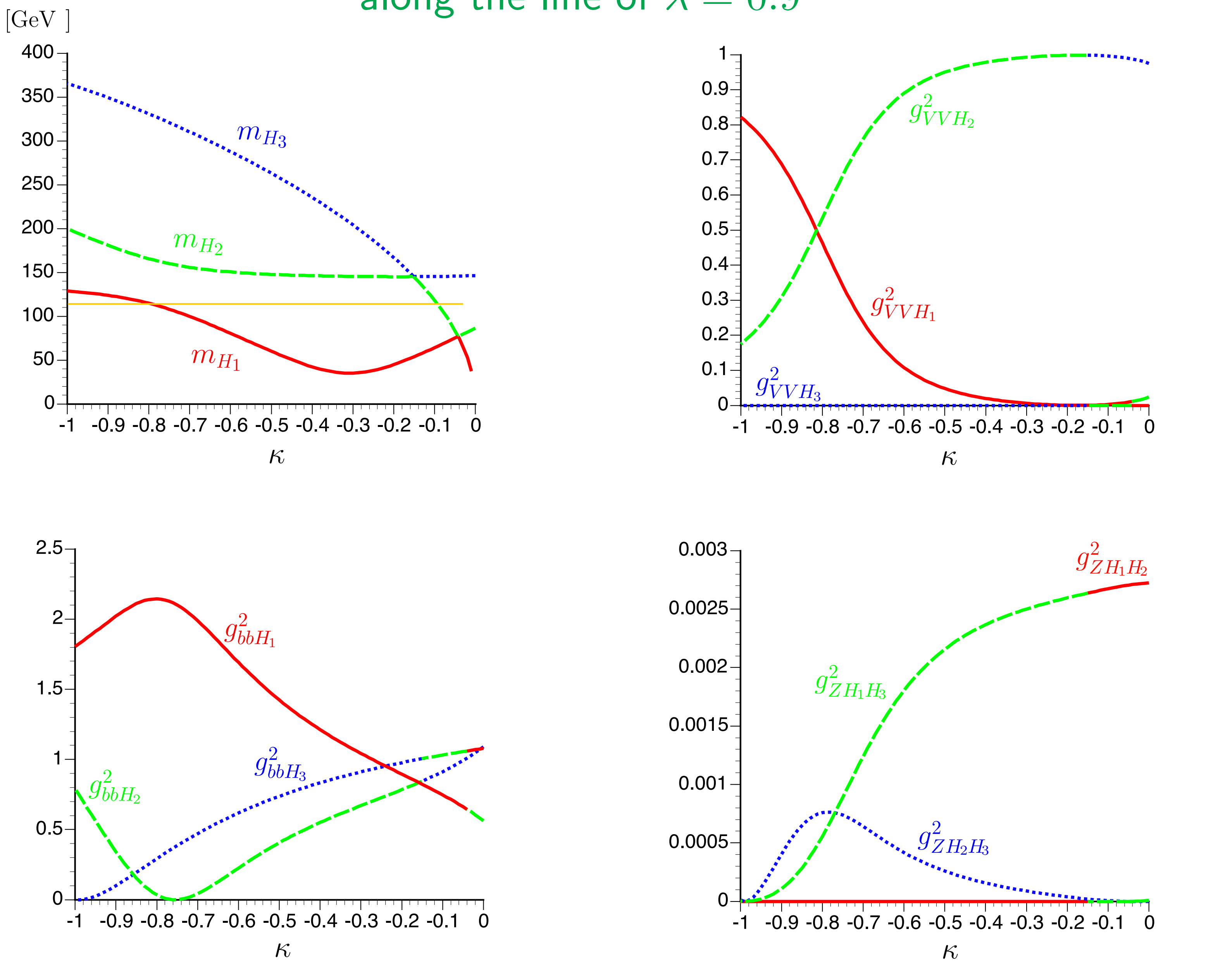
   weak gauge bosonとの結合が大きい($|g_{VVH}| > 0.1$)Higgs質量固有状態は114GeVより重いこと。

$e.g.$, $\tan\beta_0 = 3$, $v_{0n} = 200$GeV, $m_{H^\pm} = 400$GeV, $A_\kappa = -200$GeV, heavy squark



λ	κ	m_{H_1}	m_{H_2}	m_{H_3}	m_{H_4}	m_{H_5}	$g^2_{VVH_1}$	$g^2_{VVH_2}$	$g^2_{VVH_3}$	$g^2_{VVH_4}$	$g^2_{VVH_5}$
0.9	-0.05	75.0	83.5	145.7	436.0	448.2	0.0094	0	0.9897	0.0009	0
0.95	-0.95	139.6	180.9	360.3	425.4	456.4	0.828	0.170	0	0	0.0028

along the line of $\lambda = 0.9$



実際にすること:

次のパラメータ領域をスキャンする

$$\tan\beta_0 = 2 - 30, \qquad v_{0n} = 100 - 1000\mathrm{GeV}, \qquad m_{H^\pm} = 100 - 5000\mathrm{GeV},$$

$$-1000\mathrm{GeV} \le A_\kappa \le 0, \qquad 0 \le \lambda \le 1, \qquad -1 \le \kappa \le 1$$

squark sector については次の 3 つのセットに固定

$$(m_{\tilde{q}_L}, m_{\tilde{t}_R} = m_{\tilde{b}_R}) = \begin{cases} (1000\mathrm{GeV}, 800\mathrm{GeV}) & \text{heavy-squark} \\ (1000\mathrm{GeV}, 10\mathrm{GeV}) & \text{light-squark-1} \\ (500\mathrm{GeV}, 10\mathrm{GeV}) & \text{light-squark-2} \end{cases}$$

$$A_t = A_b = 20\mathrm{GeV}$$

$$\Downarrow$$

Light Higgs Scenario が可能なパラメータ・セットをマークし、
代表点について有限温度での振る舞いを調べる

[KF and Tao, Prog. Theor. Phys. 113 ('05)]

§5 Phase Transitions in the MSSM and NMSSM

⋆ MSSM order parameter: v_d, v_u (CPが破れるならθも)

$\longrightarrow$ 2(3)次元空間での$V_{\rm eff}(\boldsymbol{v};T)$の最小値問題 at each T

$$V_{\rm eff}(\boldsymbol{v};T) = V_{\rm eff}(\boldsymbol{v};T=0) + 6\sum_{q=t,b}\sum_{j=1,2}\frac{T^4}{2\pi^2}I_B\left(\frac{\bar{m}_{\tilde{q}_j}}{T}\right) + \cdots,$$

where $m^2_{\tilde{t}_j}$ is the eigenvalues of

$$\mathcal{M}^2_{\tilde{t}} = \begin{pmatrix} m^2_{\tilde{t}_L}+\left(\frac{g_1^2}{24}-\frac{g_2^2}{8}\right)(v_u^2-v_d^2)+\frac{y_t^2}{2}v_u^2 & \frac{y_t}{\sqrt{2}}\left(\mu v_d + A(v_u e^{-i\theta})\right) \\ * & m^2_{\tilde{t}_R}-\frac{g_1^2}{6}(v_u^2-v_d^2)+\frac{y_t^2}{2}v_u^2 \end{pmatrix}$$

light stop scenario [de Carlos & Espinosa, NPB '97]

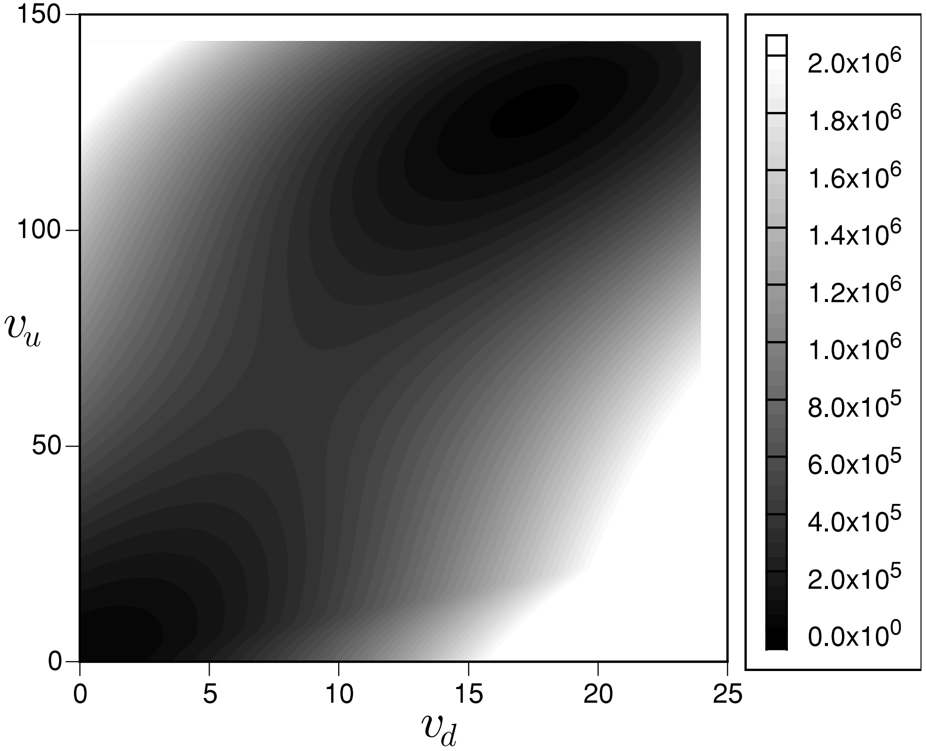
$m^2_{\tilde{t}_L}=0$ or $m^2_{\tilde{t}_R}=0 \Longrightarrow$ smaller eigenvalue: $m^2_{\tilde{t}_1}\sim O(v^2)$

$\therefore$ high-T expansion: $\Delta_{\tilde{t}}V_{\rm eff}(\boldsymbol{v};T)\Rightarrow -3\,\frac{T}{6\pi}(m^2_{\tilde{t}_1})^{3/2}\sim -Tv^3$ $\quad\longrightarrow$ 1st order PT

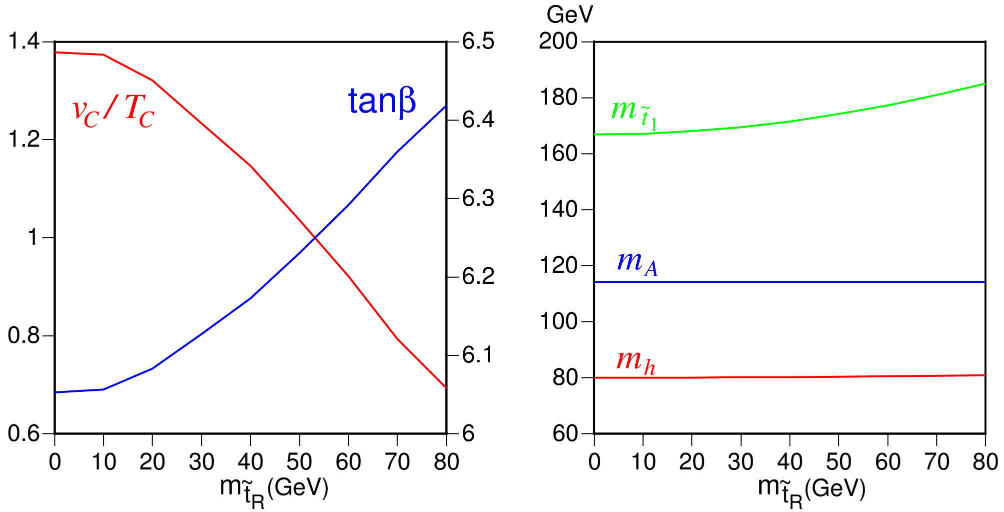
more effective for larger y_t — smaller $\tan\beta$

An example: $\tan\beta = 6$, $m_h = 82.3$GeV, $m_A = 118$GeV, $m_{\tilde{t}_1} = 168$GeV$< m_t$

$T_C = 93.4$GeV, $v_C = 129$GeV [KF, PTP101('99)]



$V_{\rm eff}(v_d, v_u, \theta = 0; T_C)$

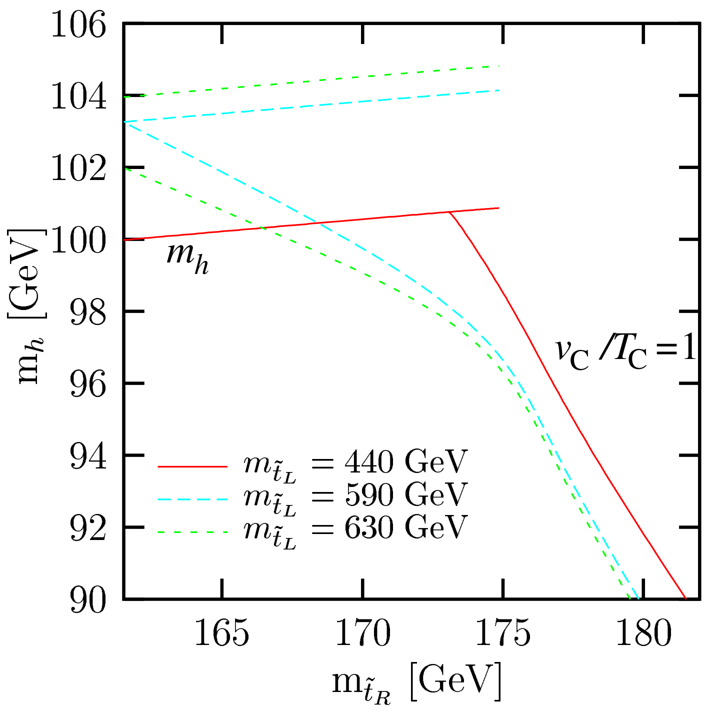


$m_{\tilde{t}_R}$-dependence $(\tan\beta = 6)$

Lattice MC studies

- 3d reduced model [Laine et al. hep-lat/9809045]
  strong 1st order for $m_{\tilde{t}_1} \lesssim m_t$ and $m_h \leq 110$GeV

- 4d model [Csikor, et al. hep-lat/0001087]
  with $SU(3)$, $SU(2)$ gauge bosons, 2 Higgs doublets, stops, sbottoms
  $A_{t,b} = 0$, $\tan\beta \simeq 6$ $\longrightarrow$ agreement with the perturbation theory within the errors



$m_A = 500$ GeV

$v_C/T_C > 1$
below the steeper lines

$\Downarrow$

max. $m_h = 103 \pm 4$ GeV
for $m_{\tilde{t}_L} \simeq 560$ GeV

⋆ NMSSM　order parameter: v_d, v_u, v_n (CPが破れるならθ, φも)

⟶ 3(5)次元空間での$V_{\rm eff}(\boldsymbol{v};T)$の最小値問題 at each T

naiveな議論

[Pietroni, NPB402 ('93)]

tree-levelでv^3項が存在: $V_0 \ni -\left(\lambda A_\lambda \epsilon_{ij} n \Phi_d^i \Phi_u^j + \frac{\kappa}{3} A_\kappa n^3 + \text{h.c.}\right)$

$$\text{order parameters}: \begin{cases} v_d = v\cos\beta(T) = y\cos\alpha(T)\cos\beta(T), \\ v_u = v\sin\beta(T) = y\cos\alpha(T)\sin\beta(T), \\ v_n = y\sin\alpha(T) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{1}{2}\left((m_1^2\cos^2\beta + m_2^2\sin^2\beta)\cos^2\alpha + m_N^2\sin^2\alpha\right) y^2 \\ &\qquad - \left(R_\lambda\cos^2\alpha\sin\alpha\cos\beta\sin\beta + \frac{1}{3}R_\kappa\sin^3\alpha\right) y^3 + \cdots . \end{aligned}$$

⟶ 強い一次転移 ?

1 変数 y による parametrization は出来ない！ doublet $\leftrightarrow$ single の特別な対称性は無い

一般に相転移の次数は $\left\{ \begin{array}{c} \text{空間の次元} \\ \textbf{内部対称性} \end{array} \right\}$ に依る。(universality class)

可能な相と相転移

phase	order parameters	symmetries
EW	$v \neq 0,\ v_n \neq 0$	fully broken
I, I′	$v = 0,\ v_n \neq 0$	local $SU(2)_L \times U(1)_Y$
II	$v \neq 0,\ v_n = 0$	global $U(1)$
SYM	$v = v_n = 0$	$SU(2)_L \times U(1)_Y$, global $U(1)$

global $U(1)$: $v_u e^{i\theta} = v_2 + iv_3 \mapsto e^{i\alpha}(v_2 + iv_3)$ in the subspace of $v_n = 0$

phase-I : heavy Higgs phase-I′: light Higgs

４つの型の相転移

A: SYM $\rightarrow$ I $\Rightarrow$ EW B: SYM $\rightarrow$ I′ $\Rightarrow$ EW

C: SYM $\Rightarrow$ II $\rightarrow$ EW D: SYM $\Rightarrow$ EW

expamles of the phase transitions in the CP-conserving case

common parameters: $\tan\beta_0 = 5$, $v_{0n} = 200$GeV, $A_\kappa = -100$GeV

A	$m_{H^\pm} = 600$GeV	$(\lambda, \kappa) = (0.9, -0.9)$	light-squark-1
B	$m_{H^\pm} = 600$GeV	$(\lambda, \kappa) = (0.85, -0.1)$	heavy-squark
C	$m_{H^\pm} = 600$GeV	$(\lambda, \kappa) = (0.82, -0.05)$	light-squark-1
D	$m_{H^\pm} = 700$GeV	$(\lambda, \kappa) = (0.96, -0.02)$	light-squark-2

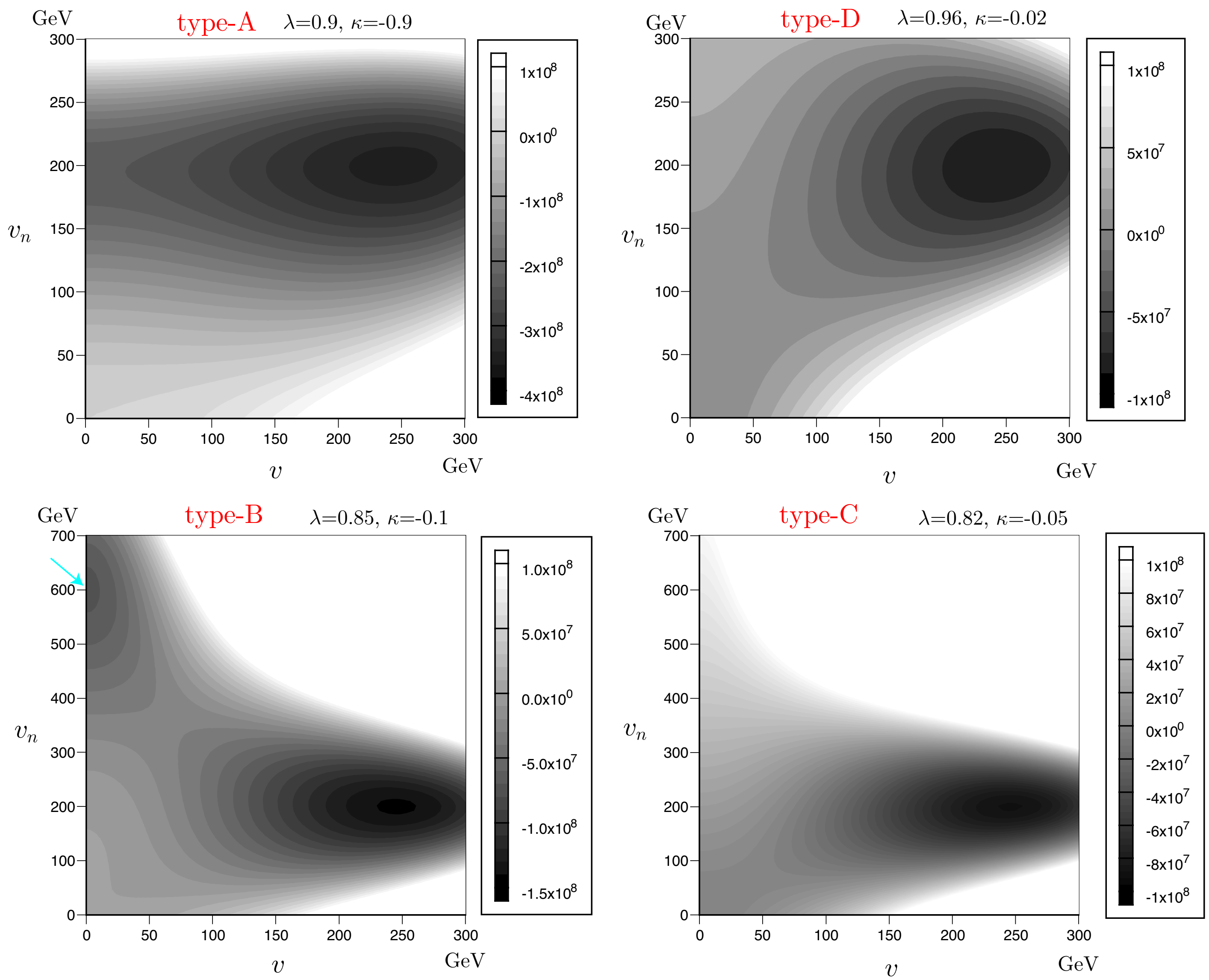
Higgs spectrum and VVH-couplings

		H_1	H_2	H_3	H_4	H_5
A	m_{H_i}(GeV)	119.53	203.59	265.74	617.24	637.47
	$g^2_{VVH_i}$	0.9992	5.926×10^{-4}	0	0	1.884×10^{-4}
B	m_{H_i}(GeV)	38.89	75.31	131.11	625.61	627.95
	$g^2_{VVH_i}$	6.213×10^{-8}	0	0.9999	6.816×10^{-5}	0
C	m_{H_i}(GeV)	42.24	63.49	117.25	625.09	627.44
	$g^2_{VVH_i}$	0.00188	0	0.9980	9.541×10^{-5}	0
D	m_{H_i}(GeV)	41.88	58.62.08	115.15	730.51	734.58
	$g^2_{VVH_i}$	0	1.015×10^{-4}	0.9997	1.632×10^{-4}	0

A: heavy Higgs (MSSM-like), B, C, D: light Higgs

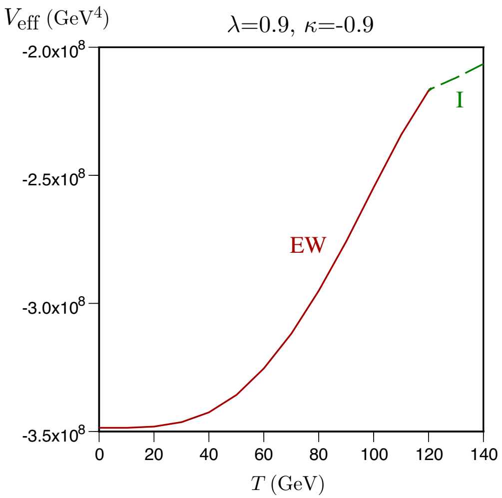
reduced effective potential (doublet-singlet平面での $V_{\rm eff}$)

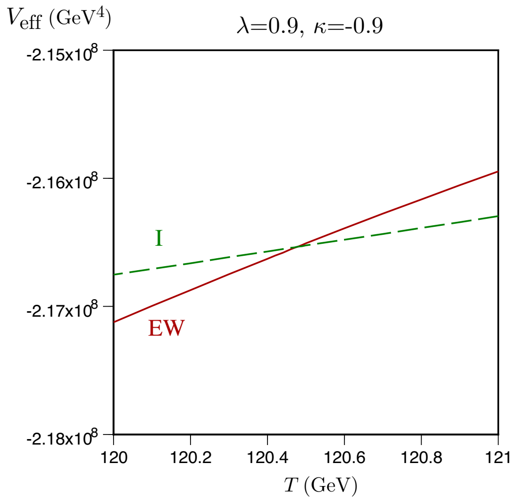
$$\tilde{V}_{\rm eff}(v, v_n; T) = V_{\rm eff}(v\cos\beta(T), v\sin\beta(T), 0, v_n, 0; T) - V_{\rm eff}(0,0,0,0,0;T)$$



$\star$ Phase transitionの進み方 — 各local min. の V_{eff}

type-A



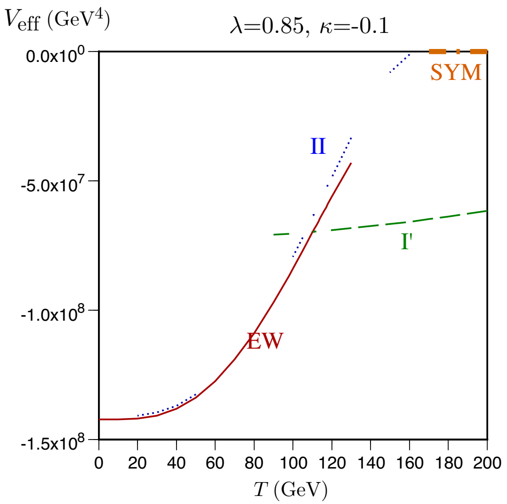


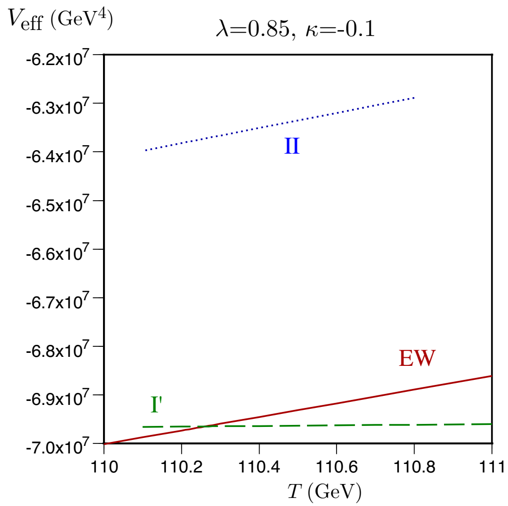
$$(v, v_n) = (106.92, 194.23)(\text{GeV})$$

$$\downarrow T_C = 120.47\text{GeV}$$

$$(0, 192.75)(\text{GeV})$$

type-B



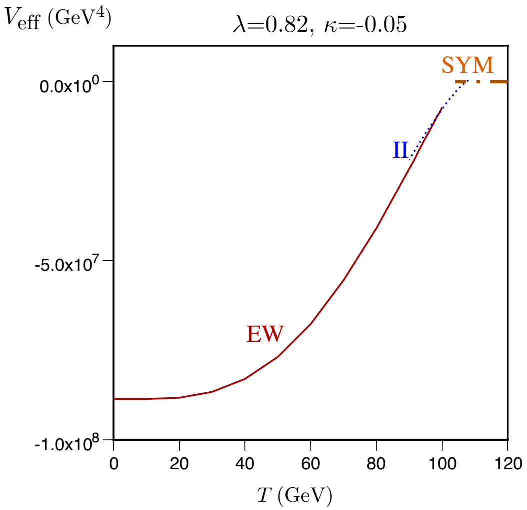


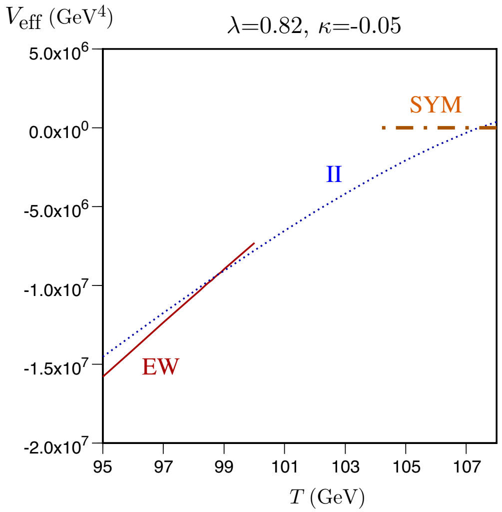
$$(v, v_n) = (208.13, 248.85)(\text{GeV})$$

$$\downarrow T_C = 110.26\text{GeV}$$

$$(0, 599.93)(\text{GeV})$$

type-C





$$(v, v_n) = (194.27, 173.75)(\text{GeV})$$

$$\downarrow T_N = 98.76\text{GeV}$$

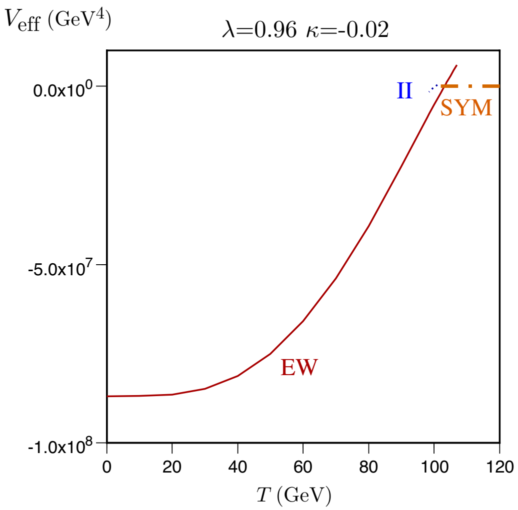
$$(165.97, 0)(\text{GeV})$$

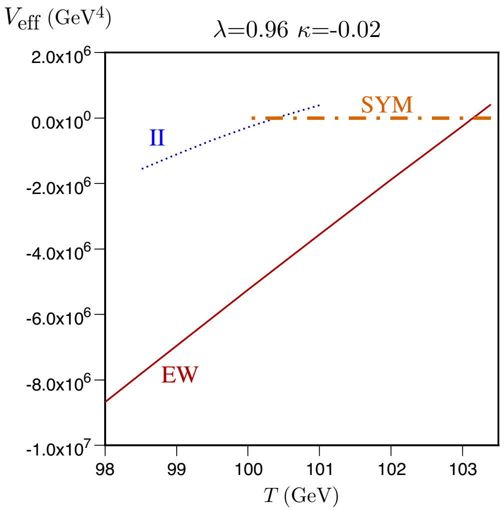
$$(109.54, 0)(\text{GeV})$$

$$\downarrow T_C = 107.44\text{GeV}$$

$$(0, 0)$$

type-D





$$(v, v_n) = (182.49, 192.26)(\text{GeV})$$

$$\downarrow T_C = 103.14\text{GeV}$$

$$(0, 0)$$

type-A MSSM-like EWPT — proceeds along almost constant $v_n \neq 0$

a light stop is needed for it to be strongly first order

type-B new type of 2-stage PT

leap from $(v(T_{C-}), v_n(T_{C-}))$ to $(0, v_n(T_{C+}))$

strongly first order EWPT (no light stop is needed)

type-C new type of 2-stage PT

EWPT proceeds along $v_n = 0$

a light stop is needed for it to be strongly first order

type-D 1-stage PT (so far mainly considered in the NMSSM)

a light stop is needed for the EWPT to be strongly first order

type-B,C,D — light-Higgs scenario — NMSSM特有の相転移

§6 Summary

EW Baryogenesis

⋆ 検証可能な素粒子模型にのみ基づく

⋆ 陽子崩壊の問題がない

２つの理由で**標準模型の拡張**が必要

⋆ CP violation

new sources of CP violation EDM, precise measurements of CP-viol. BR

μ, A_q, gaugino masses, θ, $\cdots$ in SUSY models

⋆ strongly 1st-order EWPT extra scalars: 2HDM, MSSM, NMSSM, $\cdots$

$\Longrightarrow$ Higgs spectrum and couplings LHC, ILC, ...

Higgs spectrum と電弱相転移(EWPT)の関係

- $m_H > 120\text{GeV} \Longrightarrow$ 1st-order EWPT in the MSSM **X**
- $m_H > 135\text{GeV} \Longrightarrow$ MSSM **X**
  NMSSM (light Higgs for 1st-order EWPT)
  2HDM, etc.

NMSSMでの相転移

- 4つの相 EW, SYM, I(I′,) II
- 4つの型の相転移, 3つは2段階型
  heavy Higgs $\Longrightarrow$ MSSM-like EWPT
  light Higgs $\Longrightarrow$ strongly 1st order EWTP

NMSSM in the light Higgs scenario with heavy charged Higgs $(m_{H^\pm} > 300\text{GeV})$

$$m_{H_1} < m_{H_2} < 114\text{GeV} < m_{H_3} < m_{H^\pm} < m_{H_4} < m_{H_5}$$

$$g^2_{VVH_1},\ g^2_{VVH_2} \ll 1$$

$\simeq$ Minimal SM with 1st order EWPT (type-B), extra CP violation

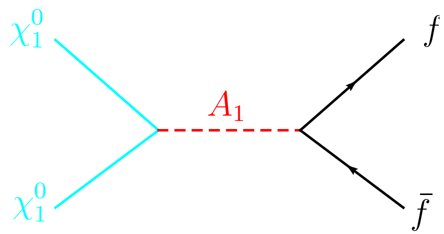
Minimal SMと区別できない？

— Yukawa結合に現れるmixingを測る $\leftarrow$ Higgs decayの分岐比

もしLHC(will start at Dec. 07, 14TeV)**で**

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{SUSY particle} \\ \text{Higgs boson } (m_H > 135\text{GeV}) \end{array} \right\}$$ が見つかれば、**NMSSM**が有望

⋆ Light-Higgs scenarioでのDark Matter



light neutralino CDMが可能

[Gunion, Hooper and McElrath, Phys. Rev. D73 ('06)]