宇宙のバリオン数生成

佐賀大学
船久保　公一

金沢夏の学校
2010年8月28,29日@岐阜県高山市

講義のプラン

- ⭐ビッグバン宇宙論の復習
- ⭐バリオン数生成の概観
- ⭐スファレロン過程
- ⭐レプトン数生成
- ⭐電弱バリオン数生成

宇宙の物質・反物質　非対称性

相対論的局所場の理論

すべての粒子には、
同質量・同スピン・逆電荷の反粒子が存在

粒子＝反粒子　　光子, Z^0, H^0, ...

素粒子の基本法則
粒子と反粒子の入れ替えについて
「ほとんど」対称的

C, CP対称性

観測的事実

宇宙には物質しか存在しない

地球・月・太陽系

天の川銀河

天の川からの宇宙線

$$\frac{\text{反陽子}}{\text{陽子}} = 10^{-4}$$

２次粒子とconsistent

遠方の銀河・銀河団

遠方の銀河が反物質でできている可能性

宇宙論的に厳しい　(後述)

Steigman, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 14 ('76)

ビッグバン宇宙論の概要

Kolb and Turner, The Early Universe

自然単位系 $c = \hbar = 1$ $k_B = 1$

Einstein方程式

$$R_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(x)R(x) + \Lambda g_{\mu\nu}(x) = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Friedmann-Robertson-Walker時空

一様・等方空間

$$ds^2 = dt^2 - R_0^2 a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right]$$

スケール因子

曲率パラメータ

現在 $a(t_0) = 1$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{closed} \\ 0 & \text{flat} \\ -1 & \text{open} \end{cases}$$

エネルギー運動量も空間的に一様

$$T^{\mu}{}_{\nu} = \mathrm{diag}\left(\rho(t), P(t), P(t), P(t)\right)$$

Friedmann方程式 $$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{k}{R_0^2 a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

エネルギー保存則 $$\frac{d}{dt}\left(\rho(t)a(t)^3\right) = -P(t)\frac{d}{dt}\left(a(t)^3\right)$$

状態方程式 $$P(t) = w\rho(t)$$

放射 $w = \frac{1}{3}$ $\rho_r(t) \propto a(t)^{-4}$

物質 $w = 0$ $\rho_m(t) \propto a(t)^{-3}$

真空 $w = -1$ $\rho_\Lambda(t) \propto a(t)^{0}$

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_r(t) + \rho_m(t) + \rho_\Lambda\right) - \frac{k}{R_0^2 a^2}$$

Hubbleパラメータ

$$\rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{1}{H_0^2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3H_0^2}\left(\frac{\rho_r(t_0)}{a^4} + \frac{\rho_m(t_0)}{a^3} + \rho_\Lambda\right) - \frac{k}{R_0^2 H_0^2 a^2} \\ &= \frac{\Omega_{r0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \Omega_{\Lambda 0} - \frac{K_0}{a^2}\end{aligned}}$$

時期(a)により優勢な成分が変わる

臨界密度 $\rho_{C0} \equiv \dfrac{3H_0^2}{8\pi G}$

密度パラメータ $\Omega_{r0} \equiv \dfrac{\rho_r(t_0)}{\rho_{C0}}$, etc

$$1 = \Omega_{r0} + \Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda 0} - K_0$$

$K_0 = \Omega_{r0} + \Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda 0} - 1$ の符号で宇宙の「形」が決まる

$(H_0, \Omega_{r0}, \Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda 0}) \longrightarrow$ スケール因子の時間発展

$H_0 = 100h\,\mathrm{km/s/Mpc}$ 唯一の次元を持つパラメータ

密度パラメータの決定

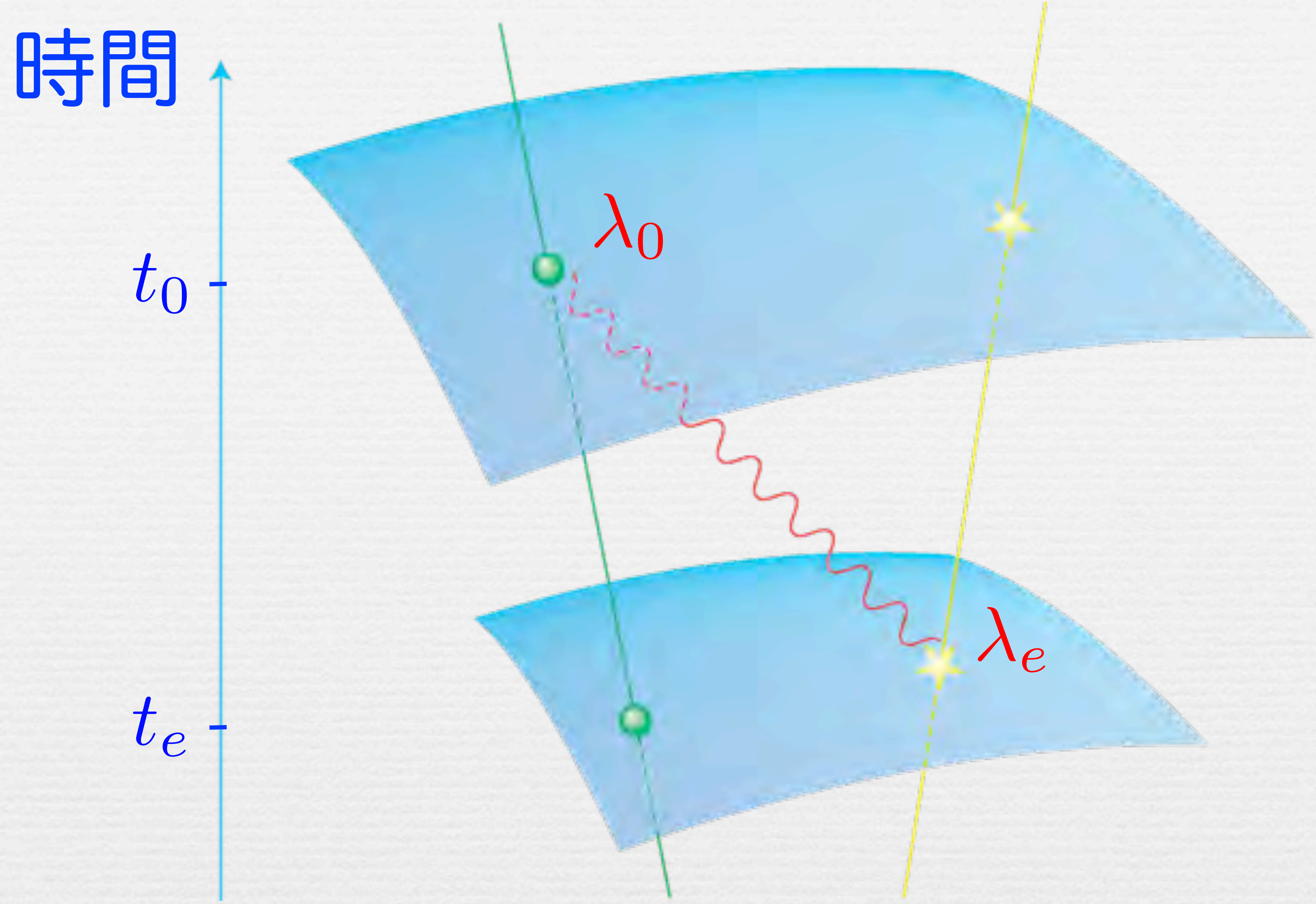
- 遠方の超新星(z>0.1)の赤方偏移と光度距離
- 宇宙背景放射の揺らぎの相関

Dodelson, Modern Cosmology

$h, \Omega_m h^2, \Omega_B h^2, \Omega_\Lambda, \cdots$ をパラメータとして、

光子脱結合前後の、一様分布関数からの揺らぎの発展

光子の温度揺らぎの相関 $\langle \frac{\delta T(\boldsymbol{x})}{T} \frac{\delta T(\boldsymbol{y})}{T} \rangle$



$$1 + z = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}$$

赤方偏移

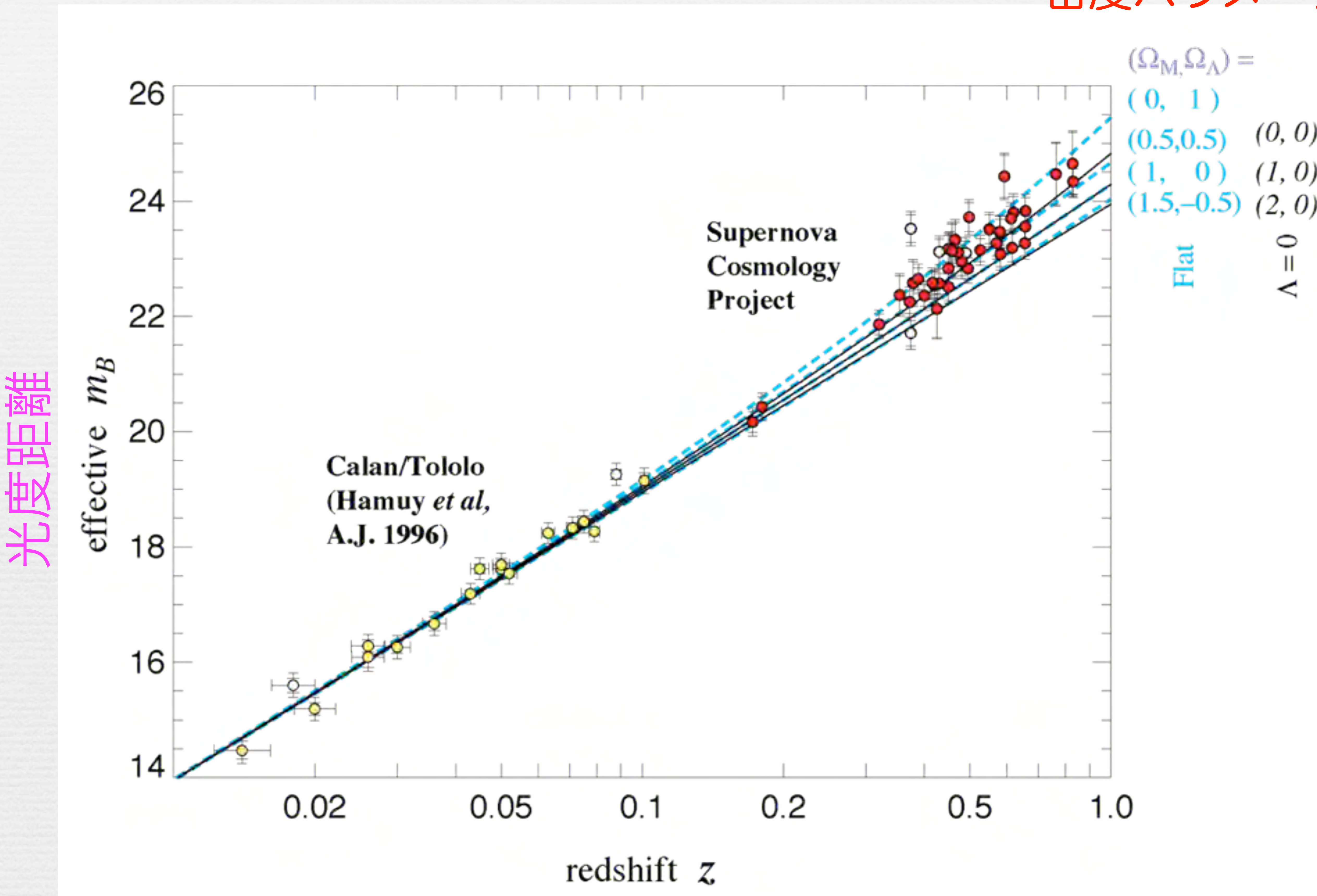
高精度

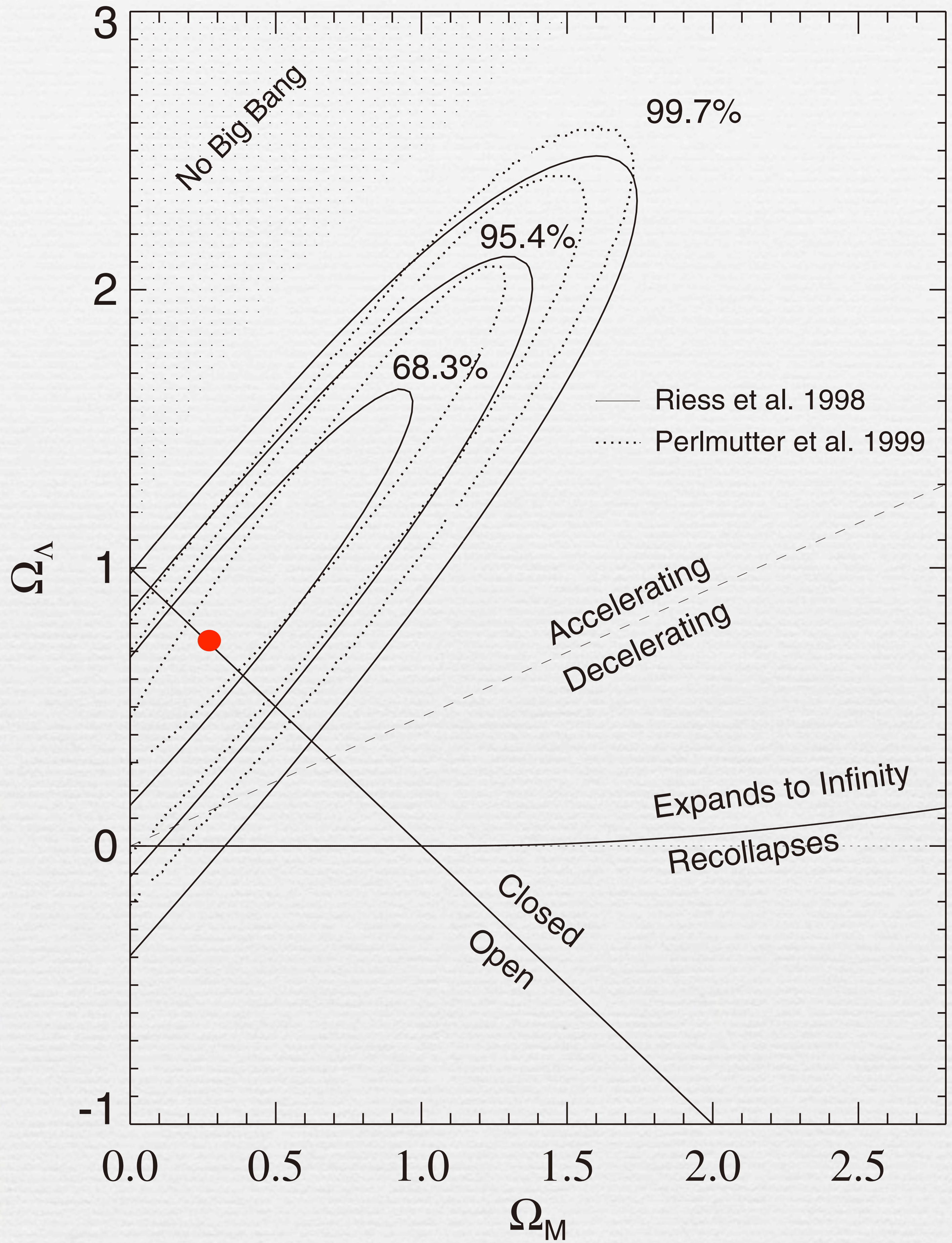
多数の天体について z と t_e の関係 ⟶ $a(t)$ の関数形

いつ星を出た光か？　平坦定常時空なら距離＝時間

赤方偏移と星までの光度距離の関係が
宇宙論的パラメータに依存

密度パラメータ


光度距離
effective m_B
redshift z
Calan/Tololo
(Hamuy *et al*,
A.J. 1996)
Supernova
Cosmology
Project
$(\Omega_M, \Omega_\Lambda) =$
(0, 1)
(0.5,0.5)
(1, 0)
(1.5,–0.5)
(0, 0)
(1, 0)
(2, 0)
Flat
$\Lambda = 0$



最も確からしい
密度パラメータ

95%以上の確率で

$\Omega_\Lambda \neq 0$

宇宙が平坦なら

$\Omega_\Lambda \simeq 0.7$

$\Omega_m \simeq 0.3$

７割が未知のエネルギー

背景放射の温度揺らぎ　光子脱結合前後

超新星の距離と赤方偏移　天体形成後

バリオン密度パラメータは決定できない

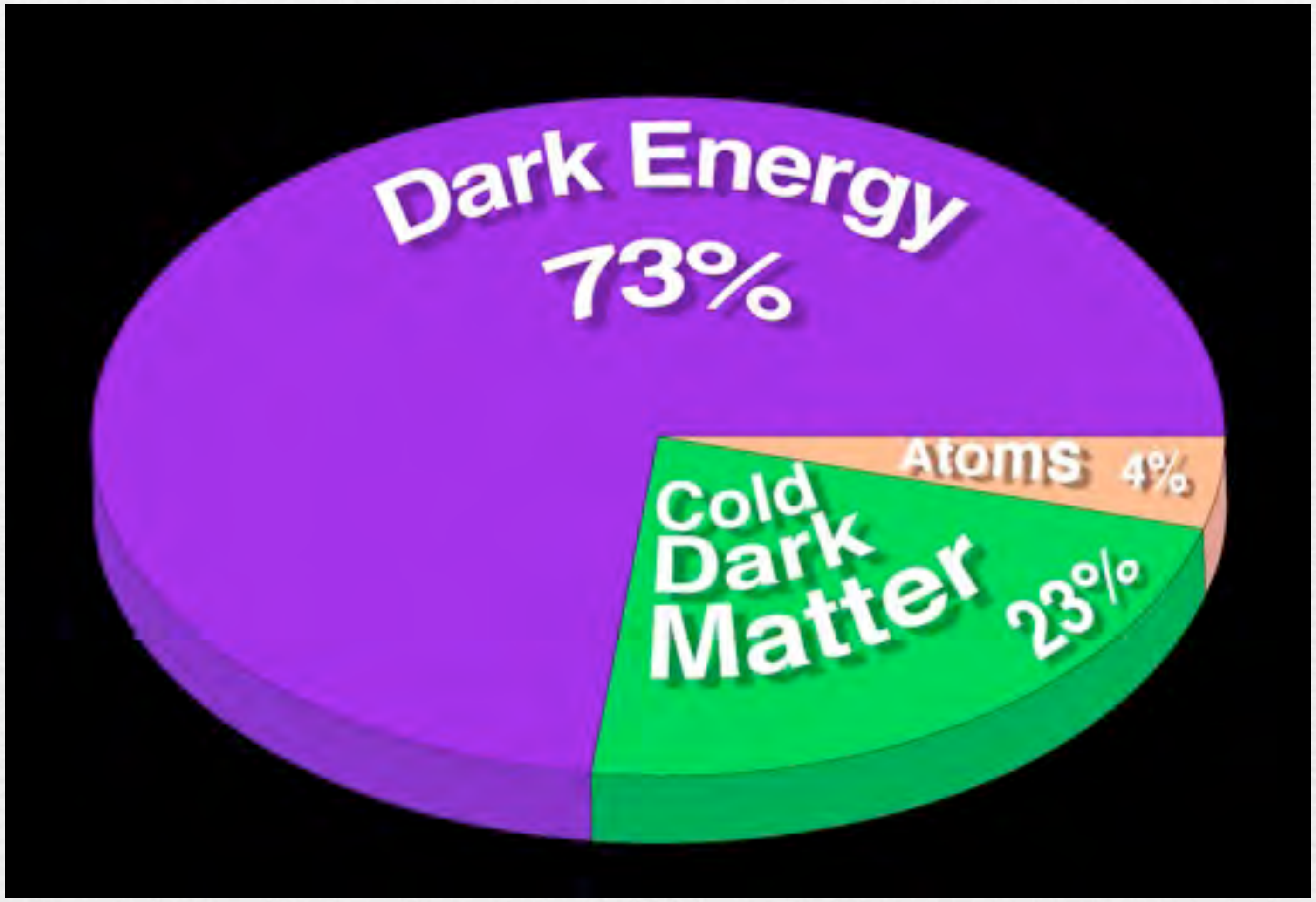
異なる物理から同じ結果

ダークエネルギー　73%

質量のある物質　27%

陽子・中性子　4%

ダークマター　23%



バリオンの量は元素合成の理論の値と一致

Thermal History of the Universe

統計力学の復習

粒子数密度 $$n = g\int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{(\epsilon_p-\mu)}\mp 1} \overset{m,\mu\ll T}{\simeq} g\begin{Bmatrix}1\\3/4\end{Bmatrix}\frac{\zeta(3)}{\pi^2}T^3$$

エネルギー密度 $$\epsilon = g\int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\frac{\epsilon_p}{e^{(\epsilon_p-\mu)}\mp 1} \overset{m,\mu\ll T}{\simeq} g\begin{Bmatrix}1\\7/8\end{Bmatrix}\frac{\pi^2}{30}T^4$$

エントロピー密度 $$s \simeq g\begin{Bmatrix}1\\7/8\end{Bmatrix}\frac{2\pi^2}{45}T^3$$

$$s \simeq \frac{2\pi^2}{45}g_{*S}T^3 = \frac{2\pi^2}{45}\left(\sum_B g_B(T) + \frac{7}{8}\sum_F g_F(T)\right)T^3$$

断熱膨張 $$\boxed{g_{*S}T^3a^3 = \mathrm{const.}}$$

膨張宇宙と統計力学

空間の膨張率 $H(T) = \left.\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right|_T < \Gamma_A(T)$ 過程Aの反応率

反応の断面積

関与する粒子の密度

過程Aは化学平衡

運動学的平衡と化学平衡

放射優勢期で光子と化学平衡にある粒子は同じ温度

数密度などは平衡分布で決まる

ある粒子が平衡から外れること＝脱結合(decoupling)

温度とイベント

光子の脱結合 $T_{\rm dec} \simeq 0.26{\rm eV}$ $\Gamma_\gamma = n_e \sigma_T = H(T_{\rm dec})$

Thomson cross section

放射・物質等価期 $T_{\rm eq} \simeq 5.5\Omega_{m0}h^2{\rm eV}$ $\rho_m(T_{\rm eq}) = \rho_r(T_{\rm eq})$

元素合成 $T = (10 - 0.1){\rm MeV}$

ニュートリノ脱結合 $T \simeq 1{\rm MeV}$ $\Gamma_\nu = n\sigma|v| \simeq G_F^2 T^5 = H(T)$

quark-hadron相転移 $T \simeq (100 - 300){\rm MeV}$

閉じ込め-非閉じ込め、

カイラル対称性の自発的破れ

電弱相転移 $T \simeq 100{\rm GeV}$

電弱ゲージ対称性の自発的破れ

練習問題

- T=2.3Kとして放射のエネルギー密度を求めよ。
- H_0=71km/s/Mpcとして臨界密度を求めよ。これから、現在の放射の密度パラメータを出せ。
- 放射の状態方程式 $P = \frac{1}{3}\rho$ を示せ。
- 状態方程式が $P = w\rho$ であるとき、$\rho a^{3(1+w)} = \mathrm{const.}$を示せ。
- 宇宙背景ニュートリノの温度を求めよ。
- Einstein方程式にFRW計量を代入してスケール因子に対する方程式を全て導出せよ。

元素合成

宇宙初期に陽子・中性子から合成される軽元素量が予言される

$T \gg 1\mathrm{MeV}$

$n + \nu_e \rightleftharpoons p + e^- \quad n + e^+ \rightleftharpoons p + \bar{\nu}_e$ 等が化学平衡

$$\frac{n_n}{n_p} \simeq e^{-Q/T} \simeq 1 \qquad Q \equiv m_n - m_p = 1.29\mathrm{MeV}$$

$T \simeq 1\mathrm{MeV}$ $\quad \Gamma_{n\leftrightarrow p} \simeq H(T)$

反応が凍結 $\left(\frac{n_n}{n_p}\right)_{\mathrm{freeze-out}} \simeq 0.167$

この後、β 崩壊で中性子が少しずつ減少

$T \simeq 0.1\mathrm{MeV}$ 軽元素合成が進む

$$\begin{aligned} p+n &\to \mathrm{D}+\gamma \\ \mathrm{D}+\mathrm{D} &\to {}^3\mathrm{He}+n,\ {}^3\mathrm{H}+p \\ {}^3\mathrm{H}+\mathrm{D} &\to {}^4\mathrm{He}+n \\ {}^3\mathrm{H}+p &\to {}^4\mathrm{He}+\gamma \\ {}^3\mathrm{He}+\mathrm{D} &\to {}^4\mathrm{He}+p \end{aligned}$$

核子結合エネルギー

	E_B (MeV)	E_B/A (MeV)
D	2.22	1.11
^{3}H	6.92	2.31
^{3}He	7.72	2.57
^{4}He	28.3	7.08

${}^4\mathrm{He}+{}^3\mathrm{He}\to{}^7\mathrm{Li}$ 等により、^{7}Liまで合成

残っている中性子は，ほとんど全て^{4}Heに取り込まれる。

最終的な軽元素の量は、合成時の中性子の数で決まる。

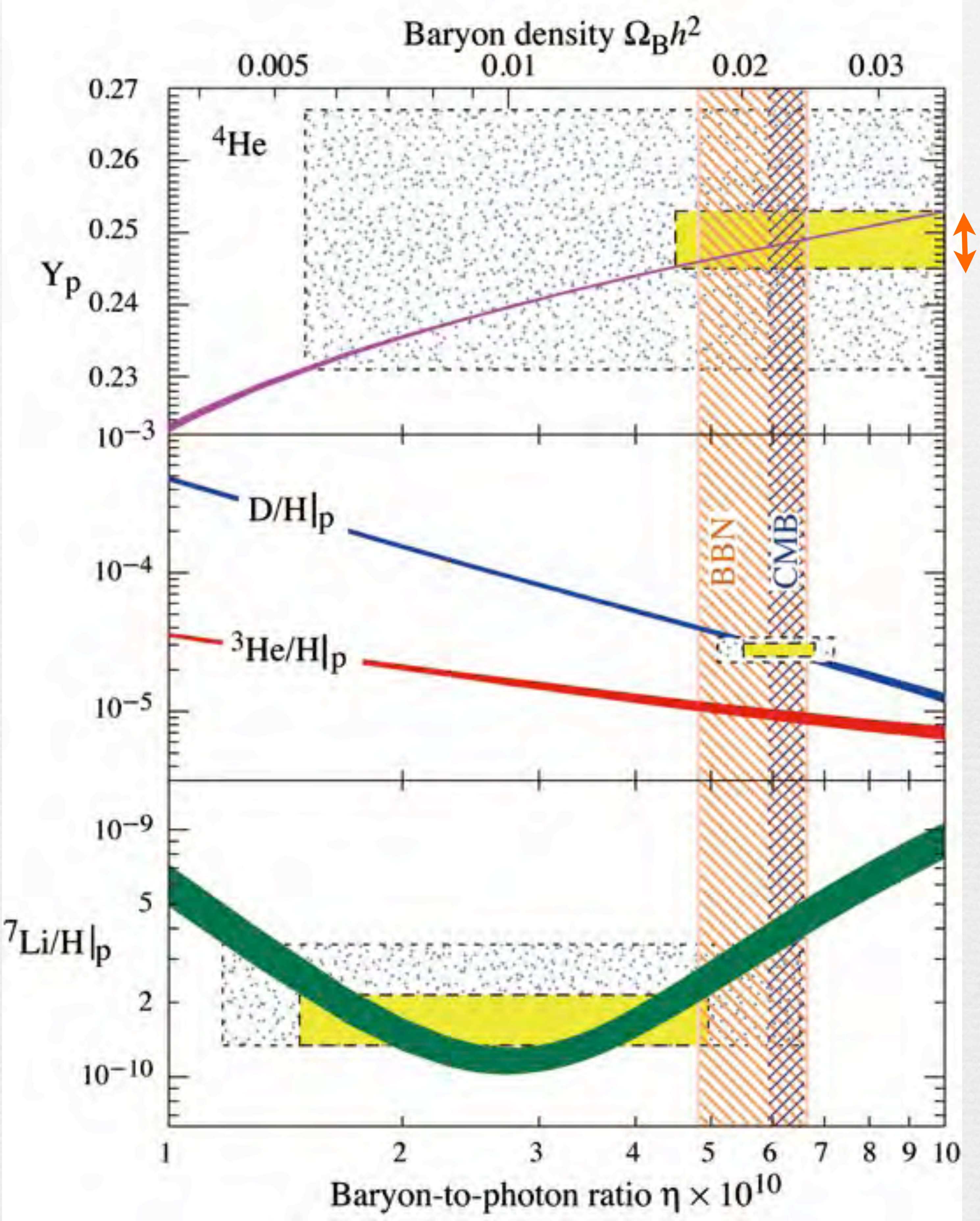
$\eta = \dfrac{n_B}{n_\gamma}$ が大きい ➡ 中性子が多い状態で元素合成

詳細は、Boltzmann方程式を解いて

^{4}Heの質量比

$$Y = \frac{(2m_p + 2m_n)n_n/2}{m_p n_p + m_n n_n} = \frac{2n_n/n_p}{1 + n_n/n_p}$$

$$\frac{n_n}{n_p} = 0.13 \Rightarrow Y = 0.23$$



観測値
(95%CL)

元素合成期までに

$$\eta = (4.7 - 6.5) \times 10^{-10}$$

が必要

元素合成後に残った電子・陽電子が対消滅

光子の温度が少し上昇

n_γの代わりにエントロピー密度sを使う　　$s = 7.04 n_\gamma$

バリオン数非対称性

$$\boxed{\frac{n_B}{s} = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{s} = (0.67 - 0.92) \times 10^{-10}}$$

バリオン数の変化、エントロピー生成が
無ければ宇宙の膨張によらずに一定

バリオン対称宇宙において

銀河スケールで $\frac{n_B}{s} \sim \pm 10^{-10}$ である可能性は?

軽元素の存在比の観測だけからは否定できない

T>>1MeVでは、熱的揺らぎで核子・反核子が同数存在

$$\frac{n_b}{s} = \frac{n_{\bar{b}}}{s} = 8 \times 10^{-11} \qquad \text{at} \;\; T = 38\text{MeV}$$

この時、地平線スケール内の全エネルギー　$10^{-7} M_\odot$
$\sim H(T)^{-1}$

$\Uparrow$

銀河団の質量　$10^{12} M_\odot$

宇宙は元素合成までに

バリオン非対称でなければならない！

インフレーション

- 地平線問題・平坦性問題の解決
- 密度揺らぎの起源

指数関数的膨張後の**再加熱**

ビッグバン宇宙の全エントロピーを生成

バリオン数非対称性は希釈

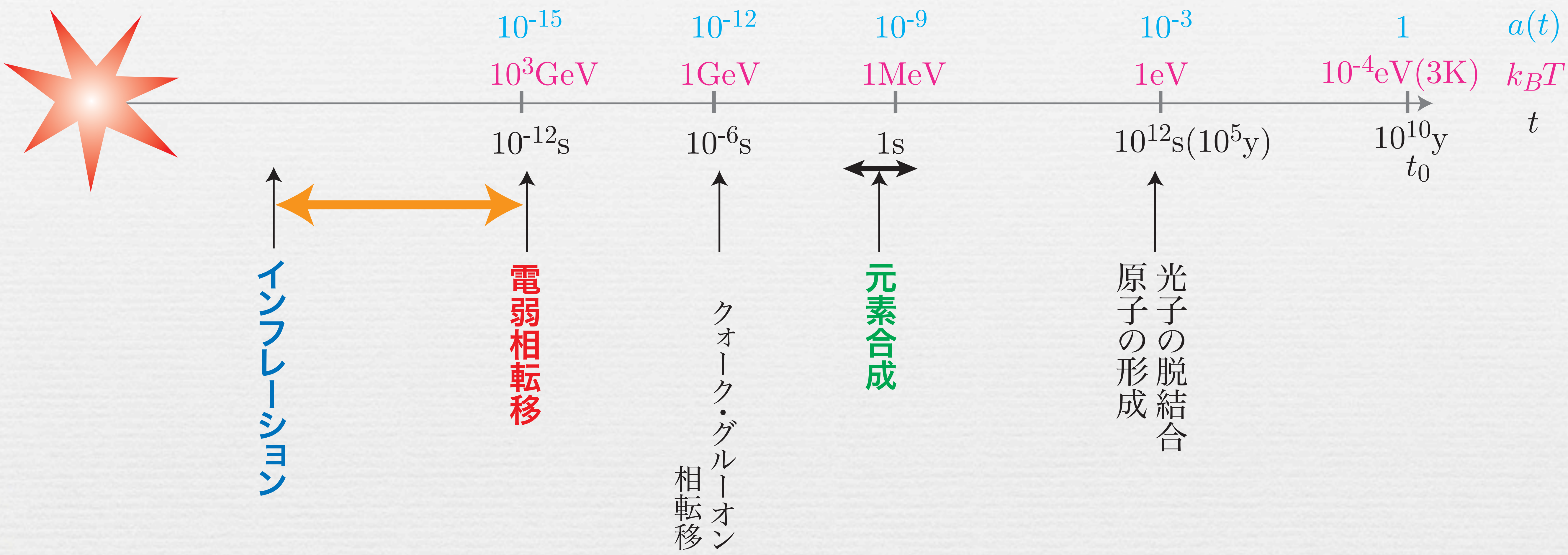
‘宇宙の初期条件’と考えるのは困難

gravitino問題

再加熱温度に上限

GUTs baryogenesis
Leptogenesis

何時バリオン数ができたか



☆インフレーションの再加熱以降

☆バリオン数非保存過程は、電弱相転移以降に無い

バリオン数生成の概観

バリオン対称な宇宙を初期条件として生成するには

Sakharovの３条件

(1) バリオン数非保存過程

(2) CとCP対称性の破れ

(3) 平衡からのズレ

バリオン数非保存

— 実験では未発見 —

標準理論 $\mathcal{L}$はglobal $U(1)_B \times U(1)_L$で不変

アノマリにより$U(1)_{B+L}$が破れる　(後述)

真空では変化率は殆ど 0

大統一理論 GUTs　quarkとleptonが１つの多重項

Xボソン(leptoquark)

陽子寿命($\tau_p > 10^{32}$y)から制限

超対称模型　scalar quarkの期待値により自発的に破れる

初期宇宙のある時期にスカラーポテンシャルが...

CとCP対称性の破れ

場のユニタリ変換

P=空間反転(parity)

$$
\begin{aligned}
\phi(t,\boldsymbol{x}) &\mapsto \pm\phi(t,-\boldsymbol{x}) \\
A_\mu(t,\boldsymbol{x}) &\mapsto (A_0(t,-\boldsymbol{x}),-\boldsymbol{A}(t,-\boldsymbol{x})) \\
\psi(t,\boldsymbol{x}) &\mapsto \gamma_0\psi(t,-\boldsymbol{x})
\end{aligned}
$$

$$\psi_L(x) \leftrightharpoons \psi_R(x)$$

C=荷電共役(charge conjugation)

$$
\begin{aligned}
\phi(x) &\mapsto \phi^*(x) \\
A_\mu(x) &\mapsto A_\mu^T(x) \\
\psi(x) &\mapsto C\bar{\psi}^T(x) = i\gamma^2\gamma^0\bar{\psi}^T(x)
\end{aligned}
$$

$$\begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} i\sigma_2\psi_R^* \\ -i\sigma_2\psi_L^* \end{pmatrix}$$

$$\psi_L \overset{CP}{\mapsto} \psi_L^* \qquad \psi_R \overset{CP}{\mapsto} \psi_R^*$$

C対称性の破れ

chiral gauge interaction

$$\bar{u}_L \gamma^\mu d_L W_\mu^+ + \bar{d}_L \gamma^\mu u_L W_\mu^- \qquad \left(\frac{1}{6} \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \frac{2}{3} \bar{u}_R \gamma^\mu u_R \right) B_\mu$$

CP対称性の破れ

質量次元4以下の演算子

chiral gauge interactions and Yukawa interactions ($N_f \geq 3$),

scalar trilinear and quartic interactions

Majorana mass term, θ-term

エルミート共役

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_{AL} \gamma^\mu V_{AB} d_{BL} W_\mu^+ + \bar{d}_{BL} \gamma^\mu V_{BA}^\dagger u_{AL} W_\mu^- \right]$$

$$\bar{u}_{AL} \gamma^\mu d_{BL} W_\mu^+ \overset{CP}{\rightleftarrows} \bar{d}_{BL} \gamma^\mu u_{AL} W_\mu^-$$

物理的なCPの破れはパラメータのある組み合わせ

C対称性またはCP対称性があると、
バリオン対称な宇宙にバリオン数は生じない

宇宙の状態を表す密度演算子 $$\rho(t) = \sum_n p_n |\psi_n(t)\rangle\langle\psi_n(t)|$$

物理量の期待値 $$\langle\mathcal{O}\rangle(t) = \mathrm{Tr}\left[\rho(t)\mathcal{O}\right]$$

時間発展　Liouville方程式： $$i\frac{\partial\rho(t)}{\partial t} + [\rho(t), H] = 0$$

初期条件　ρ_0 :バリオン対称宇宙 $$\langle n_B\rangle_0 = \mathrm{Tr}[\rho_0 n_B] = 0$$

解は形式的に ρ_0 と H で書かれる。

- HがCまたはCP対称 $[H,\mathcal{C}]=[H,\mathcal{CP}]=0$
- バリオン数はC及びCPで奇

$$\mathcal{C}n_B\mathcal{C}^{-1}=-n_B \qquad \mathcal{CP}n_B(\mathcal{CP})^{-1}=-n_B$$

バリオン対称な宇宙 ρ_0 からスタートして、
HがCまたはCP対称ならば、 $[\rho,\mathcal{C}]=[\rho,\mathcal{CP}]=0$

$$\langle n_B\rangle=\mathrm{Tr}[\rho n_B]=\mathrm{Tr}[\rho\,\mathcal{C}n_B\mathcal{C}^{-1}]=-\mathrm{Tr}[\rho n_B]=0$$

$$\langle n_B\rangle=\mathrm{Tr}[\rho n_B]=\mathrm{Tr}[\rho\,\mathcal{CP}n_B(\mathcal{CP})^{-1}]=-\mathrm{Tr}[\rho n_B]=0$$

$\langle n_B\rangle\neq0$となるには、CとCPの両方が破れなければならない。

非平衡過程

$$\left.\begin{array}{l}\text{宇宙膨張 } H(t)\\ \text{背景場の変化}\end{array}\right\}\text{の}(\text{時間スケール})^{-1} > \Gamma_{\Delta B\neq 0}$$

非平衡が成り立たないと、

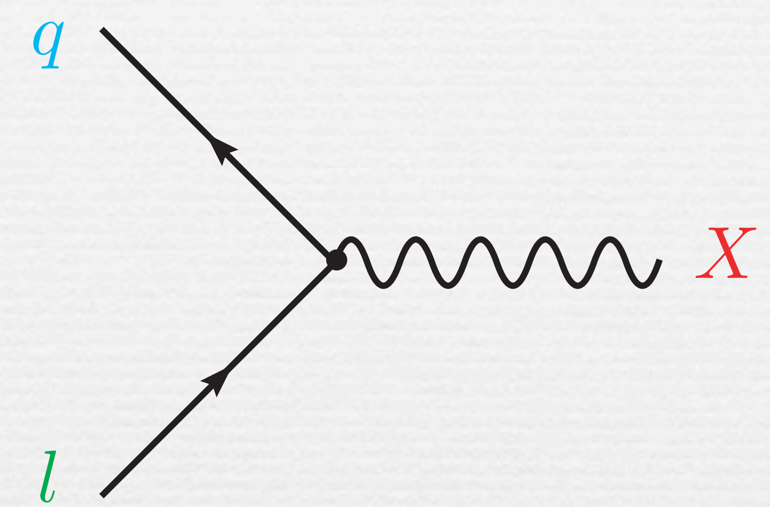
逆過程も同確率で起こり**washout**

GUT baryogenesis

例 SU(5)模型

$$\text{matter} \begin{cases} 5^* \; : \psi_L^i & \ni \quad d_R^c, l_L \\ 10 \; : \chi_{[ij]L} & \ni \quad q_L, u_R^c, e_R^c \end{cases}$$

$$i = 1-5 \rightarrow (\alpha = 1-3, a = 1,2)$$



$$\text{gauge} \quad A_\mu = \begin{pmatrix} G_\mu, B_\mu & X_\mu^{\alpha a} \\ X_\mu^{\alpha a} & W_\mu, B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L} \ni g\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi + g\mathrm{Tr}[\bar{\chi}\gamma^\mu\{A_\mu, \chi\}]$$

$$\ni g X_{\alpha\mu}^a \left[\epsilon^{\alpha\beta\gamma}\bar{u}_{R\gamma}^c \gamma^\mu q_{L\beta a} + \epsilon_{ab}\left(\bar{q}^\alpha{}_{Lb}\gamma^\mu e_R^c + \bar{l}_{Lb}\gamma^\mu d_R^{c\alpha}\right)\right]$$

簡単のため、X粒子の decay channelは右の ４つだけだとする。

過程	分岐比	ΔB
$X \longrightarrow qq$	r	$2/3$
$X \longrightarrow \bar{q}\bar{l}$	$1-r$	$-1/3$
$\bar{X} \longrightarrow \bar{q}\bar{q}$	$\bar{r}$	$-2/3$
$\bar{X} \longrightarrow ql$	$1-\bar{r}$	$1/3$

熱浴から生成された X-$\bar{X}$ 対が崩壊するとき

$$\langle \Delta B \rangle = \frac{2}{3} r - \frac{1}{3}(1-r) - \frac{2}{3}\bar{r} + \frac{1}{3}(1-\bar{r}) = r - \bar{r}$$

CまたはCP保存 $\longrightarrow$ $r = \bar{r}$ $\longrightarrow$ $\langle \Delta B \rangle = 0$

逆過程がsuppressされるなら、$B \propto r - \bar{r}$ が生成される。

at $T \simeq m_X$

$$\Gamma_D \simeq \alpha m_X \sim H(T) \simeq 1.66\sqrt{g_*}\frac{T^2}{m_{\mathrm{Pl}}}$$

$$\alpha \sim \frac{1}{40} \quad g_* = O(100)$$

X粒子の対生成・対消滅が平衡からはずれる。

leptogenesisも同様

バリオン数生成のシナリオ

シナリオ	$\Delta B \neq 0 (\Delta L \neq 0)$	CPの破れ	非平衡状態
GUTs	leptoquarkの崩壊	decay vertex	$\Gamma_D < H(T)$
Electroweak	$(B+L)$-anomaly	Yukawa, gauge,...	**電弱一次相転移**
Leptogenesis	heavy-νの崩壊	decay vertex	$\Gamma_D < H(T)$
Affleck-Dine[(1)]	$\langle \tilde{q} \rangle , \langle \tilde{l} \rangle \neq 0$	scalar potential	scalar場の運動
string, DW[(2)]	anomaly	Yukawa, gauge	defectの運動
inflationary[(3)]	$\langle \tilde{q} \rangle , \langle \tilde{l} \rangle \neq 0$	scalar potential	(p)reheating

(1) Affleck and Dine, Nucl. Phys. B249 ('85)
Dine, Randall and Thomas, Nucl. Phys. B458 ('96)
(2) Brandenberger and Davis, Phys. Lett. B308 ('93)
Brandenberger, Davis and Trodden, Phys. Lett. B349 ('94)
(3) KF, Kakuto, Otsuki and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 105 ('01)
Rangarajan and Nanopoulos, Phys. Rev. D64 ('01)

Sphaleron過程

高温で起こるカイラル・アノマリによる(B+L)非保存過程

アノマリ anomaly=量子異常

古典論にある対称性が量子論の正則化により破られること

保存されるはずのNoether currentが保存されない

sphaleron

場の理論の有限エネルギーを持つ鞍点解

QCDのaxial U(1) anomaly

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \sum_{f=1}^{N} \bar{q}_f i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g_3 G_\mu^s \frac{\lambda^s}{2}\right) q_f - \frac{1}{4} G^s_{\mu\nu} G^{s\mu\nu}$$

$$= \sum_{f=1}^{N} \left(\bar{q}_{fL} i\gamma^\mu D_\mu q_{fL} + \bar{q}_{fR} i\gamma^\mu D_\mu q_{fR}\right) - \frac{1}{4} G^s_{\mu\nu} G^{s\mu\nu}$$

cf. mass term $\quad -m\bar{\psi}\psi = -m\left(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R\right)$

global symmetry

$$U(N)_L \times U_R(N) \simeq SU(N)_L \times SU(N)_R \times U(1)_V \times U(1)_A$$

$q_L \mapsto U_L q_L$

$q_R \mapsto U_R q_R$

$$q_f \mapsto e^{i\theta\gamma_5} q_f \quad \begin{cases} q_{fL} \mapsto e^{-i\theta} q_{fL} \\ q_{fR} \mapsto e^{i\theta} q_{fR} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Noether}} \partial_\mu j_5^\mu = \partial_\mu \left(\sum_f \bar{q}_f \gamma^\mu \gamma_5 q_f\right) = 0$$

$$\langle \partial_\mu j_5^\mu \rangle = \frac{N g_3^2}{16\pi^2} G^s_{\mu\nu} \tilde{G}^{s\mu\nu} \qquad \tilde{G}^{s\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G^s_{\rho\sigma}$$

標準理論では...

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathrm{SM}} = \bar{q}_{AL} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g_2 A^a_\mu \frac{\tau^a}{2} - \frac{i}{6} g_1 B_\mu\right) q_{AL} + \bar{l}_{AL} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g_2 A^a_\mu \frac{\tau^a}{2} + \frac{i}{2} g_1 B_\mu\right) l_{AL} \\ + \bar{u}_{AR} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - \frac{2}{3} i g_1 B_\mu\right) u_{AR} + \bar{d}_{AR} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{i}{3} g_1 B_\mu\right) d_{AR} \\ + \bar{e}_{AR} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + i g_1 B_\mu\right) e_{AR} + \cdots\end{aligned}$$

gauge currentのアノマリは世代毎にキャンセル

B+L currentにアノマリ

currentはvectorlikeだが

gauge couplingはchiral

$$j_B^\mu = \frac{1}{3}\left(\bar{u}_{AL}\gamma^\mu u_{AL} + \bar{u}_{AR}\gamma^\mu u_{AR} + \bar{d}_{AL}\gamma^\mu d_{AL} + \bar{d}_{AR}\gamma^\mu d_{AR}\right)$$

divergence of the B and L currents

$$\partial_\mu j^\mu_{B+L} = \frac{N_f}{16\pi^2}\left[g_2^2\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\right]$$

$$\partial_\mu j^\mu_{B-L} = 0$$

２式を足して積分すると

$$B(t_f) - B(t_i) = \frac{N_f}{32\pi^2}\int_{t_i}^{t_f} dt \int d^3\boldsymbol{x}\left[g_2^2\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu}\tilde{B}^{\mu\nu}\right]$$
$$= N_f\left[N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i)\right]$$

Chern-Simons number $(A_0 = 0\text{-gauge})$

$$N_{CS}(t) = \frac{1}{32\pi^2}\int d^3\boldsymbol{x}\,\epsilon_{ijk}\left[g_2^2\mathrm{Tr}\left(F_{ij}A_k - \frac{2}{3}g_2 A_i A_j A_k\right) - g_1^2 B_{ij}B_k\right]_t$$

$N_{CS} \in \boldsymbol{Z}$ for classical vacua

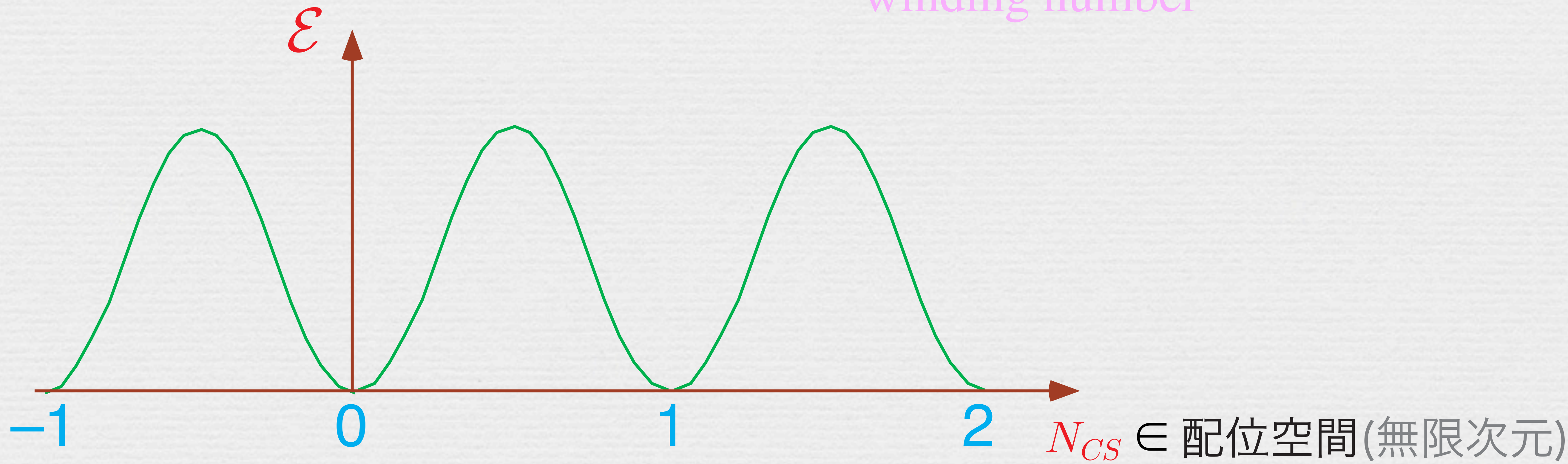
ゲージ場の真空

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{E}^2 + \boldsymbol{B}^2\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} F^a_{ij} = 0 \\ B_{ij} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A^a_i \frac{\tau^a}{2} = iU(\boldsymbol{x})^\dagger \partial_i U(\boldsymbol{x}) \\ B_i = \partial_i \beta(\boldsymbol{x}) \end{cases}$$

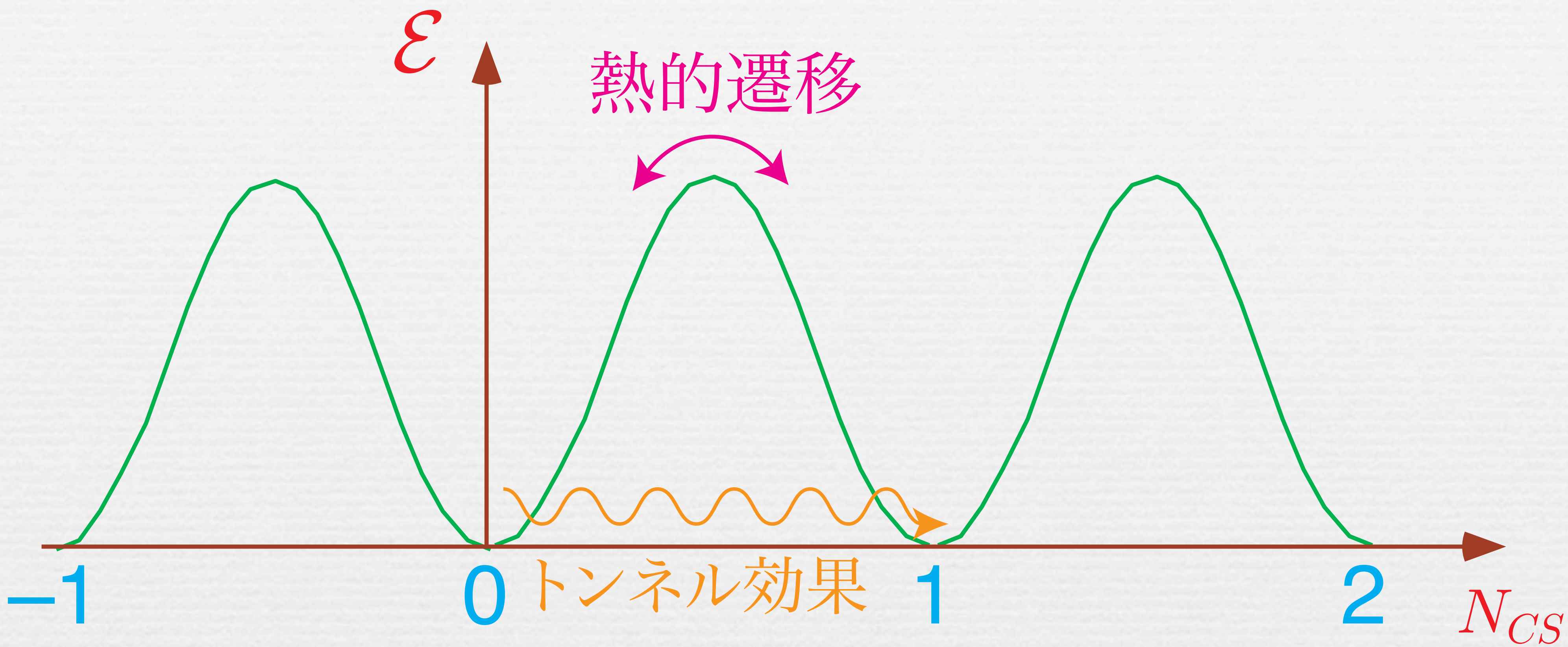
ここで　$U(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{x} \in S^3 \to SU(2) \simeq S^3$

$\pi_3(S^3) \simeq \mathbf{Z} \longrightarrow U(\boldsymbol{x})$は整数$N_{CS}$で分類される

'winding number'



古典的真空の間の遷移



$T=0$　トンネル確率 $\sim e^{-2S_{\rm instanton}} = e^{-8\pi^2/g_2^2} \simeq e^{-164} \simeq 0$

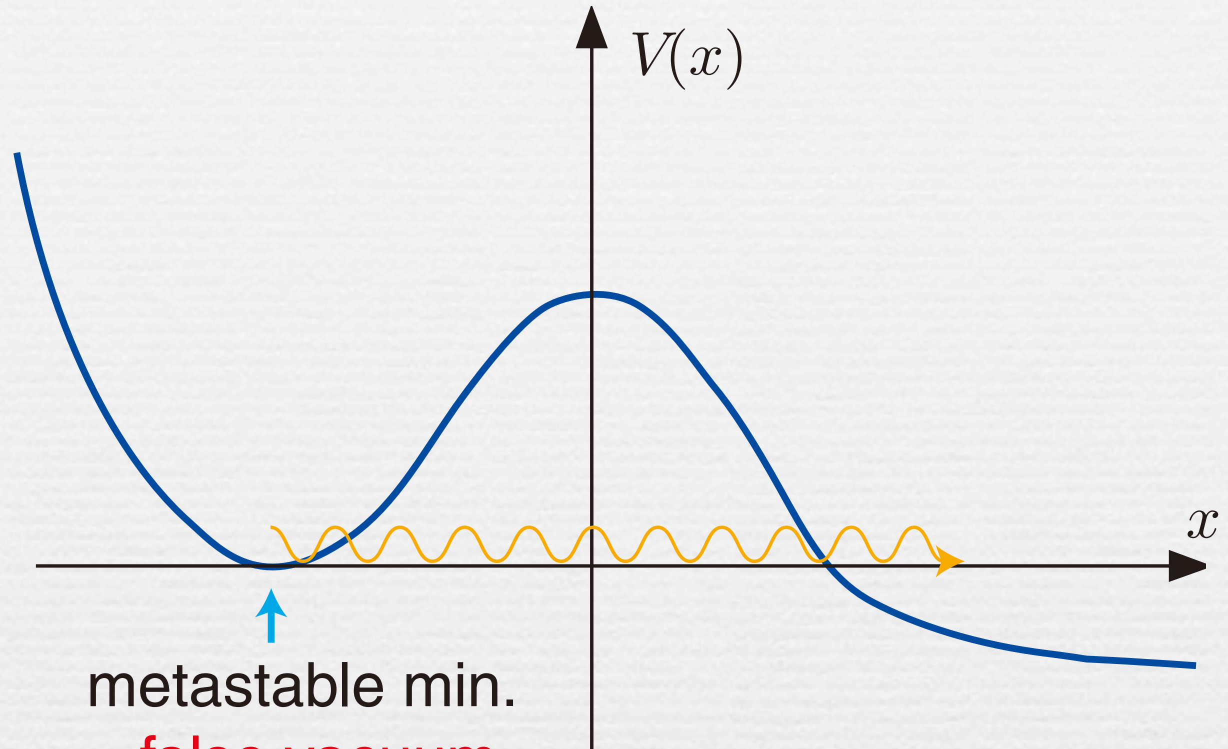
$T\neq 0$　熱的遷移確率 $\sim e^{-E_{\rm sph}/T}$　　$E_{\rm sph} \propto v(T)$

Higgs場の期待値

陽子崩壊の問題無し

Fate of a false vacuum at finite temperatures

Coleman, 'The Uses of Instantons' in *Aspects of Symmetry*
Affleck, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 388



$T=0$での崩壊率 $\quad \Gamma \simeq \frac{2}{\hbar}\mathrm{Im}E_0 \simeq \left(\frac{S_{\mathrm{cl}}}{2\pi\hbar}\right)^{1/2} e^{-S_{\mathrm{cl}}/\hbar}\left[1+O(\hbar)\right]$

false vacuumに局在化した状態

S_{cl} : bounce action (euclidean)

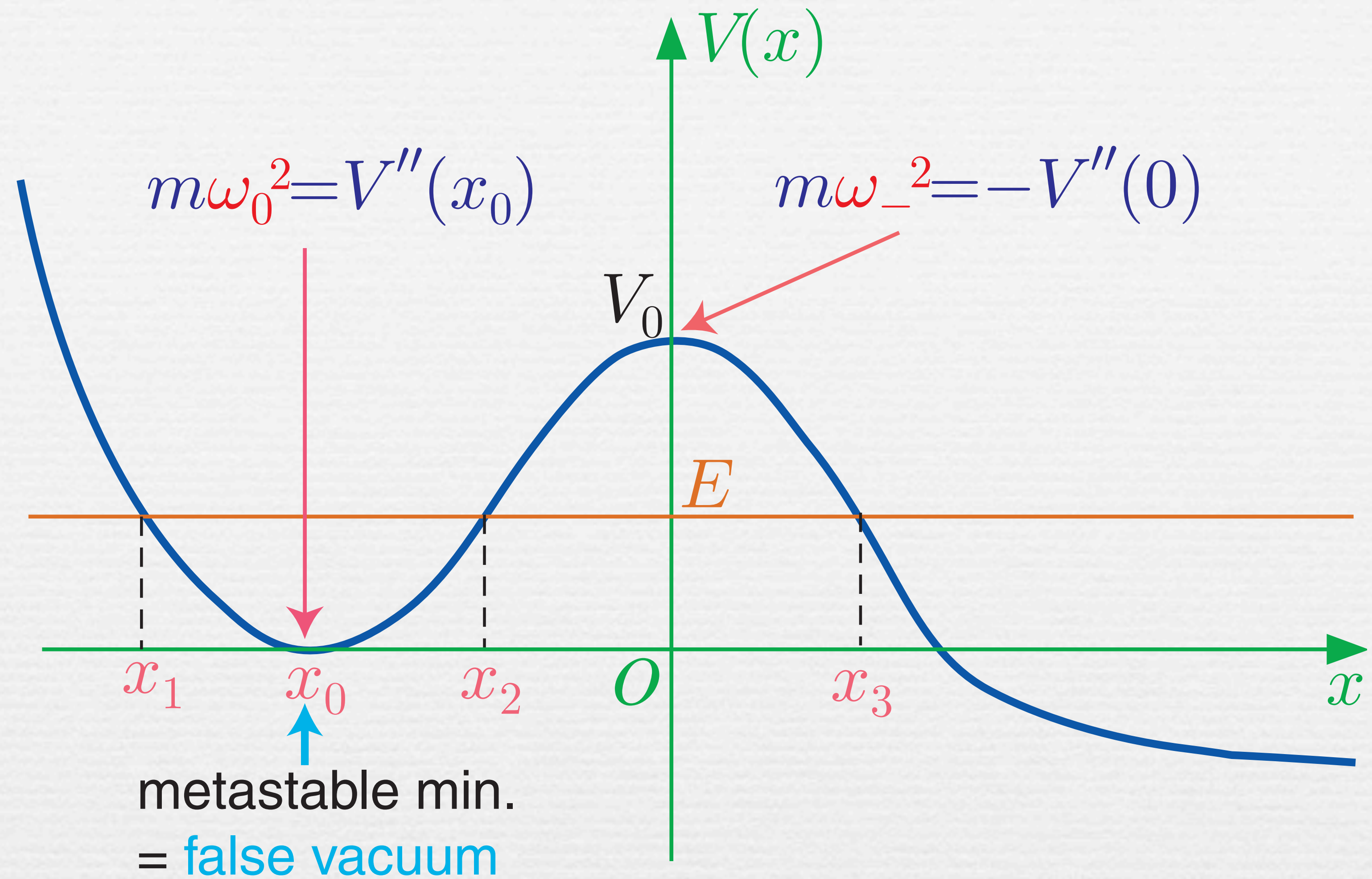
instanton-anti-instanton pair

有限温度での崩壊率

初期状態: 熱平衡状態

x_0の調和振動子

準安定 ↔ $\frac{1}{2}\hbar\omega_0, T \ll V_0$



崩壊率の定義

$$\Gamma(T) \equiv \int_0^\infty dE \, \frac{e^{-E/T}}{Z_0} \Gamma(E)$$

$$Z_0 = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\hbar\omega_0(n+1/2)/T} = \left(2\sinh\frac{\hbar\omega_0}{2T}\right)^{-1}$$

$$\Gamma(E) = -\frac{i\hbar}{2m}\left(\psi_E^* \psi_E' - \psi_E^{*\prime}\psi_E\right)$$

$\Gamma(E)$をWKB近似で計算

低温: linear potential

高温: parabolic potential

$$F = -T \log \mathrm{Tr}\left(e^{-H/T}\right)$$

path integral表示を鞍点法で近似

鞍点

低温: bounce $\quad x_b(0) = x_b(1/T)$

高温: top of the barrier

$T < \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$ $\quad \Gamma(T) \simeq \frac{2}{\hbar}\mathrm{Im}F \simeq Z_0^{-1}|2\pi\hbar T'(E_0)|^{-1/2} e^{-S[x_b]/\hbar}$

$T(E) = \text{period of the bounce of energy } E$

$T > \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$ $\quad \Gamma(T) \simeq \frac{\omega_-}{\pi T}\mathrm{Im}F \simeq Z_0^{-1} \frac{\omega_-}{4\pi \sin(\hbar\omega_-/2T)} e^{-V_0/T}$

$\mathrm{Im}F$: 場の理論で計算可能

references

経路積分におけるWKB近似 ---トンネル効果

吉川 & 崎田, 経路積分による多自由度の量子力学（岩波）

Schulman, Techniques and Applications of Path Integration (日本語訳有り）

古典解のまわりの揺らぎの評価

Rajaraman, Phys. Rep. C21(1975) 4

’t Hooft, Phys. Rev. D14 (1976) 3432 (E: D18, 2199)

barrierのtop = **sphaleron configuration**

$\sigma\varphi\alpha\lambda\epsilon\rho o\varsigma$ = ready-to-fall, deceitful (偽りの)

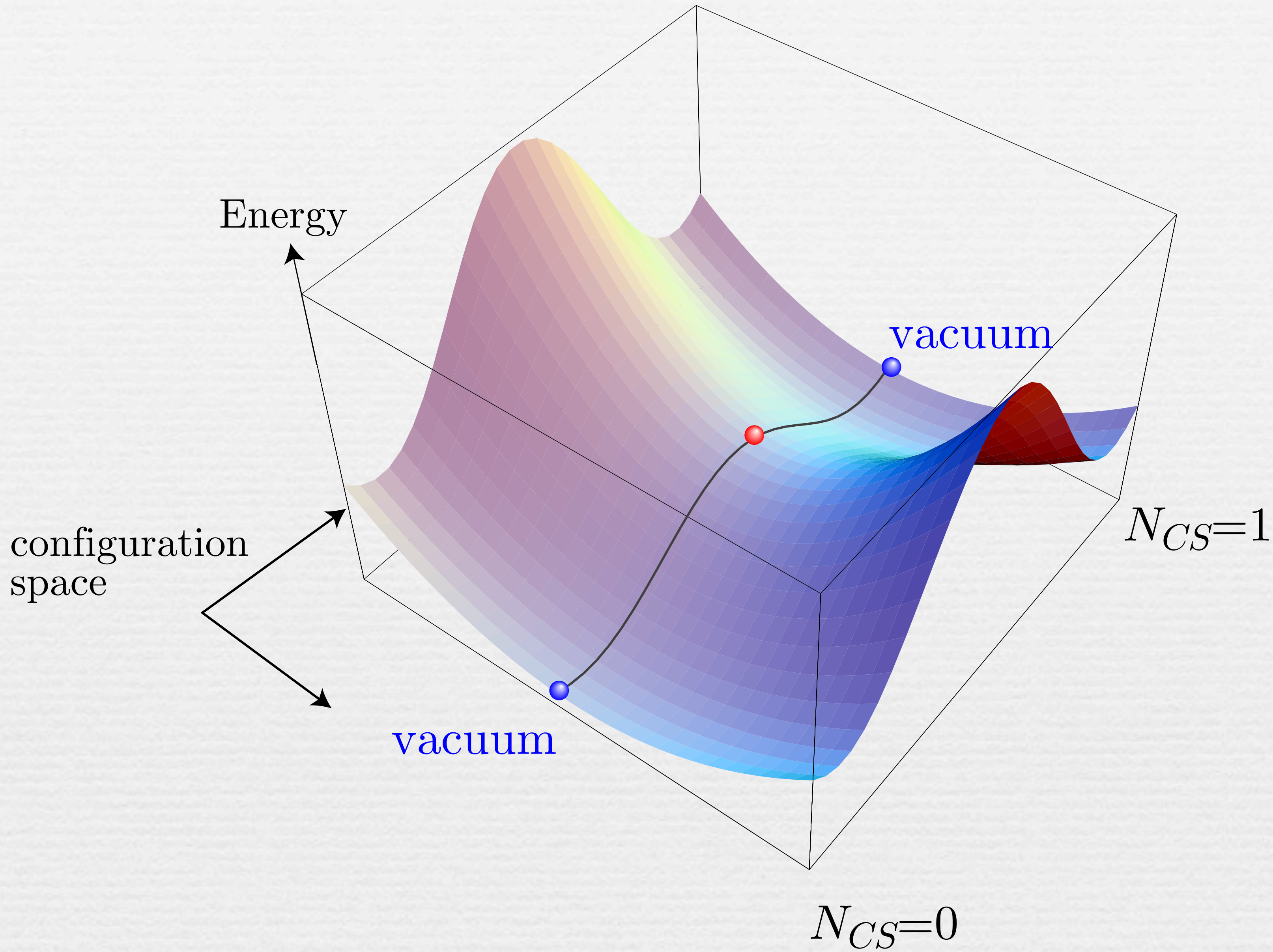
cf. a·sphalt   Klinkhamer & Manton, Phys. Rev. D30 ('84)

- 場の理論の静的古典解　（エネルギーが局在）
- 不安定　揺らぎのスペクトルに１個の負モード

代表的なsphaleron解

4-dim. SU(2) gauge + 1-doublet Higgs	Klinkhamer & Manton, Phys. Rev. D30 ('84)
2-dim. U(1) gauge-Higgs model	Bocharev & Shaposhnikov, Mod. Phys. Lett. A2 ('87)
2-dim. O(3) nonlinear sigma model	Mottola & Wipf, Phys. Rev. D39 ('89)
2-Higgs-Doublet Model	Kastening, Peccei and Zhang, Phys. Lett. B266 ('91)
Next-to-MSSM	KF, Kakuto, Tao and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 114 ('05)

鞍点＝ 最小エネルギー経路上の極大エネルギー配位



最小エネルギー経路/(large) gauge trf. = noncontractible loop

↕

球対称配位

場のトポロジー

Manton, Phys. Rev. D28 (1983) 2019

Sphaleron過程による遷移率[1/体積／時間]

4次元SU(2) gauge-Higgs系(1 doublet) Arnold & McLerran, Phys. Rev. D36 ('87)

broken phase WKB approx. of ImF(T)

$$\boxed{\Gamma^{(b)}_{\rm sph}(T) \simeq k\mathcal{N}_{\rm tr}\mathcal{N}_{\rm rot}\frac{\omega_-}{2\pi}\left(\frac{\alpha_W(T)T}{4\pi}\right)^3 e^{-E_{\rm sph}(T)/T}}$$

zero modes: $\mathcal{N}_{\rm tr} = 26,\ \mathcal{N}_{\rm rot} = 5.3\times 10^3$ for $\lambda = g^2$

negative modes: $\omega_-^2 \simeq (1.8-6.6)m_W^2$ for $10^{-2} \le \lambda/g^2 \le 10$

$k = O(1)$

symmetric phase 次元解析＋数値解析

$$\boxed{\Gamma^{(s)}_{\rm sph}(T) \simeq \kappa(\alpha_W(T)T)^4}$$

MC simulation $\longrightarrow$ $\langle N_{CS}(t)N_{CS}(0)\rangle \sim \langle N_{CS}\rangle^2 + Ae^{-\Gamma Vt}$

$\kappa = 1.09 \pm 0.04$ SU(2) pure gauge Ambjørn & Krasnitz, Phys. Lett. B362 ('95)

fermion number nonconservation

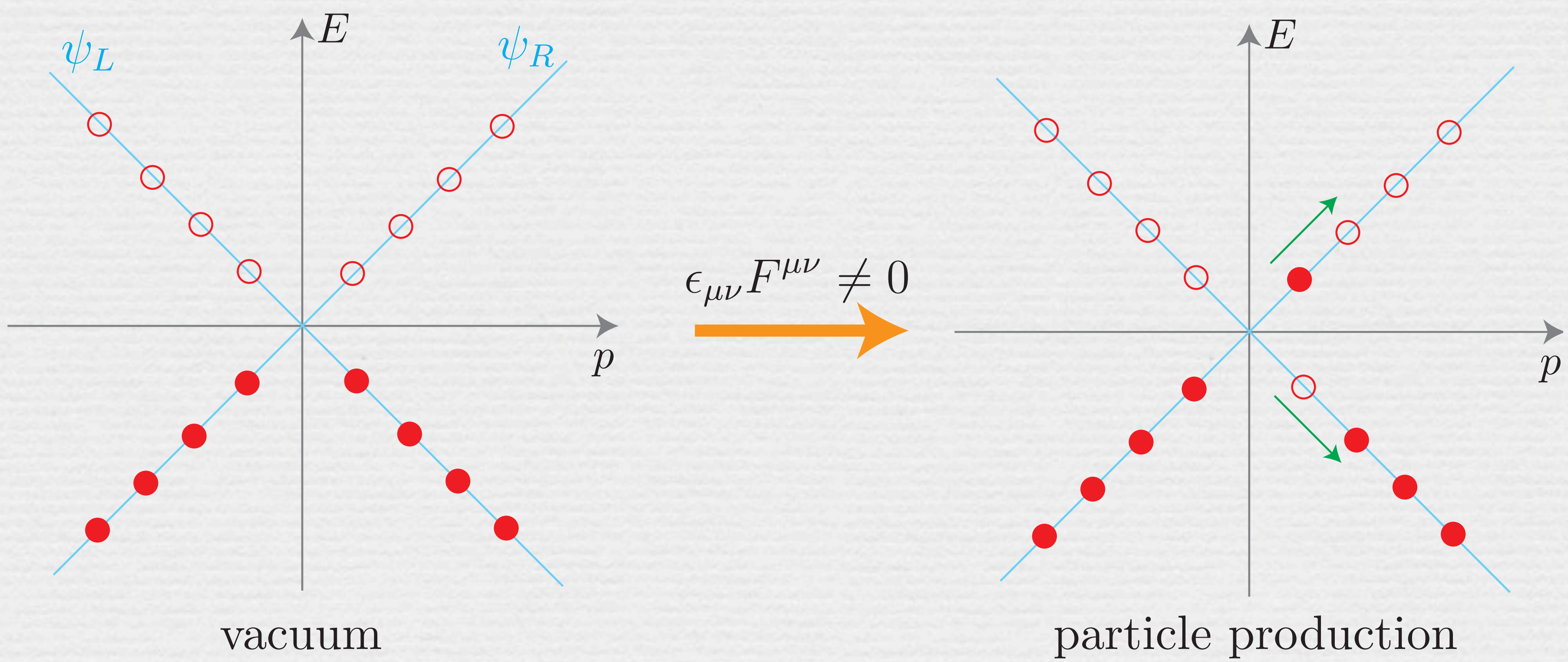
背景場の変化によりフェルミオン数が変化する

Atiyah-Singerの指数定理

$$n_R - n_L = \nu = \frac{g_2^2}{16\pi^2}\int d^4x\,\mathrm{Tr}\left(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}\right)$$

Pontrjagin index = instanton number

spectral flow (level crossing)



1+1 dim. U(1) gauge theory

scalar場があるとき、instantonとsphaleronの２つの解がある

axial U(1) anomaly

$$\Delta Q_5 = \frac{g}{4\pi}\int_{t_i}^{t_f} dt\, dx\, \epsilon_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i)$$

$$N_{CS}(t) = \frac{g}{2\pi}\int dx\, A_1(t,x)$$

vacuum $A_1(x) = \frac{1}{g}\partial_x \alpha(x)$ with $\alpha(\infty) - \alpha(-\infty) = 2\pi N$

$e^{i\alpha} \in S^1$

この真空のChern-Simons数は $N_{CS} = N$ $\pi_1(S^1) = \mathbf{Z}$

$N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i) \neq 0$ の場合にfermionのlevelの変化は?

Dirac方程式 $i\gamma^\mu\left(\partial_\mu - igA_\mu(x)\right)\psi(x) = 0$ b.c. $\psi(x+L) = \psi(x)$

$$\downarrow A_0 = 0$$

$$i\partial_t\psi(x) = H\psi(x) \equiv \boxed{i\sigma_3(\partial_x - igA_1(x))}\,\psi(x) = \begin{cases} i(\partial_x - igA_1(x))\psi_L(x) \\ -i(\partial_x - igA_1(x))\psi_L(x) \end{cases}$$

t-indep. gauge trf. $\tilde{\psi}(x) = \exp\left(ig\int_0^x dx' A_1(x')\right)\psi(x)$

$$H\tilde{\psi}(x) = i\sigma_3\partial_x\tilde{\psi}(x)$$ 自由粒子

$$\alpha L = g\int_0^L dx\, A_1(x)$$

但し、b.c.は $\tilde{\psi}(x+L) = e^{ig\int_0^{x+L}dx\,A_1(x)}\psi(x+L) = e^{i\alpha L}\tilde{\psi}(x)$

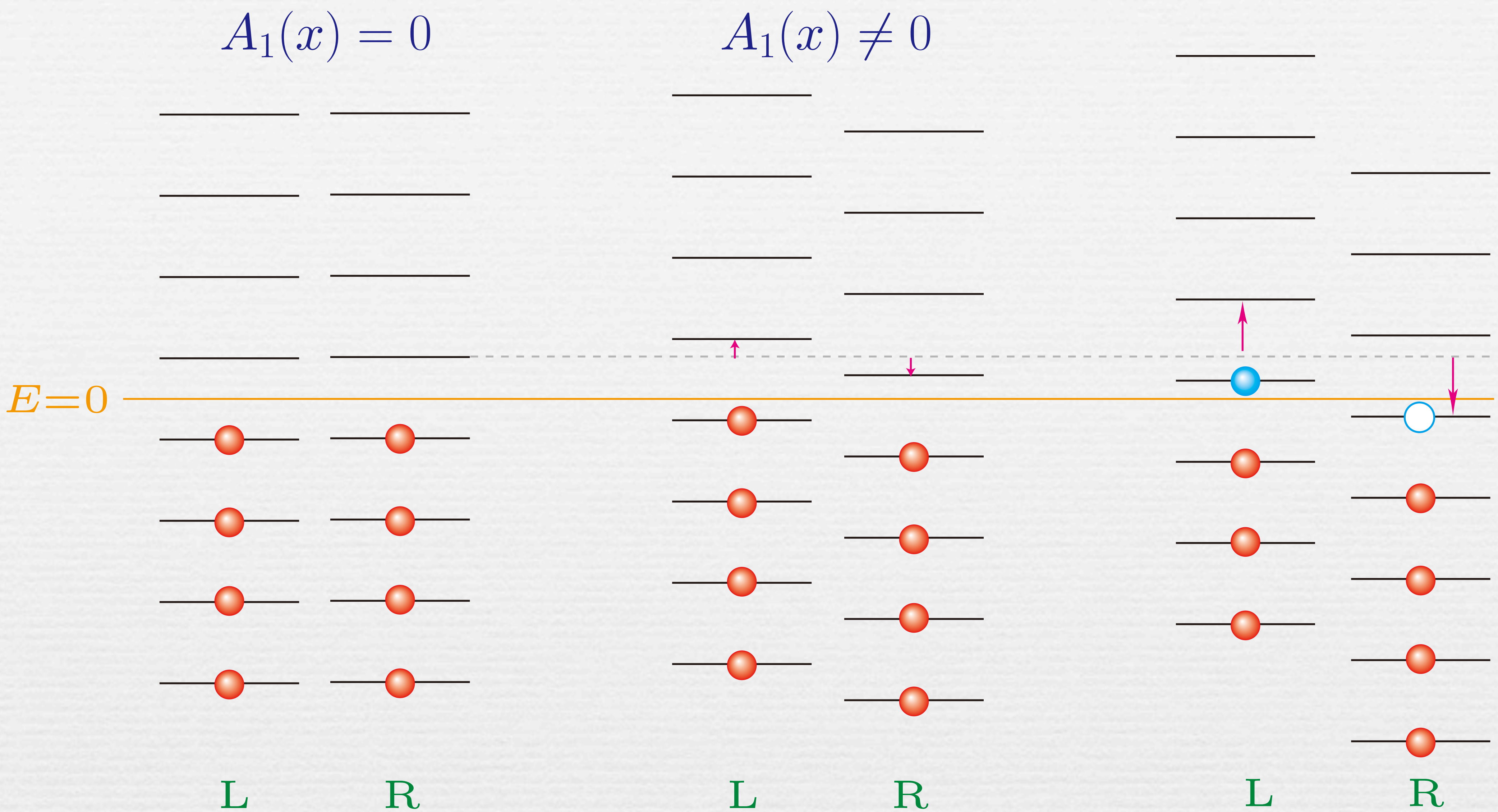
解 $\tilde{\psi}(x) = e^{ipx}$ with $p = \dfrac{2\pi n}{L} + \alpha$

$$H\tilde{\psi}_L(x) = +p\tilde{\psi}_L(x)$$

$$H\tilde{\psi}_R(x) = -p\tilde{\psi}_R(x)$$

$$N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i) = 1$$

$\longrightarrow$ $n \to n+1$ と同じ効果



$$H\tilde{\psi}_L(x) = +p\tilde{\psi}_L(x)$$

$$H\tilde{\psi}_R(x) = -p\tilde{\psi}_R(x)$$

$$\alpha = \frac{g}{L}\int_0^L dx\, A_1(x)$$

$$p = \frac{2\pi n}{L} + \alpha$$

$$\Delta\alpha \to \frac{2\pi}{L}$$ で真空に戻る

Sphaleron process in equilibrium

sphaleron解の有無にかかわらず、有限温度の
B+L 非保存過程を**スファレロン過程**と呼ぶ。

$\Gamma_{\mathrm{sph}}(T) > H(T) \longrightarrow$ B+L washout $\quad B \propto (B-L)$

比例係数は後述

バリオン数を残すには、スファレロン過程が
化学平衡になる前に**レプトン数**があればよい。

バリオン数生成シナリオの可能性が拡大

レプトン数生成

諸過程が平衡であるときの種々の量子数

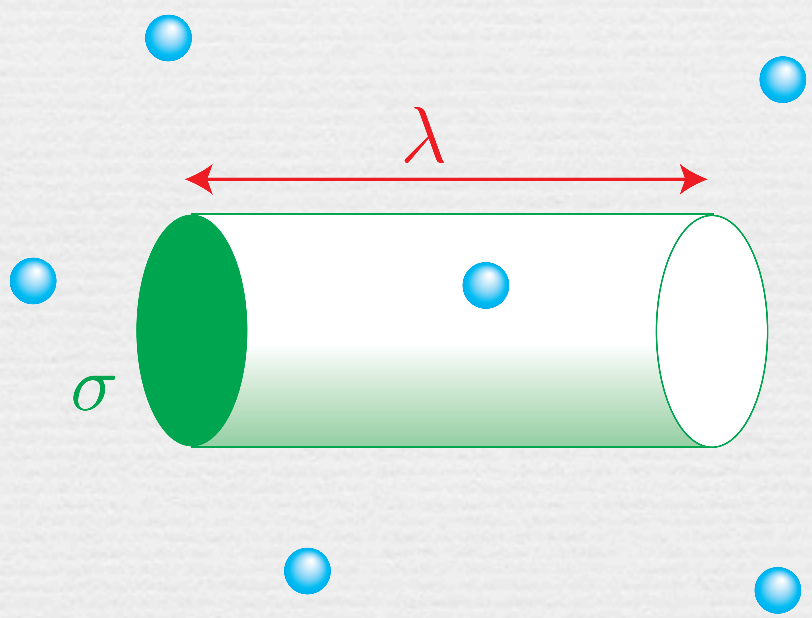
相互作用の時間スケール $\bar{t}$

相対論的粒子：$(\text{反応率})^{-1} = \bar{t} \simeq \lambda$ mean free path

その粒子の相互作用全断面積$= \sigma \simeq \dfrac{\alpha^2}{s} \simeq \dfrac{\alpha^2}{T^2}$

粒子数密度$= n(T) \simeq g_{*n} \dfrac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3$

$$g_{*n} = \sum_B g_B + \frac{3}{4} \sum_F g_F$$



$$\sigma \cdot \lambda = \frac{1}{n(T)}$$

$$\boxed{\bar{t} = \lambda \simeq \frac{10}{g_{*n} T^3} \left(\frac{\alpha^2}{T^2} \right)^{-1} = \frac{10}{g_{*n} \alpha^2 T}}$$

放射優勢期 $H(T)=\sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_r(T)}\simeq 1.66\sqrt{g_*}\frac{T^2}{m_{\rm P}}$

$m_{\rm P}=1.2\times10^{19}{\rm GeV}$

@100GeV

宇宙膨張の時間スケール $H(T)^{-1}\simeq\frac{m_{\rm P}}{1.66\sqrt{g_*}T^2}$ $10^{14}{\rm GeV}^{-1}$

素過程の時間スケール $\bar{t}\simeq\lambda=\frac{1}{\sigma n(T)}\simeq\frac{1}{\alpha^2 T}$ $1-10{\rm GeV}^{-1}$

QCD - EW

スファレロン過程（対称相） $\bar{t}_{\rm sph}^{\rm (sym)}\simeq\frac{1}{\alpha_W^4 T}$ $10^3{\rm GeV}^{-1}$

スファレロン過程（非対称相） $\bar{t}_{\rm sph}^{\rm (br)}\simeq\frac{1}{\alpha_W^4 T}e^{E_{\rm sph}/T}$

$T = T_C \simeq 100\mathrm{GeV}$ で電弱相転移　$SU(2)_L \times U(1)_Y$ の自発的破れ

$T > T_C$（対称相）　$\bar{t}_{\mathrm{QCD}} < \bar{t}_{EW} < \bar{t}^{(\mathrm{sym})}_{\mathrm{sph}} \ll H(T)^{-1}$

すべてのゲージ相互作用とスファレロン過程は化学平衡

$T < T_C$（非対称相）　$\bar{t}_{\mathrm{QCD}} < \bar{t}_{EW} \ll H(T)^{-1}$

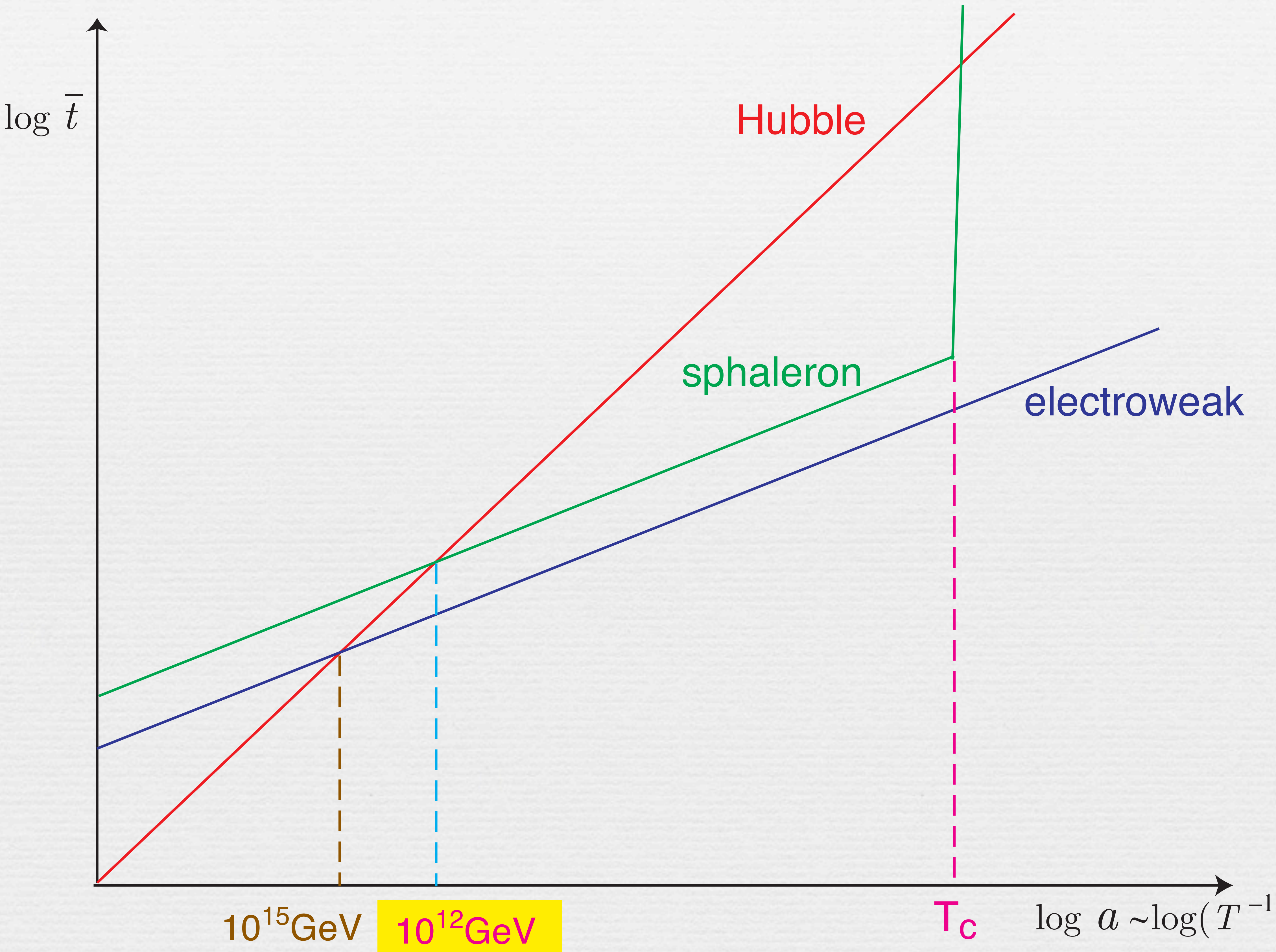
すべてのゲージ相互作用とは化学平衡

相転移直後に $v(T_C) < T_C$ となる場合　弱い一次・二次相転移

$$^{\exists}T_{\mathrm{dec}} < T < T_C \longrightarrow \bar{t}^{(\mathrm{br})}_{\mathrm{sph}} > H(T)^{-1}$$

非対称相でもスファレロン過程が平衡

時間スケールの比較


$\log \bar{t}$
Hubble
sphaleron
electroweak
10^{15}GeV
10^{12}GeV
T_c
$\log a \sim \log(T^{-1})$

保存量Q_i $([H, Q_i] = 0)$の期待値　　$\{Q_i\} = \{B/N_f - L_A, Q_{\rm em}, \cdots\}$

$$Z(T,\mu) \equiv \mathrm{Tr}\left[e^{-(H-\sum_i \mu_i Q_i)/T}\right]$$

$$\longrightarrow \langle Q_i\rangle(T,\mu) = T\frac{\partial}{\partial\mu_i}\log Z(T,\mu)$$

$\{Q_i\}$と$\{\mu_i\}$の関係

$Z(T,\mu)$の計算は困難　（経路積分、非摂動効果）

- 摂動論　Khlebnikov & Shaposhnikov, Phys. Lett. B387 ('96)
  Laine & Shaposhnikov, Phys. Rev. D61 ('00)

- 自由場近似　Harvey & Turner, Phys. Rev. D42 ('90)

各粒子の化学ポテンシャルμを導入し、量子数をμで表す。

粒子のμには化学平衡の関係式を課す。

$$A + B \leftrightharpoons C \Rightarrow \mu_A + \mu_B = \mu_C$$

「粒子数」の期待値

$$\langle N\rangle = \langle n\rangle - \langle\bar{n}\rangle \quad = \int \frac{d^3\boldsymbol{k}}{(2\pi)^3}\left[\frac{1}{e^{(\omega_k-\mu)/T}\mp 1} - \frac{1}{e^{(\omega_k+\mu)/T}\mp 1}\right]$$

$$\overset{m\ll T}{\simeq} \frac{T^3}{2\pi^2}\int_0^\infty dx\left[\frac{x^2}{e^{x-\mu/T}\mp 1} - \frac{x^2}{e^{x+\mu/T}\mp 1}\right]$$

$$\overset{|\mu|\ll T}{\simeq} \begin{cases} \dfrac{T^3}{3}\cdot\dfrac{\mu}{T}, & \text{(bosons)} \\[2ex] \dfrac{T^3}{6}\cdot\dfrac{\mu}{T}, & \text{(fermions)} \end{cases}$$

cf. $s = \dfrac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3 \rightarrow \dfrac{\langle N\rangle}{s} \sim \dfrac{|\mu|}{T} \simeq 10^{-10} \ll 1$

質量の効果　Dreiner & Ross, Nucl. Phys. B410 ('93)

粒子の化学ポテンシャル

N_f世代のフェルミオン，N_H個のHiggs doublet $\begin{pmatrix}\phi^0\\ \phi^-\end{pmatrix}$

W^-	$u_{L(R)}$	$d_{L(R)}$	$e_{iL(R)}$	ν_{iL}	ϕ^0	ϕ^-
μ_W	$\mu_{u_{L(R)}}$	$\mu_{d_{L(R)}}$	$\mu_{iL(R)}$	μ_i	μ_0	μ_-

$(3N_f+7)\,\mu$'s

Wは横波だけ, HiggsはNG modeもカウント

quark mixingは化学平衡, Lepton flavor conservation

color & charge neutrality : $\mu_{\rm gluon}=\mu_{Z,\gamma}=0$

化学平衡の結果

#(equations)

gauge $\mu_W=\mu_{d_L}-\mu_{u_L}=\mu_{iL}-\mu_i=\mu_-+\mu_0$ $\quad N_f+2$

Yukawa $\mu_0=\mu_{u_L}-\mu_{u_R}=\mu_{d_R}-\mu_{d_L}=\mu_{iR}-\mu_{iL}$ $\quad N_f+2$

$(3N_f+7)-2(N_f+2)=N_f+3$の独立なμ $\quad (\mu_W,\,\mu_0,\,\mu_{u_L},\,\mu_i)$

sphaleron $|0\rangle\rightleftharpoons\prod_i(u_Ld_Ld_L\nu_L)_i \longrightarrow N_f(\mu_{u_L}+2\mu_{d_L})+\sum_i\mu_i=0$

量子数密度

$\frac{T^2}{6}$ を単位とする

gauge, Yukawaの化学平衡から

$$
\begin{aligned}
B &= N_f(\mu_{u_L} + \mu_{u_R} + \mu_{d_L} + \mu_{d_R}) = 4N_f\mu_{u_L} + 2N_f\mu_W, \\
L &= \sum_i (\mu_i + \mu_{iL} + \mu_{iR}) = 3\mu + 2N\mu_W - N_f\mu_0 \\
Q &= \frac{2}{3}N_f(\mu_{u_L} + \mu_{u_R})\cdot 3 - \frac{1}{3}N_f(\mu_{d_L} + \mu_{d_R})\cdot 3 - \sum_i(\mu_{iL} + \mu_{iR}) - 2\cdot 2\mu_W - 2N_H\mu_- \\
&= 2N_f\mu_{u_L} - 2\mu - (4N_f + 4 + 2N_H)\mu_W + (4N_f + 2N_H)\mu_0 \\
I_3 &= \frac{1}{2}N_f(\mu_{u_L} - \mu_{d_L})\cdot 3 + \frac{1}{2}\sum_i(\mu_i - \mu_{iL}) - 2\cdot 2\mu_W - 2\cdot\frac{1}{2}N_H(\mu_0 + \mu_-) \\
&= -(2N_f + N_H + 4)\mu_W
\end{aligned}
$$

ここで $\mu \equiv \sum_i \mu_i$

sphaleron化学平衡を課すと $N_f(2\mu_L + \mu_W) + \mu = 0$

→ 量子数密度は (μ_W, μ, μ_0) で表される

$\star T > T_C$ (symmetric phase) $Q = I_3 = 0$を要請 $(\mu_W = 0)$

$$B = \frac{8N_f + 4N_H}{22N_f + 13N_H}(B-L), \qquad L = -\frac{14N_f + 9N_H}{22N_f + 13N_H}(B-L)$$

$\star T < T_C$ (broken phase) $Q = 0$ and $\mu_0 = 0$ ($\because \phi^0$ condensates)

$$B = \frac{8N_f + 4(N_H+2)}{24N_f + 13(N_H+2)}(B-L), \qquad L = -\frac{16N + f + 9(N_H+2)}{24N_f + 13(N_H+2)}(B-L)$$

何れにせよ、

$(B-L)_{\text{primordial}} = 0 \rightarrow \boxed{B = L = 0}$

現在の宇宙に物質が存在するためには、

(i) スファレロン過程が脱結合する前に、**B–Lが存在**する。

(ii) B+Lを**電弱一次相転移で生成**し、且つ、
その後直ちにスファレロン過程が無効になる。

のいずれかでなければならない。

(i) ⟶ Leptogenesis, (B–L)-violating GUTs, Affleck-Dine, ...

(ii) ⟶ Electroweak Baryogenesis

Leptogenesis

heavy Majorana neutrinoの崩壊によるレプトン数生成

thermal leptogenesis

heavy Majorana neutrinoが初期宇宙の高温状態で作られる

最高温度＝ Reheating temperature $T_R < 10^{7-10}\mathrm{GeV}$

gravitino problem

レプトン数の計算法は、GUT baryogenesisと同じ

nonthermal leptogenesis

heavy Majorana neutrinoをinflatonのdecayまたはpreheatingで作る

以下ではthermal leptogenesisを紹介

review articles

- Buchmüller, Di Bari and Plümacher, Ann. Phys. 315 (2005) 305
- Davidson, Nardi and Nir, Phys. Rep. 466 (2008) 105
- Pilaftsis, J. Phys. Conf. Ser. 171 (2009) 012017 [hep-ph/0904.1182]
- Buchmüller, Peccei and Yanagida, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.55 (2005) 311[hep-ph/0502169]

Boltzmann eq.についてはGUT- baryogenesisの論文

- Kolb and Wolfram, Nucl. Phys. B172 (1980) 224 [Erratum: B195 (1982) 542]
- Harvey, Kolb, Reiss and Wolfram, Nucl. Phys. B201 (1982) 16

LSP abundance (CDM)の計算

- Gondolo, Edsjö, Ullio, Bergstörm, Schelke and Baltz, JCAP 0407 ('04) [hep-ph/0406204]

  Dark SUSY http://www.physto.se/~edsjo/darksusy/

ニュートリノ質量とレプトン数の破れ

標準理論のニュートリノ $\in SU(2)$-doublet $\quad l_{AL} = \begin{pmatrix} \nu_{AL} \\ e_{AL} \end{pmatrix} \in \left(2, -\frac{1}{2}\right)$

$(A = e, \nu, \tau\text{: flavor})$

ゲージ不変な湯川結合＋SSBで質量が生じない

ニュートリノ振動の発見により、質量は必要！

gauge singlet N_Rを加えてYukawa項を組む

$$\mathcal{L}_Y = -y_{AB}\Phi^\dagger \bar{e}_{BR} l_{AL} - h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} + \text{h.c.}$$

$$\Big\downarrow \text{SSB}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \in \left(2, \frac{1}{2}\right) \qquad \tilde{\Phi} = i\tau_2\Phi^*$$

$$\mathcal{L}_Y \sim -y_{AB} v_0 \bar{e}_{BR} e_{AL} - h_{AB} v_0 \bar{N}_{BR} \nu_{AL} + \text{h.c.}$$

y, h は任意の$N_f \times N_f$複素行列

e_Lとe_R, ν_LとN_Rのbi-unitary transformationでyとhを対角化

$$\mathcal{L}_Y \sim -m_A^{(e)}(\bar{e}_{AR}e_{AL}+\bar{e}_{AL}e_{AR}) - m_A^{(\nu)}(\bar{N}_{AR}\nu_{AL}+\bar{\nu}_{AL}N_{AR})$$
$$\sim -m_A^{(e)}\bar{e}_A e_A - m_A^{(\nu)}\bar{\nu}_A\nu_A$$

4成分スピノール $e_A = \begin{bmatrix} e_{AL} \\ e_{AR} \end{bmatrix}, \quad \nu_A = \begin{bmatrix} \nu_{AL} \\ N_{AR} \end{bmatrix}$ chiral repr. $\gamma_5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Dirac mass term　　Lepton numberは保存

不自然なくらい $m^{(e)} \gg m^{(\nu)}$　　$[\sum_i m_i^{(\nu)} < 1.0\text{eV: WMAP+SDSS}]$

ゲージ不変性と矛盾せずにN_RのMajorana mass termを導入できる

$$\mathcal{L}_Y = -y_{AB}\Phi^\dagger \bar{e}_{BR} l_{AL} - h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} - \boxed{\frac{1}{2}M_{AB}\bar{N}_{BR}N_{AR}^c} + \text{h.c.}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2}(\nu_L \ \bar{N}_R)\underline{\begin{pmatrix} 0 & m_D^T \\ m_D & M \end{pmatrix}}\begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

N_R^cはLeft-handed

$m_D = hv_0$

固有値 $\simeq -\frac{m_D^2}{M}, \ M$

Seesaw Mechanism

レプトン数 $L(l_L) = L(e_R) = 1$

$$\mathcal{L}_Y = -y_{AB}\Phi^\dagger \underbrace{\bar{e}_{BR} l_{AL}}_{L=0} - h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} - \frac{1}{2} M_{AB} \bar{N}_{BR} N^c_{AR} + \text{h.c.}$$

$L(N_R) = 1$	$L = 0$	$L = -2$
$L(N_R) = 0$	$L = 1$	$L = 0$

$h \neq 0$ 且つ $M \neq 0$ → Lepton number violation

Leptogenesis high-T $\langle \Phi \rangle (T) = 0$ Dirac mass=0

↕

Low-energy observables $\langle \Phi \rangle \neq 0$

neutrino oscillation Dirac mass, Majorana mass, mixing

生成されるレプトン数の評価

$T \simeq M_R \gg 100\text{GeV}$ の電弱対称相 $\left\{ \begin{array}{l} \text{gauge boson, leptonはmassless} \\ \text{Higgs bosonは全て同じ質量} \ll T \end{array} \right.$

(i) レプトン数非保存 $\quad \mathcal{L}_Y = -h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} - \frac{1}{2} M_{AB} \bar{N}_{BR} N^c_{AR} + \text{h.c.}$

$h \neq 0$ and $M \neq 0$

(ii) C and CP violation $\quad M$を対角化する基底でhの複素位相

$SU(2)$ symmetry $\left\{ \begin{array}{l} \Gamma(N_A \to e_B^- \phi^+) = \Gamma(N_A \to \nu_B \phi^0) \equiv \Gamma(N_A \to l_B \phi) \\ \Gamma(N_A \to e_B^+ \phi^-) = \Gamma(N_A \to \bar{\nu}_B \phi^{0*}) \equiv \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi}) \end{array} \right.$

total decay asym. $\quad \boxed{\varepsilon_A \equiv \frac{\sum_B \Gamma(N_A \to l_B \phi) - \sum_B \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})}{\sum_B \Gamma(N_A \to l_B \phi) + \sum_B \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})}}$

(iii)非平衡状態

N_Rの分布関数が平衡分布からずれる

$T \simeq M_R$ から, 崩壊率$(\Gamma \sim h^2 M_R) \simeq H(T)$となる範囲

空間的に一様な現象 ⟶ 各粒子の分布関数 $f_i(t, \boldsymbol{p})$ に対するBoltzmann方程式

共動座標系で

$$\frac{dn_\psi(t)}{dt} + 3H(t)n_\psi(t) = -\sum_{i,j,\cdots}[\gamma(\psi \to i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \to \psi)]$$
$$-\sum_{a,i,j,\cdots}[\gamma(\psi + a \to i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \to \psi + a)]$$

$$n_\psi(t) = \int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3} f_\psi(t, \boldsymbol{p})$$

$\gamma(\psi \to i + j + \cdots)$は$f_\psi$等を使って得られた反応率

$$
\begin{aligned}
&\gamma(\psi + a + b + \cdots \to i + j + \cdots) \\
&\quad = \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_\psi \, d\tilde{\boldsymbol{p}}_a \cdots d\tilde{\boldsymbol{p}}_j \, (2\pi)^4 \delta^4 (p_\psi + p_a + \cdots - p_i - p_j - \cdots) \\
&\qquad \times |\mathcal{M}(\psi + a + b + \cdots \to i + j + \cdots)|^2 \, f_\psi f_a f_b \cdots (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \cdots
\end{aligned}
$$

$$
d\tilde{\boldsymbol{p}} \equiv \frac{d^3 \boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_{\boldsymbol{p}}} \qquad \pm = \begin{cases} \text{boson} \\ \text{fermion} \end{cases}
$$

1.平衡状態ではBoltzmann方程式の右辺＝０

2.CP対称性があると、粒子数は時間変化しない

を示すことができる。

1. 平衡状態では

エネルギー保存より

$$1 \pm \frac{1}{e^{\beta E} \mp 1} = \frac{e^{\beta E}}{e^{\beta E} \mp 1}$$

$$f_\psi^{\rm eq}(1 \pm f_i^{\rm eq})(1 \pm f_j^{\rm eq}) \cdots = \frac{1}{e^{\beta E_\psi} \mp 1} \frac{e^{\beta E_i}}{e^{\beta E_i} \mp 1} \frac{e^{\beta E_j}}{e^{\beta E_j} \mp 1} \cdots$$

$$= \frac{e^{\beta E_\psi}}{e^{\beta E_\psi} \mp 1} \frac{1}{e^{\beta E_i} \mp 1} \frac{1}{e^{\beta E_j} \mp 1} \cdots = f_i^{\rm eq} f_j^{\rm eq} \cdots (1 \pm f_\psi^{\rm eq})$$

これから

$$\gamma(\psi \to i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \to \psi)$$

$$= \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_\psi\, d\tilde{\boldsymbol{p}}_i \cdots (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi - p_i - p_j - \cdots) f_\psi^{\rm eq} \underline{(1 \pm f_i^{\rm eq})(1 \pm f_j^{\rm eq}) \cdots}$$

$$\times \underline{\left[|\mathcal{M}(\psi \to i + j + \cdots)|^2 - |\mathcal{M}(i + j + \cdots \to \psi)|^2 \right]}$$

unitarity $\to 0$

Kolb and Wolfram, Nucl. Phys. B172, Appendix

2. CP対称性があるとき

$$f_\psi(t) = f_{\bar\psi}(t),\ \mathcal{M}(\alpha \to \beta) = \mathcal{M}(\bar\alpha \to \bar\beta)$$

$n_\psi - n_{\bar\psi}$ に対するBoltzmann方程式の右辺に現れる量:

$$\begin{aligned}
&\underline{[\gamma(\psi \to i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \to \psi)]} - \underline{[\gamma(\bar\psi \to \bar i + \bar j + \cdots) - \gamma(\bar i + \bar j + \cdots \to \bar\psi)]} \\
= &\int d\tilde{\boldsymbol{p}}_\psi \cdots (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi - p_i - p_j - \cdots) \\
&\times \Big\{ \Big[\underline{|\mathcal{M}(\psi \to i + j + \cdots)|^2} - \underline{|\mathcal{M}(\bar\psi \to \bar i + \bar j + \cdots)|^2} \Big] f_\psi (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \cdots \\
&\quad - \Big[\underline{|\mathcal{M}(i + j + \cdots \to \psi)|^2} - \underline{|\mathcal{M}(\bar i + \bar j + \cdots \to \bar\psi)|^2} \Big] f_i f_j \cdots (1 \pm f_\psi) \Big\} \\
= &\ 0
\end{aligned}$$

Boltzmann方程式の解法

分布函数 $f(t,\boldsymbol{p})$に対する方程式 $\rightarrow$ 粒子数密度 $n(t)$に対する方程式

$$\boxed{f(t,\boldsymbol{p}) = \frac{n(t)}{n^{\mathrm{eq}}} f^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{p})}$$

#(弾性散乱)>>#(非弾性散乱) ？

最近は、p-dep.を入れた計算も

‘integrated Boltzmann equation’

$$\dot{n}_\psi(t) + 3H(t)n(t)$$

$$= \quad -\sum_{i,j,\cdots}\left[\frac{n_\psi}{n_\psi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\psi\to i+j+\cdots) - \frac{n_i n_j\cdots}{n_i^{\mathrm{eq}} n_j^{\mathrm{eq}}\cdots}\gamma^{\mathrm{eq}}(i+j+\cdots\to\psi)\right]$$

$$-\sum_{a,i,\cdots}\left[\frac{n_\psi n_a}{n_\psi^{\mathrm{eq}} n_a^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\psi+a\to i+j+\cdots) - \frac{n_i n_j\cdots}{n_i^{\mathrm{eq}} n_j^{\mathrm{eq}}\cdots}\gamma^{\mathrm{eq}}(i+j+\cdots\to\psi+a)\right]$$

$\gamma^{\mathrm{eq}}(\cdots) =$ 平衡分布$f^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{p})$で計算した$\gamma(\cdots)$

変数変換

$$Y_\psi \equiv \frac{n_\psi}{s}$$ により空間膨張の効果を消す

$$\dot{n}_\psi(t) + 3H(t)n_\psi(t) = s\dot{Y}_\psi(t)$$

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3$$ より $$\dot{s} = \frac{3}{T}\frac{dT}{dt}s = 3s\frac{d\log T}{dt}$$

t と T の関係 $\quad a(t) \propto t^{1/2} \propto T^{-1}$ $\longrightarrow$ $$\frac{d\log T}{dt} = -\frac{1}{2t}$$

[放射優勢宇宙]

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{1}{2t}$$

これらから $\dot{s} = -3sH(t)$

$$\therefore \dot{n}_\psi = s\dot{Y}_\psi + \dot{s}Y_\psi = s\dot{Y}_\psi - 3H(t)sY_\psi$$

$$t \to z = \frac{M}{T}$$ ：無次元変数

M = the smallest N_R mass
最後に崩壊

tの増加 $\leftrightarrow$ Tの減少 $\leftrightarrow$ zの増加

$$\frac{d}{dt} = -\frac{M}{T^2}\frac{dT}{dt}\frac{d}{dz} = -z\frac{d\log T}{dt}\frac{d}{dz} = H(t)z\frac{d}{dz} = \left(\frac{4\pi^3}{45}g_*\right)^{1/2}\frac{T^2}{m_{\rm Pl}}z\frac{d}{dz}$$
$$= \left(\frac{4\pi^3}{45}g_*\right)^{1/2}\frac{M^2}{m_{\rm Pl}}\frac{1}{z}\frac{d}{dz}$$

これにより

$$s\frac{dY_\psi}{dt} = \left(\frac{4\pi^3}{45}g_*\right)^{1/2}\frac{2\pi^2}{45}g_*T^3\frac{M^2}{m_{\rm Pl}}\frac{1}{z}\frac{dY_\psi}{dz} = \left(\frac{2\pi^2}{45}g_*\right)^{3/2}\sqrt{2\pi}\frac{M^5}{m_{\rm Pl}}\frac{1}{z^4}\frac{dY_\psi}{dz}$$
$$\equiv C\,M^4\frac{1}{z^4}\frac{dY_\psi}{dz}$$

$$C = \sqrt{2\pi}\left(\frac{2\pi^2}{45}g_*\right)^{3/2}\frac{M}{m_{\rm P}}$$ ：無次元定数

integrated Boltzmann equation

$$C\frac{M^4}{z^4}\frac{dY_\psi}{dz}$$

$$= \quad -\sum_{i,j,\cdots}\left[\frac{Y_\psi}{Y_\psi^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(\psi\to i+j+\cdots) - \frac{Y_iY_j\cdots}{Y_i^{\rm eq}Y_j^{\rm eq}\cdots}\gamma^{\rm eq}(i+j+\cdots\to\psi)\right]$$

$$-\sum_{a,i,\cdots}\left[\frac{Y_\psi Y_a}{Y_\psi^{\rm eq}Y_a^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(\psi+a\to i+j+\cdots) - \frac{Y_iY_j\cdots}{Y_i^{\rm eq}Y_j^{\rm eq}\cdots}\gamma^{\rm eq}(i+j+\cdots\to\psi+a)\right]$$

leptogenesisでは

$(\psi,a,i,j)=(N_A,l,\bar{l},\phi,\bar{\phi})$ として連立Boltzmann方程式を解く

平衡状態での粒子数密度

$T \gg m_\phi, m_l = 0$

$$n_l^{\rm eq} = n_{\bar{l}}^{\rm eq} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2}\left(\frac{3}{4} \times 3_{\rm gen} \times 2_{\rm isospin}\right) T^3, \qquad n_\phi^{\rm eq} = n_{\bar{\phi}}^{\rm eq} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \cdot 2 \cdot T^3$$

N_Rは脱結合の効果を見るので質量を入れて

$f_N^{\rm eq}(\boldsymbol{p}) \simeq e^{-E_p/T}$

$$\begin{aligned} n_N^{\rm eq} &= 2 \int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\, e^{-\sqrt{\boldsymbol{p}^2+M^2}/T} = 2 \cdot \frac{T^3}{2\pi^2} \int_0^\infty dx\, x^2\, e^{-\sqrt{x^2+z^2}} \\ &= 2 \cdot \frac{T^3}{2\pi^2}\, z^2 K_2(z) \end{aligned}$$

$z = M/T$

$K_2(z)$: modified Bessel function

$$C\frac{M^4}{z^4}\frac{dY_{N_A}}{dz} = -\frac{Y_{N_A}}{Y_{N_A}^{\mathrm{eq}}}\left[\gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to l\phi) + \gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to \bar{l}\bar{\phi})\right]$$
$$+\frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to N_A) + \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to N_A)$$

$$C\frac{M^4}{z^4}\frac{dY_l}{dz} = \frac{Y_{N_A}}{Y_{N_A}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to l\phi) - \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to N_A)$$
$$+\frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to l\phi) - \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi})$$

$$C\frac{M_i^4}{z^4}\frac{dY_{\bar{l}}}{dz} = \frac{Y_{N_A}}{Y_{N_A}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to \bar{l}\bar{\phi}) - \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to N_A)$$
$$-\frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to l\phi) + \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi})$$

$Y_\phi,\ Y_{\bar{\phi}}$ についても同様

$\gamma^{\rm eq}$の計算 $[f^{\rm eq} \simeq e^{-E/T},\ 1 \pm f^{\rm eq} \simeq 1]$

$$\gamma^{\rm eq}(N \to l\phi) = \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_1 \cdots f_N^{\rm eq}(\boldsymbol{p}_1)(2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3)\,|\mathcal{M}(N \to l\phi)|^2$$

$$= \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} e^{-E_1/T} \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3\boldsymbol{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3)\,|\mathcal{M}(N \to l\phi)|^2$$

$$= \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} e^{-E_1/T}\, 2M\,\Gamma_{rs}(N \to l\phi)$$

decay width in the rest frame of N

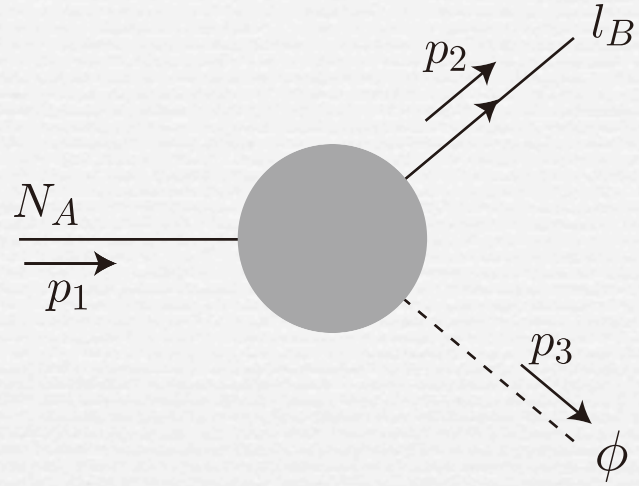
ここでp_1積分は

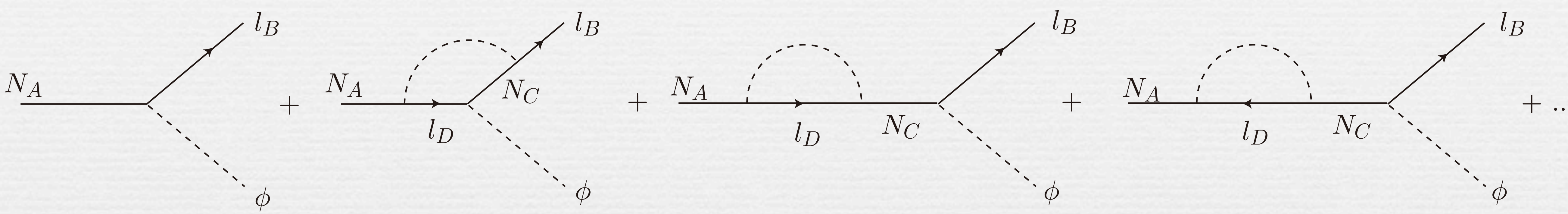
$$\int \frac{d^3\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{M}{E_1} e^{-\sqrt{p_1^2+M^2}/T} = \frac{M}{2\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2+M^2}} e^{-\sqrt{p^2+M^2}/T} = \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_1(z)$$

CPT-inv.

$$\boxed{\begin{aligned} \gamma^{\rm eq}(N \to l\phi) &= \gamma^{\rm eq}(\bar{l}\bar{\phi} \to N) = \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_1(z)\,\Gamma_{rs}(N \to l\phi) \\ \gamma^{\rm eq}(N \to \bar{l}\bar{\phi}) &= \gamma^{\rm eq}(l\phi \to N) = \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_1(z)\,\Gamma_{rs}(N \to \bar{l}\bar{\phi}) \end{aligned}}$$

$$i\mathcal{M}(N_A \to l_B \phi) =$$





total decay width tree-level contribution

$$\sum_B \left[\Gamma(N_A \to l_B \phi) + \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})\right]$$

$$= \frac{2}{2M_A} \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3\boldsymbol{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \, 2(hh^\dagger)_{ii} \, (p_1 \cdot p_2)(2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3)$$

$$= \frac{1}{8\pi} (hh^\dagger)_{AA} \, M_A$$

$$\sum_B \left[\Gamma(N_A \to l_B \phi) - \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})\right] = \frac{M_A}{(8\pi)^2} \sum_{B \neq A} \mathrm{Im}\left[\left((hh^\dagger)_{BA}\right)^2\right] \left[f(\xi_B) + g(\xi_B)\right]$$

$$\xi_B \equiv \frac{M_B^2}{M_A^2} \qquad f(\xi) = \sqrt{\xi}\left[1 - (1+\xi)\log\frac{1+\xi}{\xi}\right], \qquad g(\xi) = \frac{\sqrt{\xi}}{1-\xi}$$

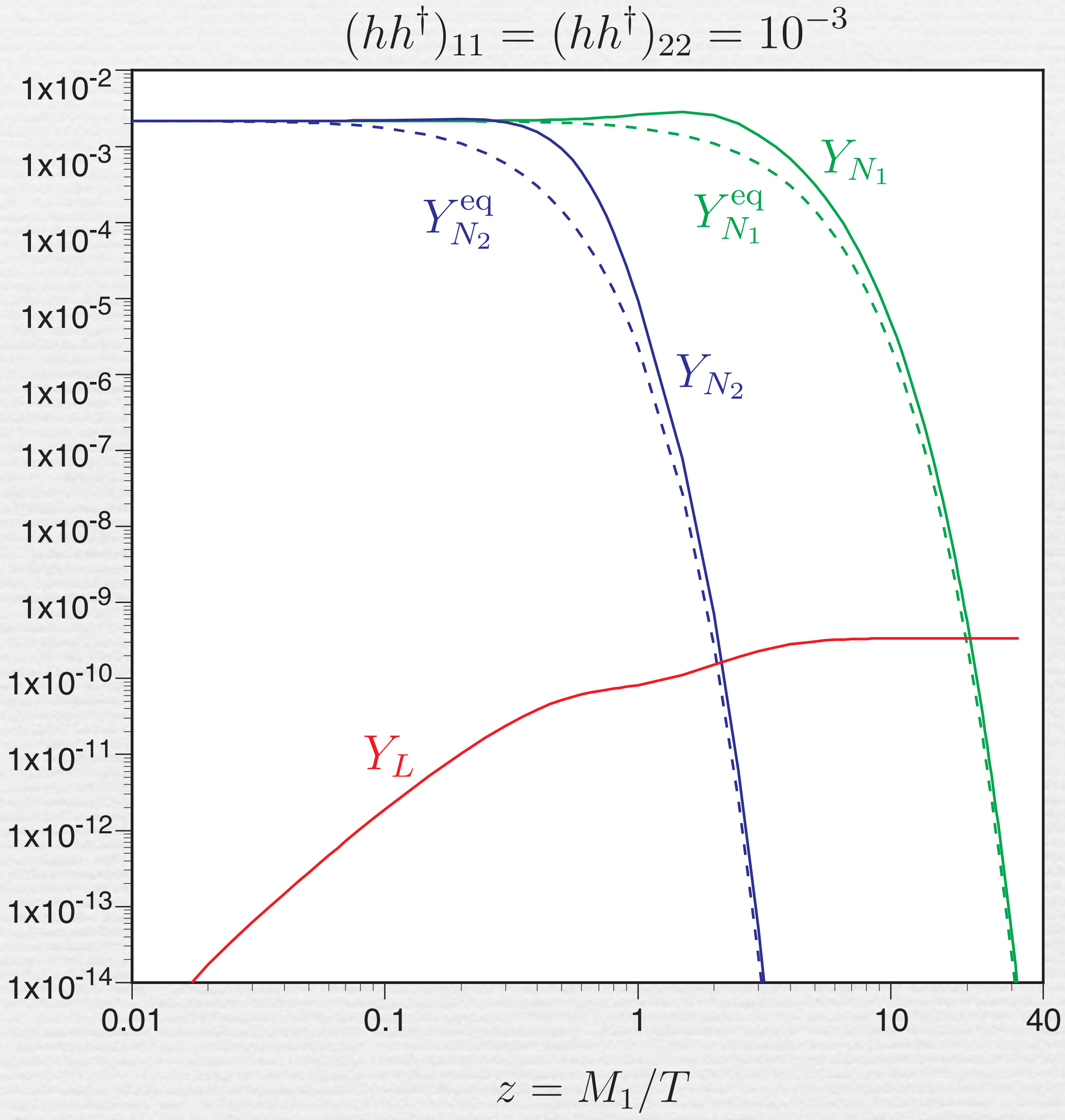
$$\begin{cases} \Gamma(N_A \to l\phi) = \dfrac{1+\varepsilon_A}{2}\Gamma = \dfrac{(hh^\dagger)_{AA}}{16\pi}(1+\varepsilon_A)M_A \\ \Gamma(N_A \to \bar{l}\bar{\phi}) = \dfrac{1-\varepsilon_A}{2}\Gamma = \dfrac{(hh^\dagger)_{AA}}{16\pi}(1-\varepsilon_A)M_A \end{cases}$$

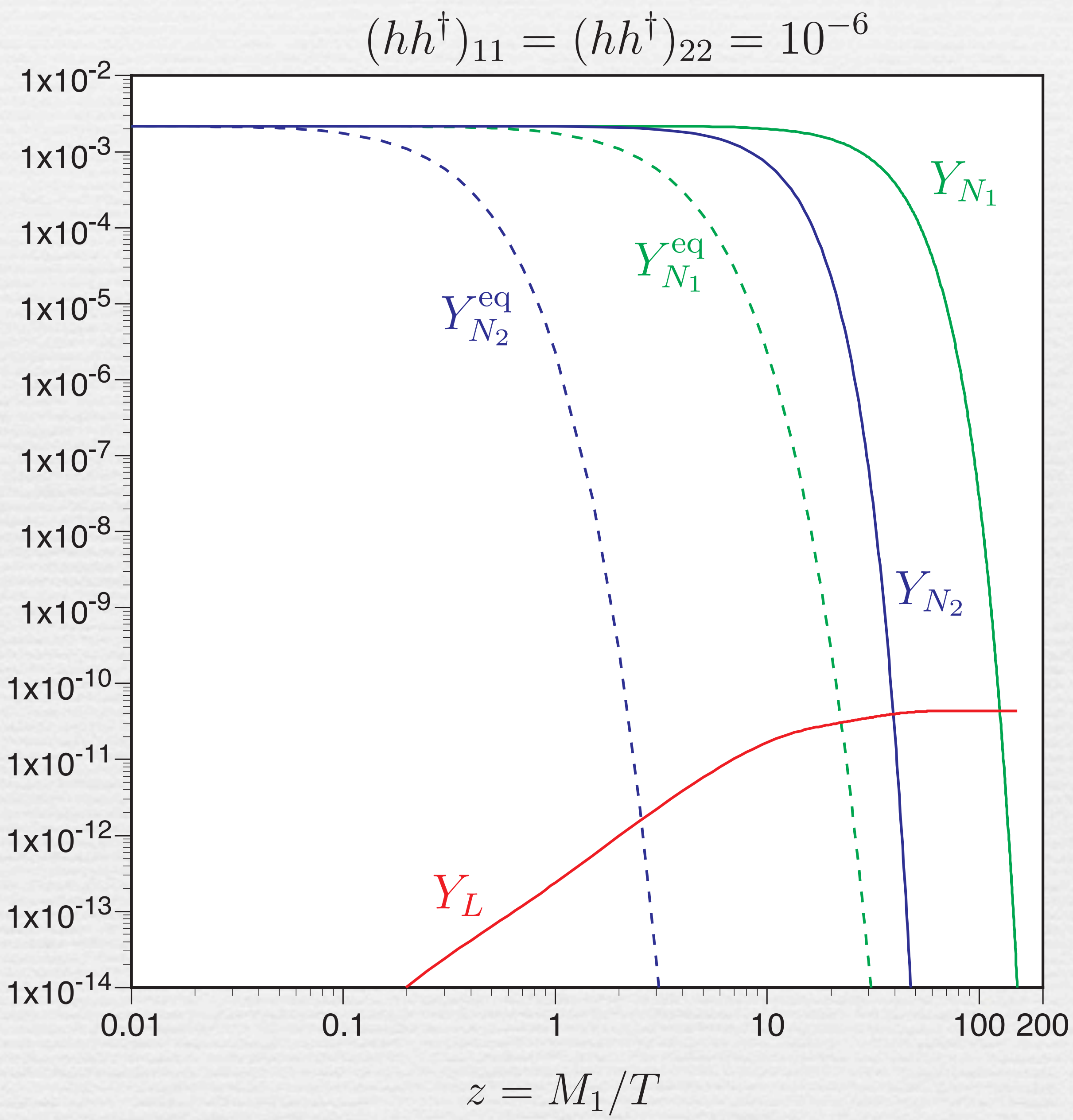
$$\varepsilon_A = \frac{1}{8\pi(hh^\dagger)_{AA}} \sum_{B \neq A} \mathrm{Im}\left[\left((hh^\dagger)_{BA}\right)^2\right] \left[f(\xi_B) + g(\xi_B)\right]$$

数値解の例

2-flavor toy model $M_1 = 10^{-6} m_{\rm Pl}, \quad M_2/M_1 = 10, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-8}$

初期条件 $Y_N = Y_N^{\rm eq},\ Y_l = Y_{\bar l} = Y_l^{\rm eq},\ Y_\phi = Y_{\bar\phi} = Y_\phi^{\rm eq}$ at $z = M_1/T = 0.01$





解の定性的な振舞

$T \simeq M_1$ では $Y_l = Y_l^{\rm eq}, Y_\phi = Y_\phi^{\rm eq}, \cdots$

$M_1 \ll M_2$ の場合、生成されるLepton数は N_1 の崩壊で決まり

$$\frac{dY_{N_1}}{dz} = -(D+S)\left(Y_{N_1} - Y_{N_1}^{\rm eq}\right)$$

$$\frac{dY_{B-L}}{dz} = -\varepsilon_1 D\left(Y_{N_1} - Y_{N_1}^{\rm eq}\right) - WY_{B-L}$$

D : decay
S : scattering
W : wash-out

解析的な近似解 Buchmüller, Di Bari and Plümacher, Ann. Phys. 315

decay parameter $\boxed{K \equiv \frac{\Gamma_D}{H(z=1)}}$

$K \gg 1$ strong washout regime

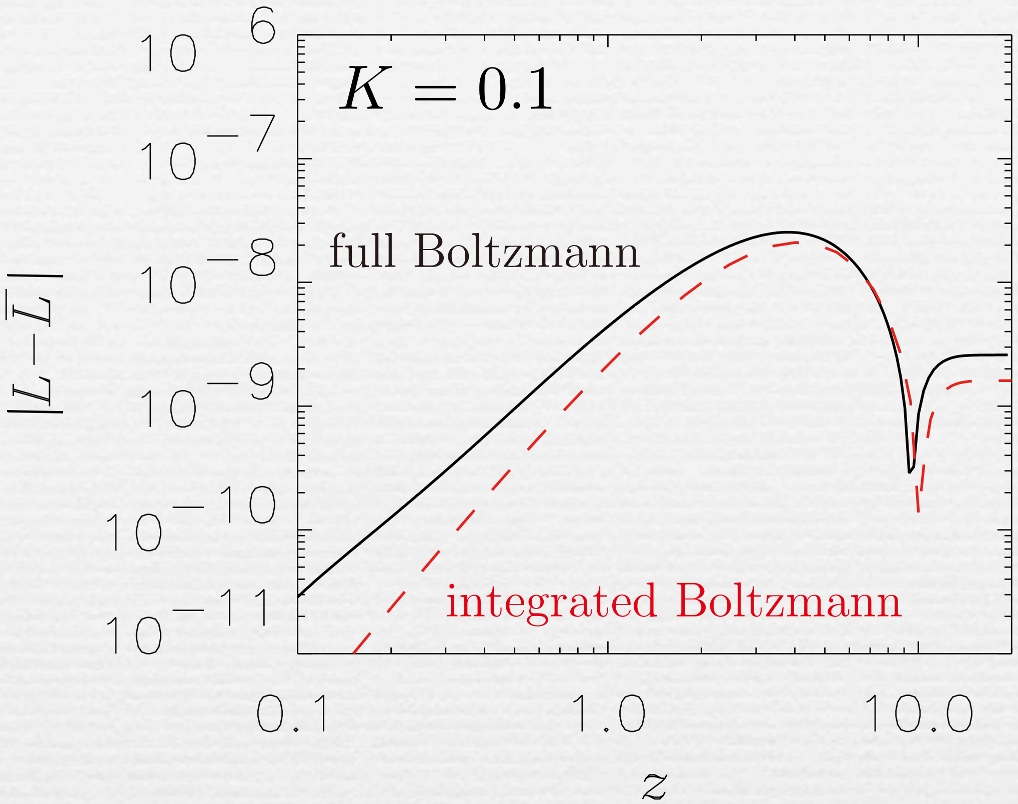
Y は $Y^{\rm eq}$ に近い発展をして、最終的な $B-L$ は W が効かなくなった時期に決まる。

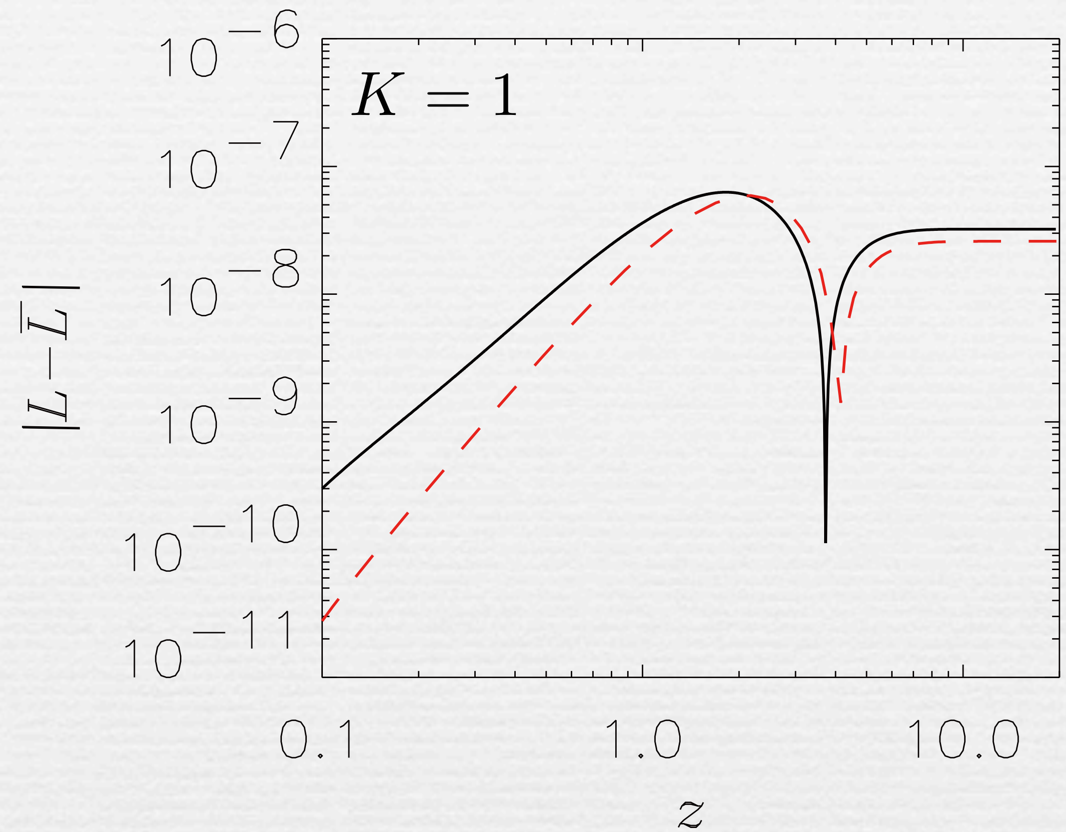
$K < 1$ weak washout regime

Y は $Y^{\rm eq}$ から遅れて変化し、最終的な $B-L$ は初期条件などの詳細に依存する。

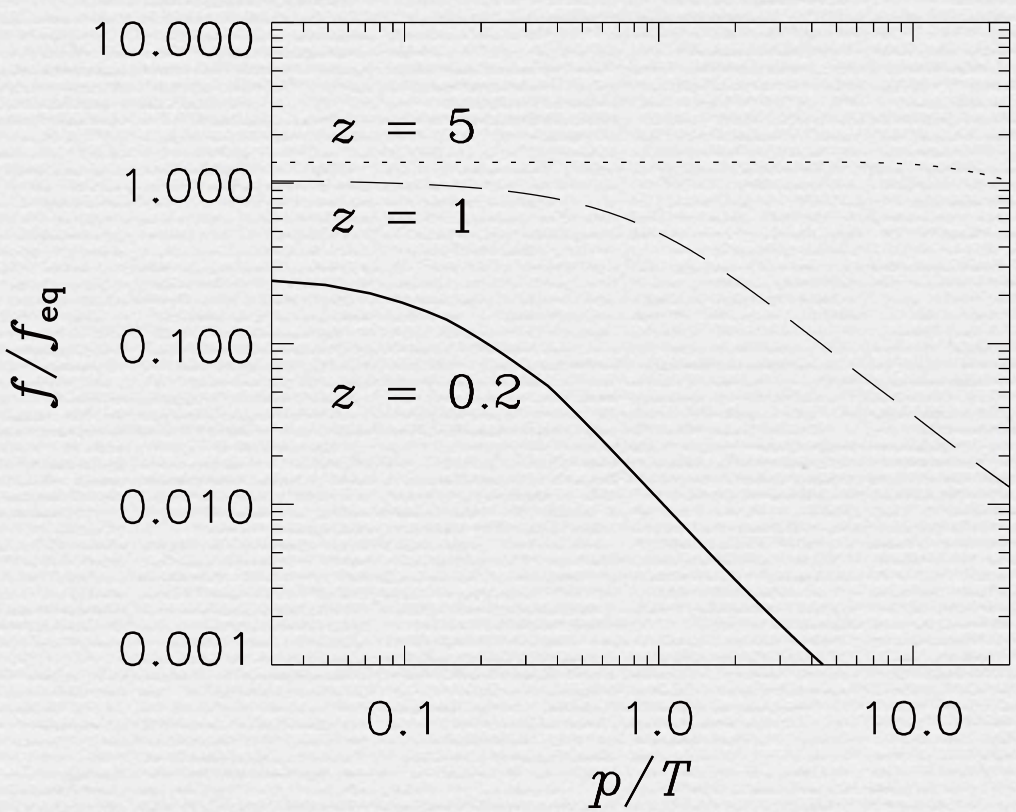
full Boltzmann equation

Basbøll and Hannested, JCAP 0701 ('07) [hep-ph/0609025]

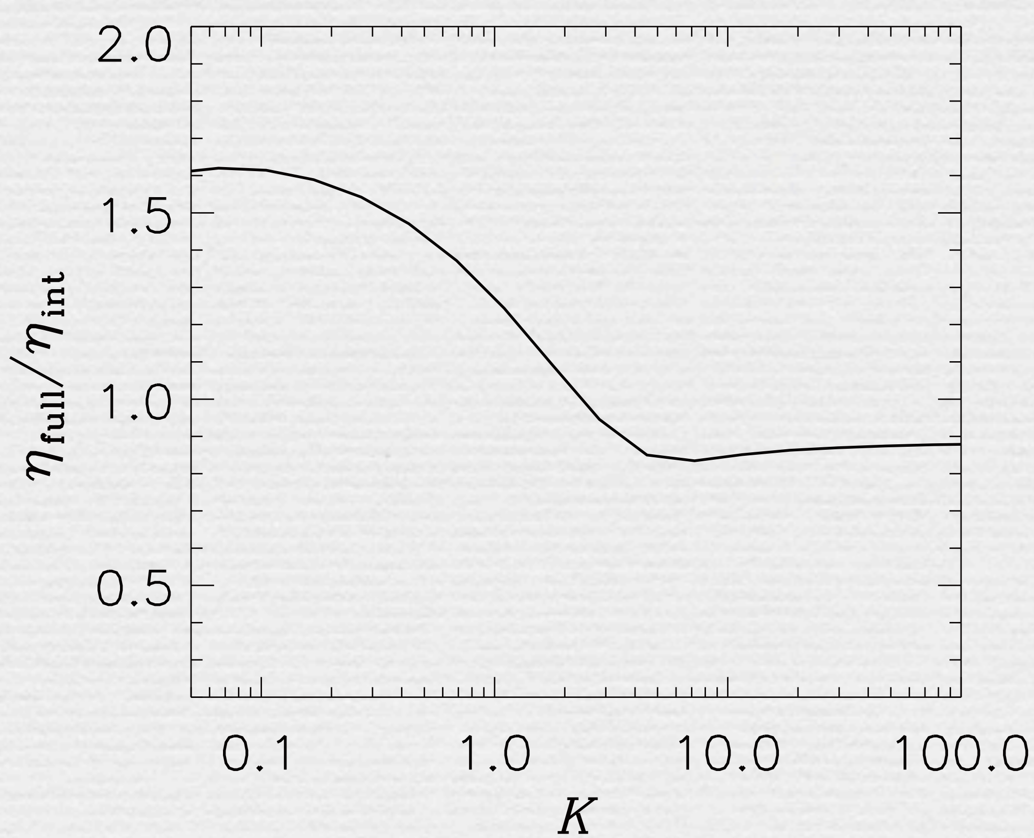




N_R分布関数の違い ($K = 1$)



最終的なL-abundance



スファレロン過程とレプトン数非保存過程

両方の過程が化学平衡 → $B = L = 0$

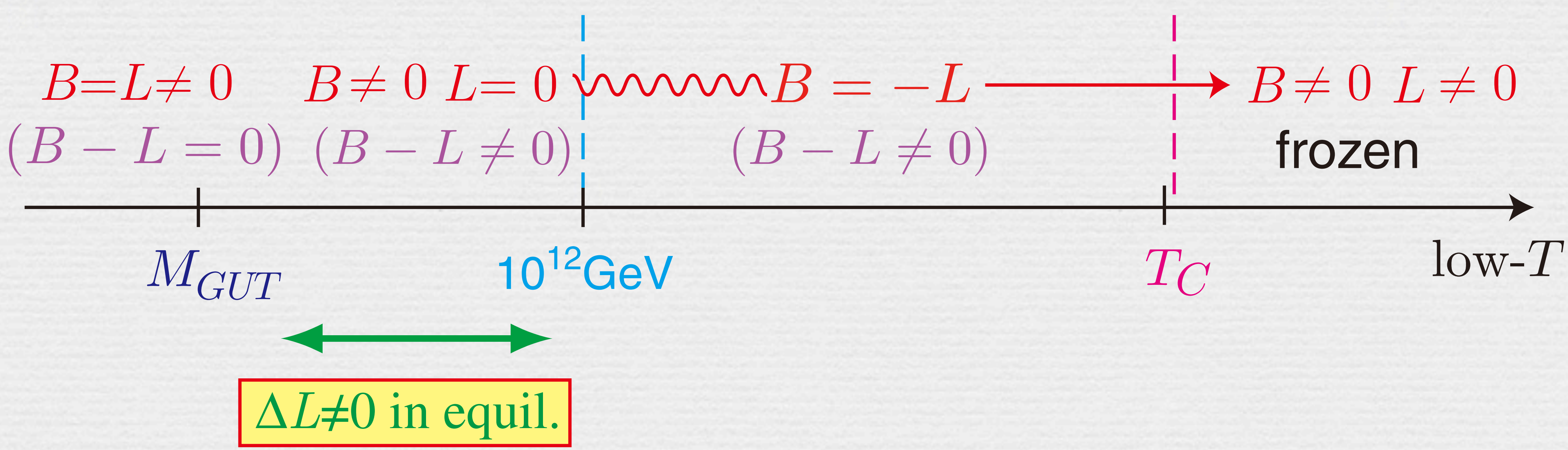
$\Delta L \neq 0$ 相互作用への制限

Zee model — Hasegawa, Lim, Ogure, Phys. Rev. D68 ('03)

Seesaw model — Hasegawa, Phys. Rev. D69 ('04)

$(B - L)$を保存するGUTsと組み合わせて $B \neq 0$を残す

Fukugita and Yanagida, Phys. Rev. Lett. 89 ('02)

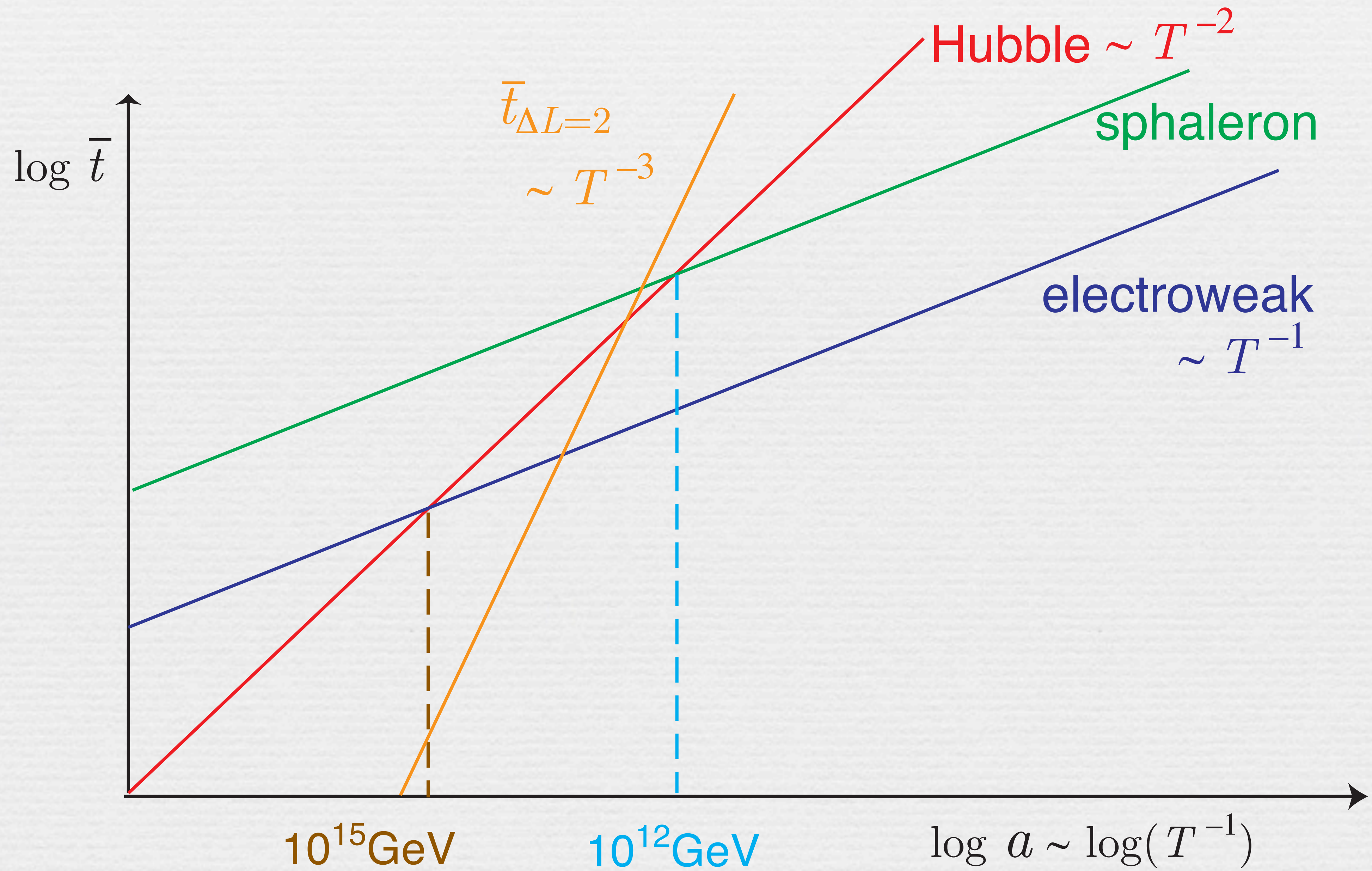


このシナリオが成功するには、

$T = 10^{12}\mathrm{GeV}$に冷える前に$\Delta L \neq 0$過程が脱結合しなければならない。

$$\mathcal{L}_{\rm eff} = \frac{g_i^2}{m_{N_i}} l_i\phi\, l_i\phi \Longrightarrow \Gamma_{\Delta L=2} \simeq \frac{0.12 g_i^4 T^3}{4\pi m_{N_i}^2} < H(T) \qquad \text{at } T < 10^{12}\mathrm{GeV} \text{ を要請}$$

→ m_{N_i}の下限 $\overset{\text{seesaw}}{\longleftrightarrow}$ $m_{\nu_i} < 0.8\mathrm{eV}$



low-energy observableとの関係

ニュートリノ振動　$\Delta m_{ij}^2,\ U_{MNS}$

質量固有状態: 真空 vs T=M

$$\mathcal{L}_Y = y_{AB}\epsilon^{ab} l_{aAL} e^c_{BR} \tilde{\Phi}_b - h_{AB}\epsilon^{ab} l_{aAL} N^c_{BR} \Phi_b - \frac{1}{2} M_{AB} N^c_{AR} N^c_{BR} + \text{h.c.}$$

2-spinor notation

Lorentz群$[SL(2;C) \to 2$つの$SU(2)]$の既約表現 (s_L, s_R)

$\psi_\alpha \in \left(\frac{1}{2}, 0\right)$　$\chi^{\dot\alpha} \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$　$(\psi_\alpha)^* = \bar\psi_{\dot\alpha}$:共役　添字の上下は $\varepsilon^{\alpha\beta}$

$\psi^\alpha \phi_\alpha,\ \bar\psi_{\dot\alpha}\bar\phi^{\dot\alpha}$: Lorentz scalar $(0,0)$　$\psi\sigma^\mu\bar\chi,\ \bar\chi\bar\sigma^\mu\psi$: vector $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Dirac　$\psi = \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \bar\chi^{\dot\alpha} \end{bmatrix},\quad \bar\psi = \begin{bmatrix} \chi^\alpha & \bar\phi_{\dot\alpha} \end{bmatrix}$　$\bar\psi\psi = \phi\chi + \bar\chi\bar\phi = \phi\chi + \text{h.c.}$

ϕとχのチャージは逆

Majorana　$\psi = \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \bar\phi^{\dot\alpha} \end{bmatrix},\quad \bar\psi = \begin{bmatrix} \phi^\alpha & \bar\phi_{\dot\alpha} \end{bmatrix}$　$\bar\psi\psi = \phi\phi + \bar\phi\bar\phi = \phi\phi + \text{h.c.}$

ϕのチャージは0

$$\mathcal{L}_Y \overset{\text{SSB}}{\sim} -e_L^T m_e e_R^c - \nu_L^T m_\nu N_R^c - \frac{1}{2} N_R^{cT} M N_R^c + \text{h.c.}$$

$$= -e_L^T m_e e_R^c - \frac{1}{2} \left(\nu_L^T \ N_R^{cT}\right) \begin{pmatrix} 0 & m_\nu \\ m_\nu^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

(1) m_eとm_νをbi-unitary変換で対角化

$$U_L^{(e)} m_e U_R^{(e)} = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \qquad S_L m_\nu S_R = \Lambda_D = \text{diagonal}$$

場の変換: $e_R^c = U_R^{(e)} e_R'^c, \quad e_L = U_L^{(e)T} e_L', \quad N_R^c = S_R N_R'^c, \quad \nu_L = S_L^T \nu_L'$

mass term:

$$\mathcal{L}_m = -m_{e\,i} e_{iL}' e_{iR}'^c - \frac{1}{2} \left(\nu_L'^T \ N_R'^{cT}\right) \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_D \\ \Lambda_D & \tilde{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L' \\ N_R'^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

$$\tilde{M} = S_R^T M S_R$$

(2) ν mass matrixをブロック対角化

$$V = \begin{pmatrix} 1 & \Lambda_D \tilde{M}^{-1} \\ -\tilde{M}^{-1}\Lambda_D & 1 \end{pmatrix}$$ は近似的にユニタリ $V^\dagger V = 1 + O(\Lambda_D^2 \tilde{M}^{-2})$

$$\longrightarrow \quad V^T \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_D \\ \Lambda_D & \tilde{M} \end{pmatrix} V \simeq \begin{pmatrix} -\Lambda_D \tilde{M}^{-1}\Lambda_D & 0 \\ 0 & \tilde{M} \end{pmatrix}$$ 'seesaw'

(3) ブロック対角部分を対角化

$-T_L^T(\Lambda_D \tilde{M}^{-1}\Lambda_D)T_L = \Lambda_l, \quad T_R^T \tilde{M} T_R = \Lambda_h$

$$\mathcal{L}_{\nu-m} = -\frac{1}{2}(\nu_L'^T \ N_R'^{cT}) V^* \begin{pmatrix} T_L^* & 0 \\ 0 & T_R^* \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Lambda_l & 0 \\ 0 & \Lambda_h \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_L^\dagger & 0 \\ 0 & T_R^\dagger \end{pmatrix} V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L' \\ N_R'^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

$$= \frac{1}{2}\eta_l^T \Lambda_l \eta_l + \frac{1}{2}\eta_h^T \Lambda_h \eta_h + \text{h.c.}$$ $\longleftarrow$ Majorana mass

質量固有状態
$$\begin{cases} \eta_l = T_L^\dagger \left[\nu_L' - \Lambda_D (\tilde{M}^{-1})^\dagger N_R'^c\right] \\ \eta_h = T_R^\dagger \left[N_R'^c + (\tilde{M}^{-1})^\dagger \Lambda_D \nu_L'\right] \end{cases}$$

light (主成分はν_L')

heavy (主成分は$N_R'^c$)

charged current interaction

$$\mathcal{L}_{CC} \quad \sim \quad \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \left[\bar{e}_L \bar{\sigma}^\mu \nu_L + \nu_L \sigma^\mu \bar{e}_L\right] W_\mu^- + \mathrm{h.c.}$$

$$\simeq \quad \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \left[\bar{e}'_L \bar{\sigma}^\mu (U_L^{(e)*} S_L^T T_L) \eta_l + \eta_{lL} \sigma^\mu (T_L^T S_L U_L^{(e)\dagger}) \bar{e}'_L\right] W_\mu^- + \mathrm{h.c.}$$

$$(U_{MNS})_{fi} = \left(U_L^{(e)*} S_L^T T_L\right)_{fi}$$

f =lepton flavor, i =mass eigenstate

練習問題

(1) U_{MNS}にCP対称性を破る複素位相は幾つ含まれるか?

(2) その位相のうちどれがニュートリノ振動実験に影響するか?

Leptogenesisに関係する位相とは「直接には」関係無い。

模型（質量行列）に何らかの制限

Electroweak Baryogenesis

標準理論やその拡張に基づく　検証可能　　制限がきつい

(1) バリオン数保存の破れ　スファレロン過程

但し、生成直後に凍結すべし

(2) CP対称性の破れ　　KM位相では不十分（後述）

標準理論の拡張　　SUSY-SM, extra Higgs, ...

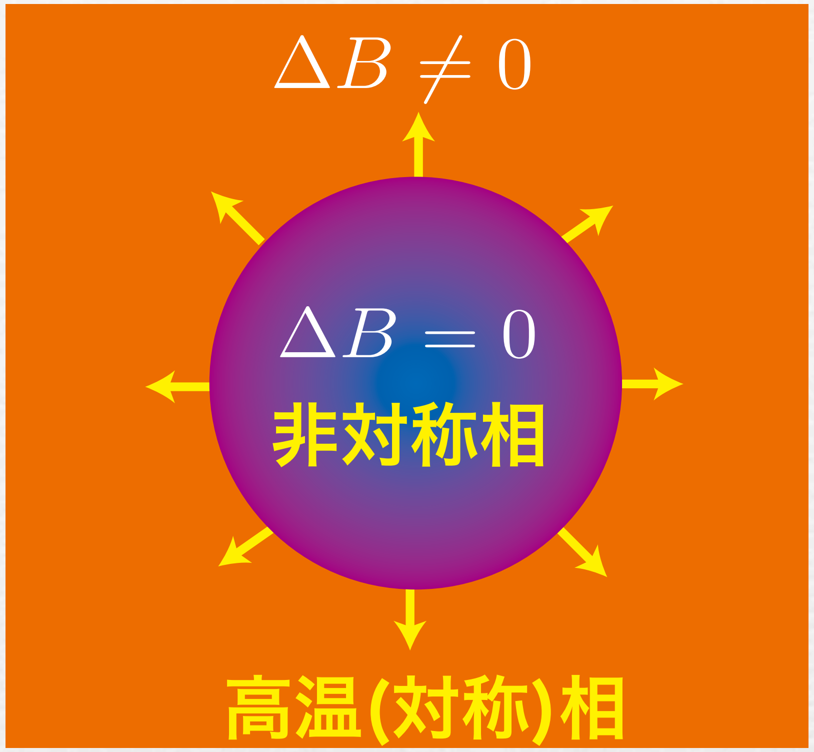
(3) 非平衡状態　　T=100GeVでは、宇宙膨張は無視できる

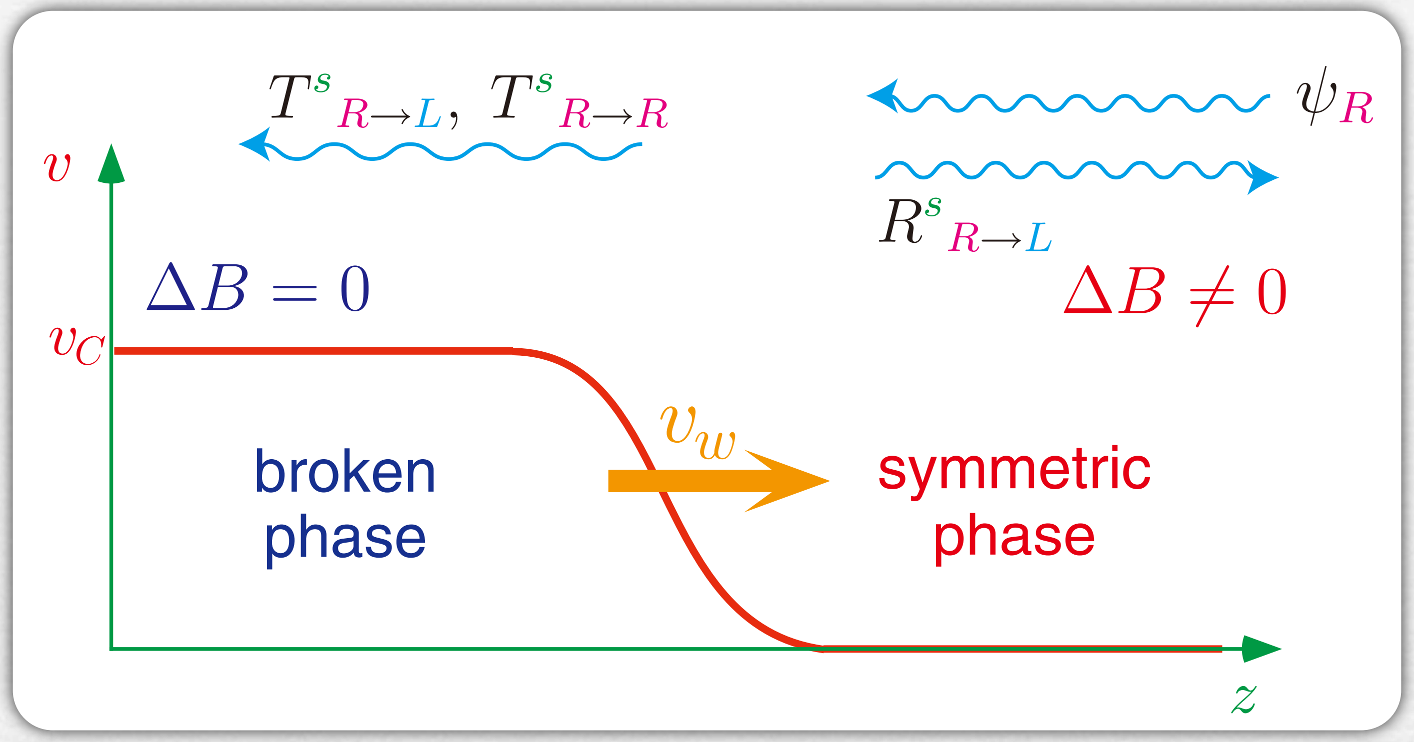
$$\bar{t}_{EW} = 10\mathrm{GeV}^{-1} < \bar{t}^{(\mathrm{sym})}_{\mathrm{sph}} = 10^3\mathrm{GeV}^{-1} \ll H(T)^{-1} = 10^{14}\mathrm{GeV}^{-1}$$

電弱相転移が、相境界の形成・成長を伴う一次転移

標準理論の拡張が必要（後述）

電弱バリオン数生成の概要





プラズマの粒子とbubble wallとのCPを破る相互作用

$q,\ l$ Higgs profile B-conserving

↓

カイラル・フェルミオンの反射率の差 +bubble wallの運動

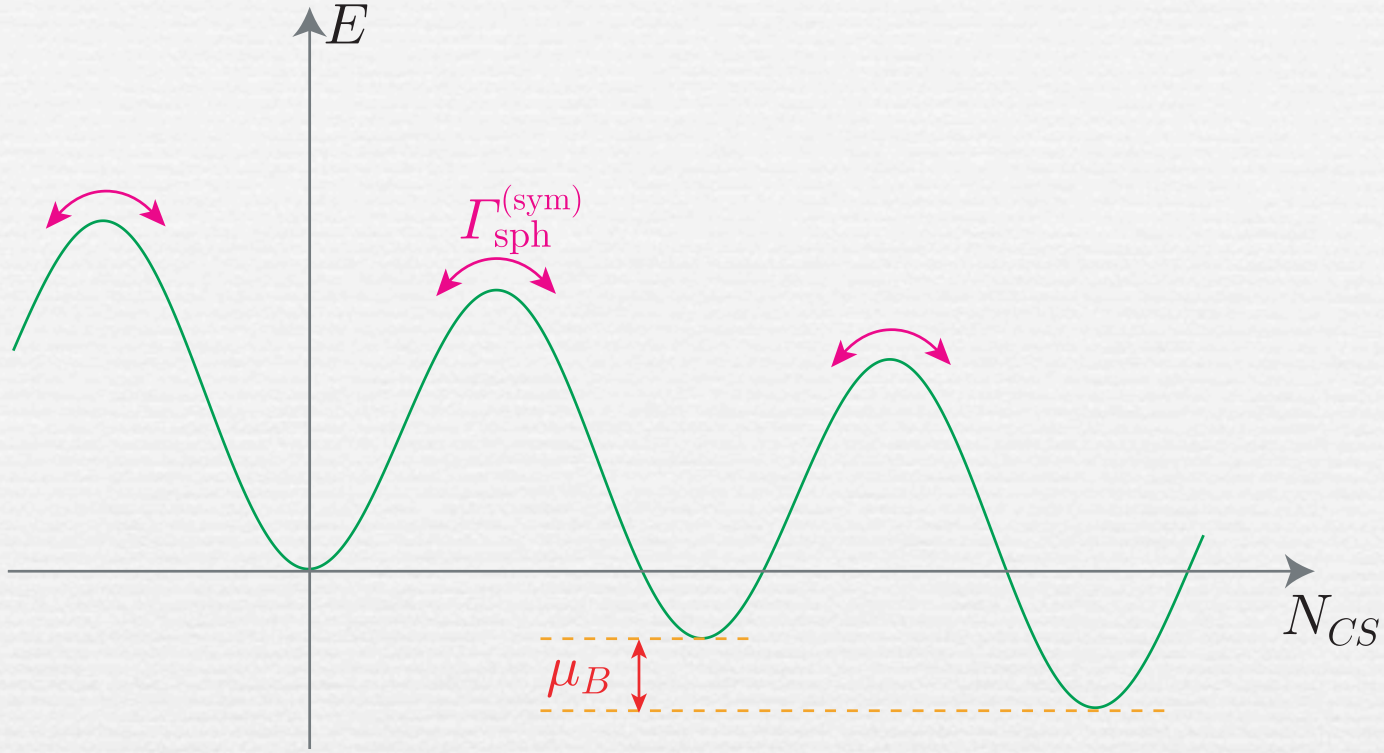
↓

カイラル・チャージが対称相に注入 $(Q_L - Q_R)(R^s_{R\to L} - R^s_{L\to R})$

対称相で保存される量子数 $Q_Y,\ I_3$

↓

対称相でのスファレロン過程にバイアス　$\mu_B \neq 0$



↓

バリオン数生成

$$\dot{n}_B = -\frac{\mu_B}{T}\Gamma_{\rm sph}^{\rm (sym)}(T)$$

↓

相転移後、**非対称相で凍結**　$\dfrac{v(T_C)}{T_C} > 1$

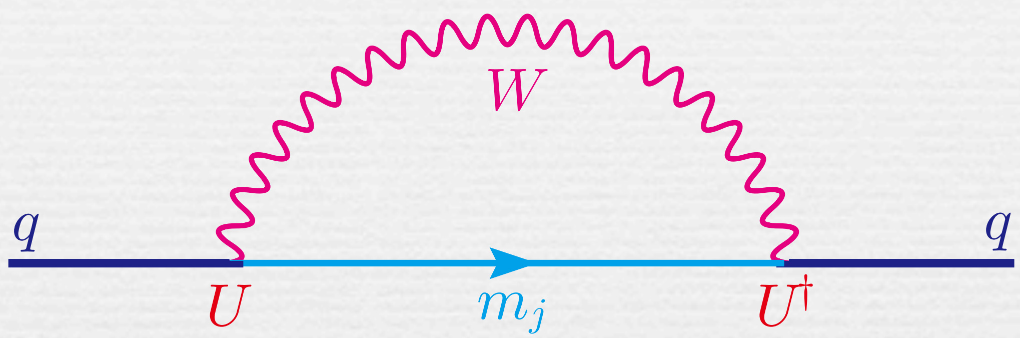
詳しくは、 KF, Prog. Theor. Phys. 96 ('96) を参照

その他のreview: Rubakov and Shaposhnikov, Phys. Usp. 39 ('96) 461
Riotto and Trodden, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 49 ('99) 35
Bernreuther, Lect. Notes Phys. 591 ('02) 237

標準理論だけでバリオン数生成は可能か？

☆ $m_h > 114\mathrm{GeV}$ ⟶ 相境界はクロスオーバー　~~非平衡~~

☆ CP対称性の破れはKM位相だけ



$m_i \neq m_j$

⟶ dispersionに$O(\alpha_W)$のCPV

Farrar and Shaposhnikov, Phys. Rev. D50 ('94)

weakの1-loopで小さいが、さらに、

QCD correction,　wallとの多重散乱によるdecoherence

Gavela, et al., Nucl. Phys. B430 ('94)　Huet and Sather, Phys. Rev. D51 ('95)

⟶ $\left|\frac{n_B}{s}\right| < 10^{-26}$

1st order EWPT と CP violationのため拡張が必要

電弱相転移

$T \simeq 100\text{GeV}$では, $\bar{t}_{EW} \simeq 10\text{GeV}^{-1} \ll H(T)^{-1} \simeq 10^{14}\text{GeV}^{-1}$

⟶ 平衡系の統計力学が使える　　相転移の静的性質

	磁性体(Landau現象論)	電弱理論
秩序変数	自発磁化（M）	$\langle \Phi(x) \rangle = v$
自由エネルギー	$F(M;T) = a(T)M^2 + b(T)M^4$	Effective potential $V_{\text{eff}}(v;T)$
計算法	例. スピン模型の平均場近似	有限温度の場の理論

$$V_{\text{eff}}(v;T) = -\Gamma[\varphi(x) = v] / \int d^4x$$

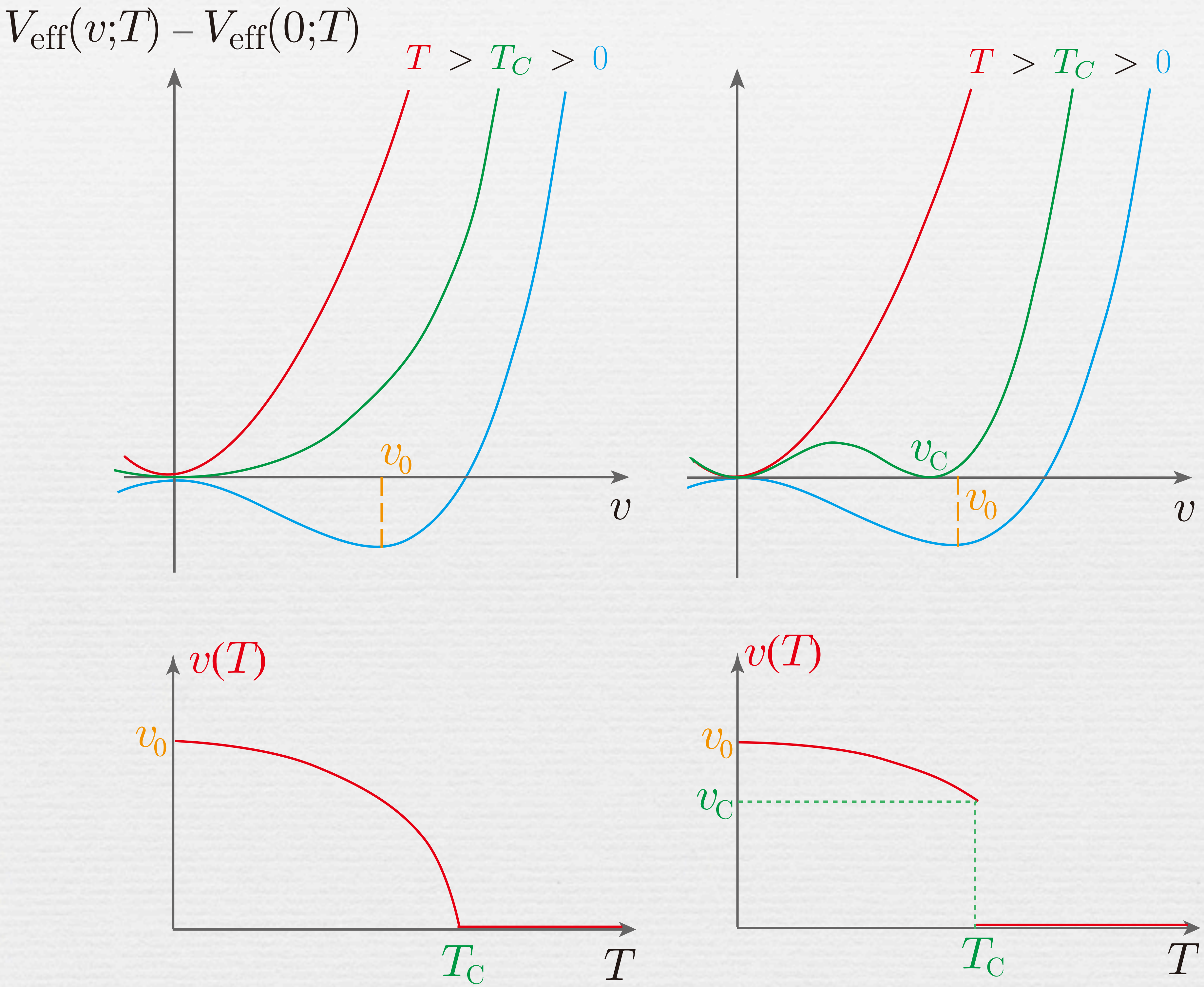
$\Gamma[\varphi]$ = effective action

$$\text{Tr}(e^{-H/T}) = N(T) \int_{\text{pbc}} [d\phi] \exp\left(- \int_0^{1/T} d^4x_E \, \mathcal{L}_E(\phi) \right)$$

euclidean
path integral

$$\begin{cases} \phi(0, \boldsymbol{x}) = \phi(1/T, \boldsymbol{x}) & \text{boson} \quad k^0 = i\omega_n = i\pi 2nT \\ \psi(0, \boldsymbol{x}) = -\psi(1/T, \boldsymbol{x}) & \text{fermion} \quad k^0 = i\tilde{\omega}_n = i\pi(2n+1)T \end{cases}$$

自発的に破れているSU(2)xU(1)ゲージ対称性が高温で回復



2nd order PT　　　1st order PT

order parameter

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v(T) \end{pmatrix}$$

$$v_C \equiv \lim_{T \uparrow T_C} v(T) \neq 0$$

↕

一次相転移

標準理論

$$V_{\rm eff}(v;T) = -\frac{1}{2}\mu^2 v^2 + \frac{\lambda}{4}v^4 + 2Bv^4\left[\log\left(\frac{v^2}{v_0^2}\right) - \frac{3}{2}\right] + \bar{V}(v;T)$$

$$B = \frac{3}{64\pi^2 v_0^4}\left(2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4\right)$$

$$\bar{V}(v;T) = \frac{T^4}{2\pi^2}\left(6I_B(a_W) + 3I_B(a_Z) - 6I_F(a_W)\right) \qquad a_A = \frac{m_A(v)}{T}$$

$$I_{B,F}(a) \equiv \int_0^\infty dx\, x^2 \log\left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}}\right)$$

IR nonanalyticity

高温展開 $[\, a = m/T \ll 1 \,]$

$$I_B(a) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12}a^2 - \frac{\pi}{6}\left(a^2\right)^{3/2} - \frac{a^4}{16}\log\frac{\sqrt{a^2}}{4\pi} - \frac{a^4}{16}\left(\gamma_E - \frac{3}{4}\right) + O(a^6)$$

$$I_F(a) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24}a^2 - \frac{a^4}{16}\log\frac{\sqrt{a^2}}{\pi} - \frac{a^4}{16}\left(\gamma_E - \frac{3}{4}\right) + O(a^6)$$

$+T^4a^2 \sim +T^2v^2$ ⟶ symmetry restoration at high-T

$T > m_W, m_Z, m_t$ として展開すると、

$$\boxed{V_{\rm eff}(v;T) \simeq D\left(T^2 - T_0^2\right) v^2 - ETv^3 + \frac{\lambda_T}{4} v^4}$$

$$D = \frac{1}{8v_0^2}\left(2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2\right) \qquad E = \frac{1}{4\pi v_0^3}\left(2m_W^3 + m_Z^3\right) \sim 10^{-2}$$

$$\lambda_T = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v + 0^4}\left[2m_W^4 \log\frac{m_W^2}{\alpha_B T^2} + m_Z^4 \log\frac{m_Z^2}{\alpha_B T^2} - 4m_t^4 \log\frac{m_t^2}{\alpha_F T^2}\right]$$

$$T_0^2 = \frac{\mu^2 - 4Bv_0^2}{2D} \qquad \log \alpha_{F(B)} = 2\log(4)\pi - 2\gamma_E$$

T_Cで$v = 0$と縮退した極小がv_Cに存在 $\quad v_C = \dfrac{2ET_C}{\lambda_T}$

$$\boxed{\Gamma_{\rm sph}^{\rm (br)} < H(T_C) \Longleftrightarrow \frac{v_C}{T} > 1}$$

sphaleron decoupling condition

$\longrightarrow \lambda$に上限 $\xrightarrow{m_h = \sqrt{2}\,\lambda v_0}$ $m_h < 46\mathrm{GeV}$

格子理論によるMC計算

スカラー場 $\Phi(x)$ ⟶ 格子点（サイト）

ゲージ場 $U_\mu(x) = e^{igA_\mu(x)}$ ⟶ リンク

$$Z(T) = \mathrm{Tr}\left(e^{-H/T}\right) = \int_{\phi(1/T)=\phi(0)} [d\Phi\, dU_\mu]\exp\left(-S_E[\Phi, U]\right)$$

標準理論

３次元系　高温極限　[Laine & Rummukainen, hep-lat/9809045]

４次元系　$m_h < 66.5 \pm 1.4$GeVで一次転移　[Csikor, hep-lat/9910354]

それぞれ $m_h = 72.3 \pm 0.7\mathrm{GeV}$, $m_h = 72.1 \pm 1.4\mathrm{GeV}$ に相転移のend point

電弱相転移が一次転移となるには

- boson loopからの寄与 $V_{\rm eff}(v;T) \sim -T\left(m(v)^2\right)^{3/2}$

Higgsと相互作用するbosonで、 $m(v)^2 \sim g^2 v^2 \quad (\text{for } v \sim 0)$

2HDMのextra Higgs, SUSY-SMのsfermion

$$m(v)^2 = m_0^2 + g^2 v^2 \quad (m_0^2 \ll g^2 v_0^2)$$

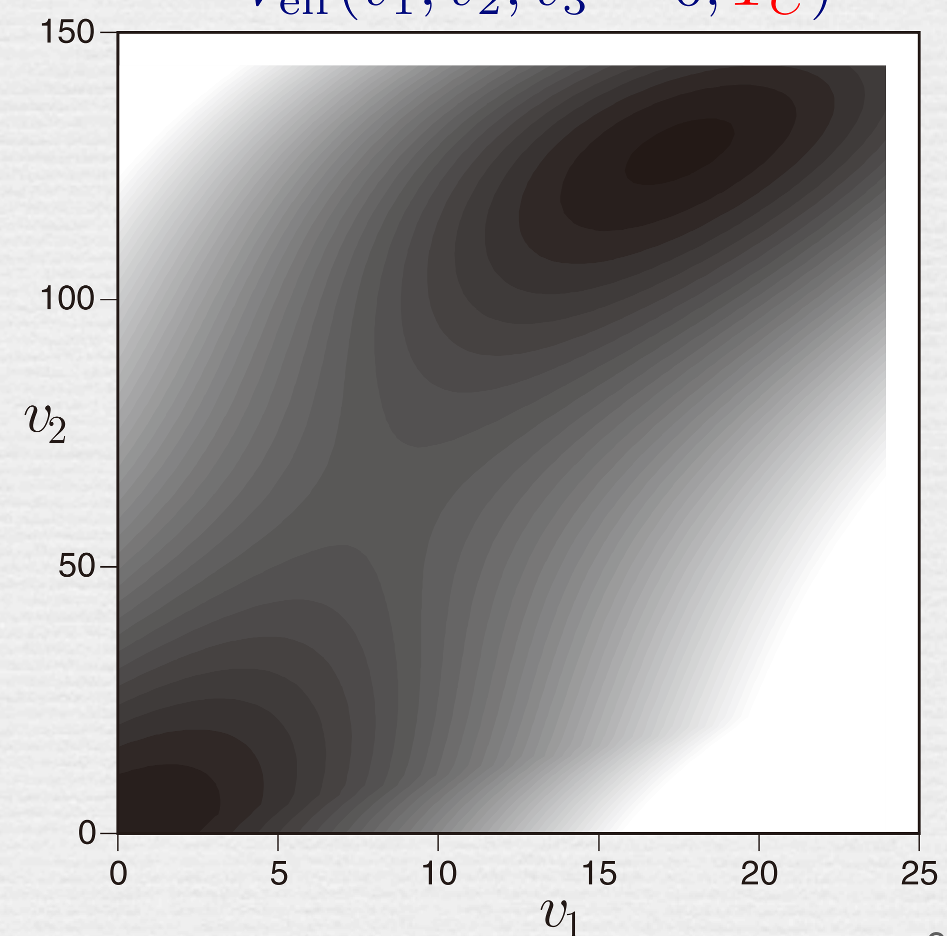
例. MSSM $m_{H^\pm} > 200\text{GeV}$ ⟶ 相転移はSM-like

light Higgs, light stop

$m_h < 105\text{GeV},\ m_{\tilde{t}_1} < m_t$

⟶ $v_C/T_C > 1$

$V_{\rm eff}(v_1, v_2, v_3 = 0; T_C)$



- singlet scalarを含む理論の新しい型の相転移

NMSSM KF, Tao and Toyoda, PTP 114 ('05)

CP対称性の破れ

- scalar self-interactionの複素パラメータ

  $\lambda_{6,7}$ in 2HDM; μB, A in the MSSM

- complex Majorana mass

  gaugino mass, μ in the MSSM

- スカラー場の期待値が複素数

  複数のスカラー場の期待値の相対位相

  バリオン数生成に効くのはbubble wall近傍

これらの位相のある組合わせがCP対称性を破る

$$\mathrm{Im}(\mu M_2),\ \mathrm{Im}(\mu A_t), \cdots$$

EDM, decay asym.等から制限

生成されるバリオン数の評価

2-Higgs doublet model

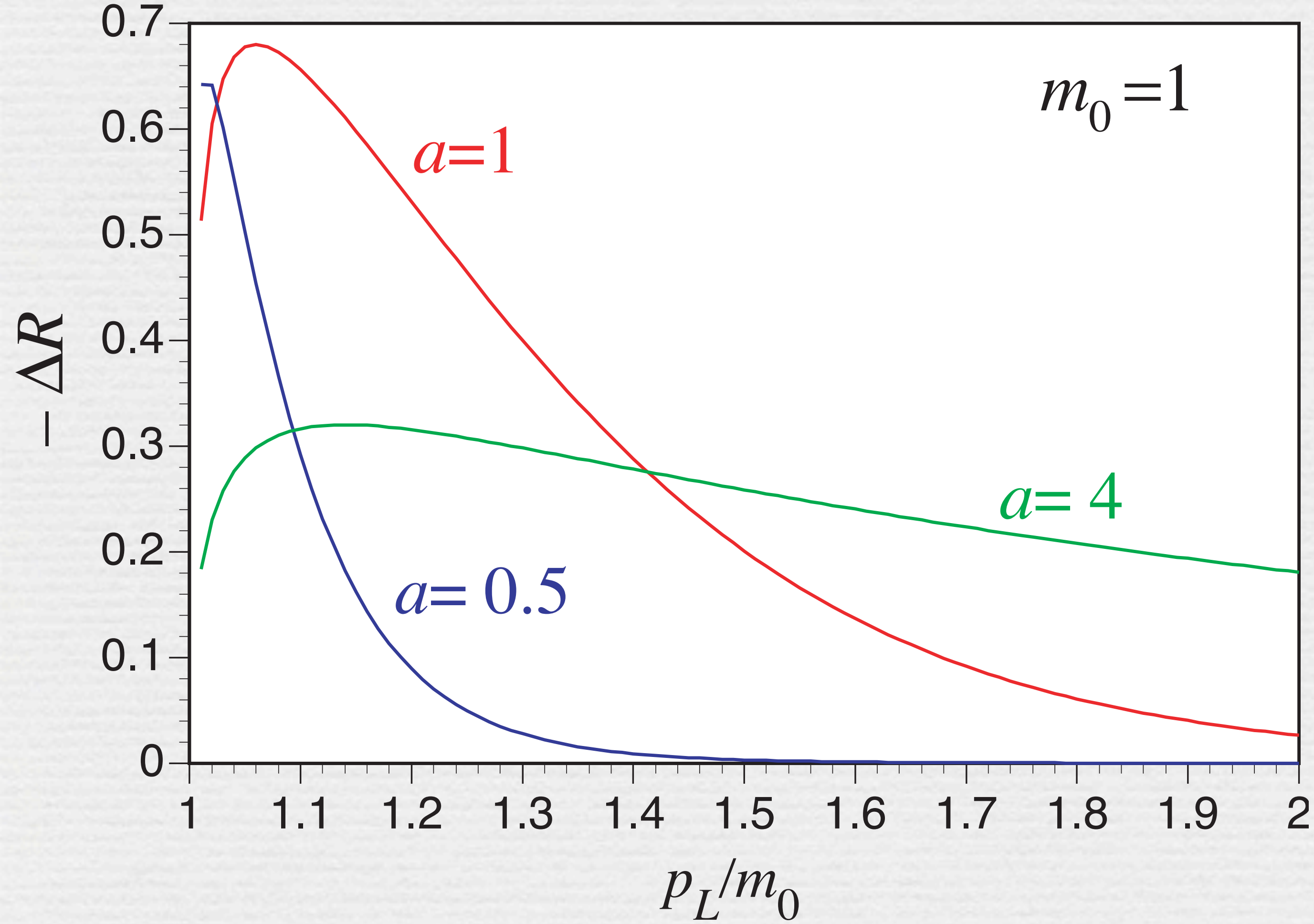
空間に依存するCP位相を持つbubble wall profileを仮定

$$\boxed{(i\gamma\cdot\partial - m(z))\,\psi(x) = 0}$$

$$m(z) = m_0 \frac{1-\tanh(az)}{2}\, e^{-i\frac{\pi}{2}[1+\tanh(az)]}$$

非対称相($z=-\infty$)ではCP保存

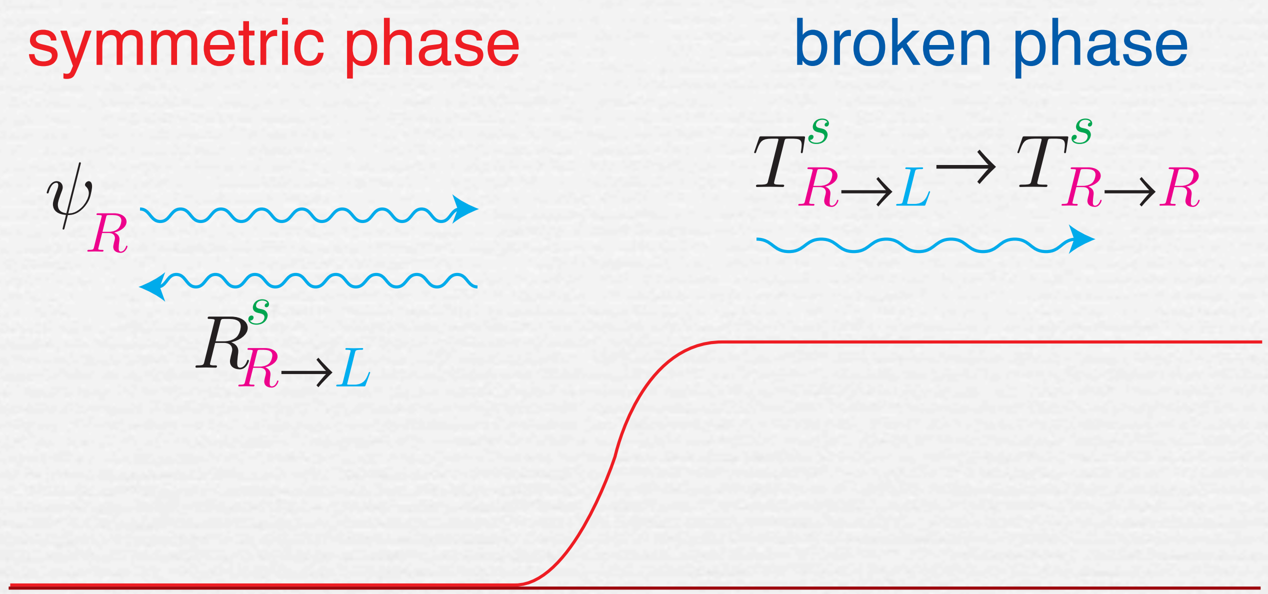
$$\Delta R \equiv R^{s}{}_{R\to L} - R^{s}{}_{L\to R}$$



$$\text{wall width} = \frac{1}{a}$$

$$\simeq \text{wave length of the carrier}$$

$$\Delta R = O(1)$$



chiral fermionの反射・透過

↓

対称相に流れ込むflux

bubble wallの静止系で

$$F^i{}_Q = \frac{Q_L{}^i - Q_R{}^i}{4\pi^2\gamma} \int_{m_0}^{\infty} dp_L \int_0^{\infty} dp_T\, p_T \left[f_i{}^s(p_L, p_T) - f_i{}^b(-p_L, p_T) \right] \Delta R\left(\frac{m_0}{a}, \frac{p_L}{a}\right)$$

$$f_i{}^s(p_L, p_T) = \frac{p_L}{E} \frac{1}{\exp[\gamma(E - v_w p_L)/T] + 1}$$

$$f_i{}^b(-p_L, p_T) = \frac{p_L}{E} \frac{1}{\exp[\gamma(E + v_w \sqrt{p_L^2 - m_0^2})/T] + 1}$$

$$E = \sqrt{p_L^2 + p_T^2}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_w^2}}$$

$$\boxed{Q_L = Q_R \Longrightarrow F_Q = 0}$$

symmetric phaseに貯まるchargeの評価

diffusion eq. $\dot{Q}_i(t,\boldsymbol{x}) = D_{Q_i}\nabla^2 Q_i - \sum_j \Gamma_{ij} c_j Q_i + [\text{source term}]$

F_{Q_i}

D_Q : Qのdiffusion const. $\sim$ (mean-free pathの数倍)$^{-1}$

Γ_{ij} : 反応過程によるQ_iの転換率　　　c_j : 統計因子

Cohen, Kaplan, Nelson, Phys. Lett. B336 ('94); Joyce, Prokopec, Turok, Phys. Rev. D53 ('96)

非平衡定常状態 ($\dot{Q}_i(t,\boldsymbol{x})=0$)で、**近似的に保存される量** ($\Gamma \simeq 0$)

↓

symmetric phaseに残るchargeの総量は

D_Qと流入するflux (source term)で決まる

Symmetric phaseでB=L=0である状態に Yが注入されるとき

$$\bar{t}_{EW} < \text{flux流入の時間スケール} \sim \frac{\text{wall width}}{v_w} \simeq \frac{10-100}{T} \simeq (1-10)\text{GeV}^{-1} < \bar{t}_{\rm sph}^{\rm (sym)}$$

sphaleron過程以外の素過程は化学平衡

(近似的に)保存される量子数 $Q^a = \{B-L, Y, I_3, B\} \leftrightarrow \mu_{B-L}, \mu_Y, \mu_{I_3}, \mu_B$

各粒子の数密度 $n_i = \frac{T^2}{6} k_i \mu_i = \frac{T^2}{6} k_i \sum_a q_i^a \mu_{Q^a}$ $\quad k_i = \begin{cases} 1 & \text{:fermion} \\ 2 & \text{:boson} \end{cases}$

例えば、 $n_{u_L(d_L)} = \frac{T^2}{6}\left(\frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_{B-L} + \frac{1}{6}\mu_Y + (-)\frac{1}{2}\mu_{I_3}\right)$

⟶ 量子数の期待値 $Q^a = \sum_i q_i^a n_i = \frac{T^2}{6} \sum_{i,b} k_i q_i^a q_i^b \mu_{Q^b}$

$B = L = 0$を課すと、μ_Y, μ_{B-L}がμ_Bで表される。

$$\boxed{\mu_B = \frac{Y}{(N_H + 5/3)T^2}}$$

$N_H = \#(\text{Higgs doublets})$

生成されるバリオン数

$$n_B = -3\,\frac{\Gamma_{\rm sph}^{\rm (sym)}}{T}\int dt\,\mu_B = \frac{3\Gamma_{\rm sph}^{\rm (sym)}}{(N_H+5/3)T^3}\int_{-\infty}^{z/v_w} dt\,\rho_Y(z-v_w t)$$

$v_w = \text{const. is assumed}$

$\rho_Y(z) =$ wallから距離zの位置でのY-density

右辺の積分

$=$無限の過去から現在の位置zまでwallが動く間に貯まるYの総量

$$\int_{-\infty}^{z/v_w} dt\,\rho_Y(z-v_w t) = \frac{1}{v_w}\int_0^\infty dz\,\rho_Y(z) \simeq \frac{F_Y\tau}{v_w}$$

$\tau =$ 散乱された粒子がwallに捕まるまでに走る時間 $\simeq$ diffusion length

$$\boxed{\frac{n_B}{s} \simeq 3\mathcal{N}\,\frac{100}{\pi^2 g_{*S}} \cdot \kappa\alpha_W^4 \cdot \frac{F_Y}{v_w T^3} \cdot \tau T}$$

$\mathcal{N} = O(1)$

$\tau \simeq$ mean-free path $\longrightarrow$ $\tau T \simeq \begin{cases} 1 & \text{for quarks} \\ 10^{2-3} & \text{for leptons} \end{cases}$

全断面積を用いて評価

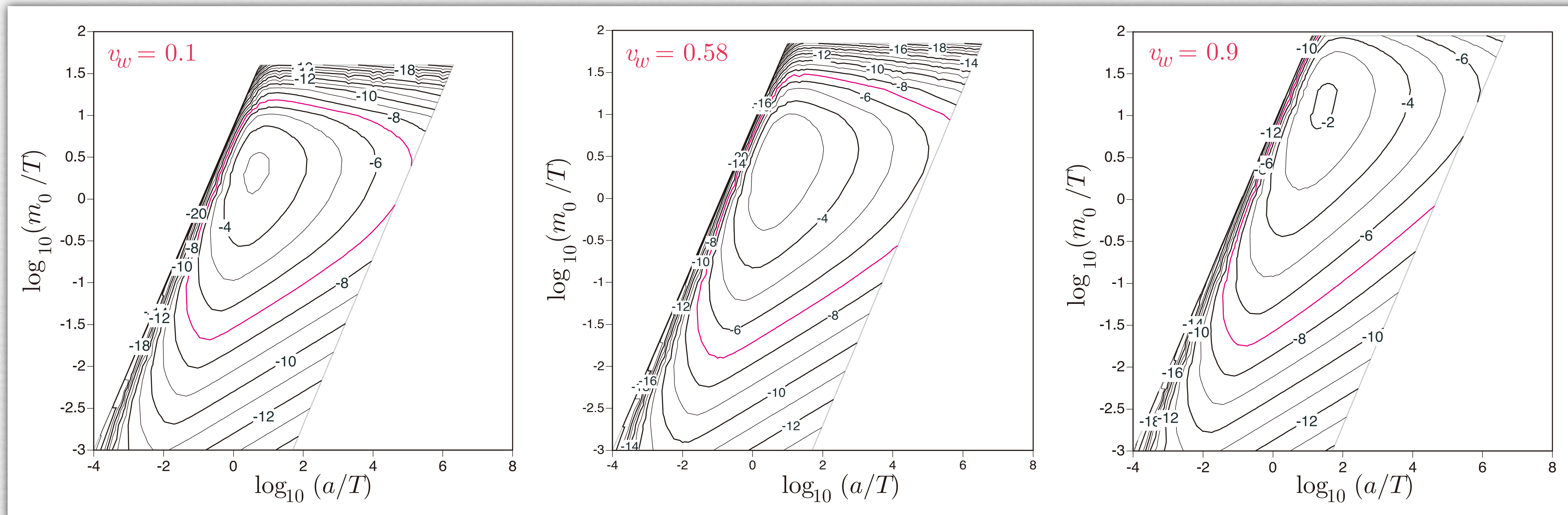
MC simulation : 前方散乱する確率が高い

top quarkに対して $\tau T = 10^{1-3}$ max at $v_w \simeq 1/\sqrt{3}$

for the optimal case $\boxed{\frac{n_B}{s} \simeq 10^{-3} \cdot \frac{F_Y}{v_w T^3}}$

$\frac{F_Y}{v_w T^3} = O(10^{-7})$ $\longrightarrow$ 十分なバリオン数非対称性

$\frac{F_Q}{T^3(Q_L - Q_R)}$ のlog plot (at T=100GeV)



このtoy modelではCP位相をO(1)にしているが、10^{-3}でもOK

Beyond the toy model

- bubbl wallのprofileと速度
- wall近傍のCP位相
- 何がcarrierになるか

おわりに

宇宙のバリオン数，Dark Matter, Dark Energy

存在は明らかだが、決定的な理論は無い

どれも標準理論の拡張を必要とする

バリオン数生成

電弱バリオン数生成　　　レプトン数生成

非平衡過程の取り扱い

現象論的制限を取り入れること

CP, Higgsの物理　　　ニュートリノ振動, seesaw模型

Baryogenesisは広範囲の物理を扱います。

幅広く勉強ができます。

宇宙	非平衡	素粒子
inflation preheating phase transition dark matter gravitational wave ...	integrated Boltzmann eq. full Boltzmann eq. Kadanoff-Baym eq. ...	CP violation neutrino Higgs SUSY GUTs ...

広く浅く勉強して、

まずは、興味のある問題を一点突破で

それから、興味は広がります。

ご清聴、ありがとうございました。