熱的レプトン数生成の解析

佐賀大学工学系研究科

船久保公一

名古屋大学談話会

2013年６月21日

レプトン数生成

heavy Majorana neutrinoの崩壊によるレプトン数生成

レプトン数は電弱相転移までに**バリオン数**に転化

物質の起源

thermal leptogenesis

heavy Majorana neutrinoが初期宇宙の高温状態で作られる

最高温度＝ Reheating temperature

レプトン数の計算法は、GUT baryogenesisと同じ

nonthermal leptogenesis

heavy Majorana neutrinoをinflatonのdecayまたは

preheatingで作る

Thermal Leptogenesisについて

- ☆ 分布関数の運動量依存性
- ☆ 散乱過程の効果

を考慮した解析の紹介

review articles

- Buchmüller, Di Bari and Plümacher, Ann. Phys. 315 (2005) 305
- Davidson, Nardi and Nir, Phys. Rep. 466 (2008) 105
- Pilaftsis, J. Phys. Conf. Ser. 171 (2009) 012017 [hep-ph/0904.1182]
- Buchmüller, Peccei and Yanagida, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.55 (2005) 311[hep-ph/0502169]

Boltzmann eq.についてはGUT- baryogenesisの論文

- Kolb and Wolfram, Nucl. Phys. B172 (1980) 224 [Erratum: B195 (1982) 542]
- Harvey, Kolb, Reiss and Wolfram, Nucl. Phys. B201 (1982) 16

ニュートリノ質量とレプトン数の破れ

標準理論のニュートリノ $\in SU(2)$-doublet $\quad l_{AL} = \begin{pmatrix} \nu_{AL} \\ e_{AL} \end{pmatrix} \in \left(2, -\frac{1}{2}\right)$

$(A = e, \nu, \tau\text{: flavor})$

ゲージ不変な湯川結合＋SSBで質量が生じない

ニュートリノ振動の発見により、質量は必要！

gauge singlet N_Rを加えてYukawa項を組む

$$\mathcal{L}_Y = -y_{AB}\Phi^\dagger \bar{e}_{BR} l_{AL} - h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} + \text{h.c.}$$

$$\Big\downarrow \text{SSB} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \in \left(2, \frac{1}{2}\right) \quad \tilde{\Phi} = i\tau_2\Phi^*$$

$$\mathcal{L}_Y \sim -y_{AB} v_0 \bar{e}_{BR} e_{AL} - h_{AB} v_0 \bar{N}_{BR} \nu_{AL} + \text{h.c.}$$

y, hは任意の$N_f \times N_f$複素行列

e_Lとe_R, ν_LとN_Rのbi-unitary transformationでyとhを対角化

$$\mathcal{L}_Y \sim -m_A^{(e)} (\bar{e}_{AR} e_{AL} + \bar{e}_{AL} e_{AR}) - m_A^{(\nu)} (\bar{N}_{AR} \nu_{AL} + \bar{\nu}_{AL} N_{AR})$$
$$\sim -m_A^{(e)} \bar{e}_A e_A - m_A^{(\nu)} \bar{\nu}_A \nu_A$$

4成分スピノール $e_A = \begin{bmatrix} e_{AL} \\ e_{AR} \end{bmatrix}, \quad \nu_A = \begin{bmatrix} \nu_{AL} \\ N_{AR} \end{bmatrix}$ chiral repr. $\gamma_5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Dirac mass term Lepton numberは保存

不自然なくらい $m^{(e)} \gg m^{(\nu)}$ $[\sum_i m_i^{(\nu)} < 1.0\mathrm{eV}$: WMAP+SDSS]

ゲージ不変性と矛盾せずにN_RのMajorana mass termを導入できる

$$\mathcal{L}_Y = -y_{AB} \Phi^\dagger \bar{e}_{BR} l_{AL} - h_{AB} \tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} - \boxed{\frac{1}{2} M_{AB} \bar{N}_{BR} N_{AR}^c} + \mathrm{h.c.}$$

N_R^cはLeft-handed

$$\longrightarrow \frac{1}{2} (\nu_L \ \bar{N}_R) \underline{\begin{pmatrix} 0 & m_D^T \\ m_D & M \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^c \end{pmatrix} + \mathrm{h.c.}$$

$m_D = h v_0$

固有値 $\simeq -\dfrac{m_D^2}{M}, \ M$

Seesaw Mechanism

レプトン数 $L(l_L) = L(e_R) = 1$

$$\mathcal{L}_Y = -y_{AB}\Phi^\dagger \underbrace{\bar{e}_{BR} l_{AL}}_{L=0} - h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} - \frac{1}{2} M_{AB} \bar{N}_{BR} N^c_{AR} + \text{h.c.}$$

$L(N_R) = 1$	$L = 0$	$L = -2$
$L(N_R) = 0$	$L = 1$	$L = 0$

$h \neq 0$ 且つ $M \neq 0$ → Lepton number violation

Leptogenesis high-T $\langle \Phi \rangle (T) = 0$ Dirac mass=0

↕

Low-energy observables $\langle \Phi \rangle \neq 0$

neutrino oscillation Dirac mass, Majorana mass, mixing

low-energy observableとの関係

ニュートリノ振動　$\Delta m^2_{ij},\ U_{MNS}$

質量固有状態: 真空 vs T≒M

$$\mathcal{L}_Y = y_{AB}\epsilon^{ab} l_{aAL} e^c_{BR} \tilde{\Phi}_b - h_{AB}\epsilon^{ab} l_{aAL} N^c_{BR} \Phi_b - \frac{1}{2} M_{AB} N^c_{AR} N^c_{BR} + \text{h.c.}$$

2-spinor notation

Lorentz群$[SL(2;C) \to 2$つの$SU(2)]$の既約表現 (s_L, s_R)

$\psi_\alpha \in \left(\frac{1}{2}, 0\right)$　$\chi^{\dot\alpha} \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$　$(\psi_\alpha)^* = \bar\psi_{\dot\alpha}$:共役　添字の上下は $\varepsilon^{\alpha\beta}$

$\psi^\alpha \phi_\alpha,\ \bar\psi_{\dot\alpha}\bar\phi^{\dot\alpha}$: Lorentz scalar $(0,0)$　$\psi\sigma^\mu\bar\chi,\ \bar\chi\bar\sigma^\mu\psi$: vector $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Dirac　$\psi = \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \bar\chi^{\dot\alpha} \end{bmatrix},\quad \bar\psi = \begin{bmatrix} \chi^\alpha & \bar\phi_{\dot\alpha} \end{bmatrix}$　$\bar\psi\psi = \phi\chi + \bar\chi\bar\phi = \phi\chi + \text{h.c.}$

ϕとχのチャージは逆

Majorana　$\psi = \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \bar\phi^{\dot\alpha} \end{bmatrix},\quad \bar\psi = \begin{bmatrix} \phi^\alpha & \bar\phi_{\dot\alpha} \end{bmatrix}$　$\bar\psi\psi = \phi\phi + \bar\phi\bar\phi = \phi\phi + \text{h.c.}$

ϕのチャージは0

$$\mathcal{L}_Y \overset{\text{SSB}}{\sim} -e_L^T m_e e_R^c - \nu_L^T m_\nu N_R^c - \frac{1}{2} N_R^{cT} M N_R^c + \text{h.c.}$$

$$= -e_L^T m_e e_R^c - \frac{1}{2} \left(\nu_L^T \ N_R^{cT}\right) \begin{pmatrix} 0 & m_\nu \\ m_\nu^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

(1) m_eとm_νをbi-unitary変換で対角化

$$U_L^{(e)} m_e U_R^{(e)} = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \qquad S_L m_\nu S_R = \Lambda_D = \text{diagonal}$$

場の変換: $e_R^c = U_R^{(e)} e_R'^{c}$, $\quad e_L = U_L^{(e)T} e_L'$, $\quad N_R^c = S_R N_R'^{c}$, $\quad \nu_L = S_L^T \nu_L'$

mass term:

$$\mathcal{L}_m = -m_{e\,i} e'_{iL} e'^{c}_{iR} - \frac{1}{2} \left(\nu_L'^T \ N_R'^{cT}\right) \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_D \\ \Lambda_D & \tilde{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L' \\ N_R'^{c} \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

charged lepton
mass eigenstates

$$\tilde{M} = S_R^T M S_R$$

(2) ν mass matrixをブロック対角化

$$V = \begin{pmatrix} 1 & \Lambda_D \tilde{M}^{-1} \\ -\tilde{M}^{-1}\Lambda_D & 1 \end{pmatrix}$$ はほぼユニタリ $V^\dagger V = 1 + O(\Lambda_D^2 \tilde{M}^{-2})$

$$\longrightarrow \quad V^T \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_D \\ \Lambda_D & \tilde{M} \end{pmatrix} V \simeq \begin{pmatrix} -\Lambda_D \tilde{M}^{-1}\Lambda_D & 0 \\ 0 & \tilde{M} \end{pmatrix}$$ 'seesaw'

(3) ブロック対角部分を対角化

$-T_L^T(\Lambda_D \tilde{M}^{-1}\Lambda_D)T_L = \Lambda_l, \quad T_R^T \tilde{M} T_R = \Lambda_h$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\nu-m} &= -\frac{1}{2}\left(\nu_L'^T \ N_R'^{cT}\right) V^* \begin{pmatrix} T_L^* & 0 \\ 0 & T_R^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_l & 0 \\ 0 & \Lambda_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_L^\dagger & 0 \\ 0 & T_R^\dagger \end{pmatrix} V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L' \\ N_R'^c \end{pmatrix} + \text{h.c.} \\
&= \frac{1}{2}\eta_l^T \Lambda_l \eta_l + \frac{1}{2}\eta_h^T \Lambda_h \eta_h + \text{h.c.}
\end{aligned}$$ $\longleftarrow$ Majorana mass

質量固有状態
$$\begin{cases} \eta_l = T_L^\dagger \left[\nu_L' - \Lambda_D (\tilde{M}^{-1})^\dagger N_R'^c\right] & \text{light (主成分は}\nu_L'\text{)} \\ \eta_h = T_R^\dagger \left[N_R'^c + (\tilde{M}^{-1})^\dagger \Lambda_D \nu_L'\right] & \text{heavy (主成分は}N_R'^c\text{)} \end{cases}$$

charged current interaction

$$\mathcal{L}_{CC} \sim \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \left[\bar{e}_L \bar{\sigma}^\mu \nu_L + \nu_L \sigma^\mu \bar{e}_L\right] W_\mu^- + \text{h.c.}$$

$$\simeq \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \left[\bar{e}'_L \bar{\sigma}^\mu (U_L^{(e)*} S_L^T T_L)\eta_l + \eta_{lL} \sigma^\mu (T_L^T S_L U_L^{(e)\dagger})\bar{e}'_L\right] W_\mu^- + \text{h.c.}$$

$$(U_{MNS})_{fi} = \left(U_L^{(e)*} S_L^T T_L\right)_{fi}$$

f =lepton flavor, i =mass eigenstate

3 physical phases

Majorana phaseはν-osc.には無関係

Giunti, Phys. Lett. B686 (2010) and refs. therein

$$|\nu_e(t)\rangle = e^{-iE_1 t}\cos\theta|\nu_1\rangle + e^{-iE_2 t}\sin\theta|\nu_2\rangle$$

$$|\nu_\mu(t)\rangle = -e^{-iE_1 t}\sin\theta|\nu_1\rangle + e^{-iE_2 t}\cos\theta|\nu_2\rangle$$

$\langle\nu_e(0)|\nu_\mu(t)\rangle$ is indep. of the phase convention of $|\nu_i\rangle$

Leptogenesisに関係する位相とは「直接には」関係無い。

模型（質量行列）に何らかの制限

生成されるレプトン数の評価

$T \simeq M_R \gg 100\mathrm{GeV}$ の電弱対称相 $\left\{ \begin{array}{l} \text{gauge boson, leptonはmassless} \\ \text{Higgs bosonは全て同じ質量} \ll T \end{array} \right.$

(i) レプトン数非保存 $\quad \mathcal{L}_Y = -h_{AB}\tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{BR} l_{AL} - \frac{1}{2} M_{AB} \bar{N}_{BR} N^c_{AR} + \mathrm{h.c.}$

$h \neq 0$ and $M \neq 0$

(ii) C and CP violation $\quad$ Mを対角化する基底でhの複素位相

$SU(2)$ symmetry $\left\{ \begin{array}{l} \Gamma(N_A \to e_B^- \phi^+) = \Gamma(N_A \to \nu_B \phi^0) \equiv \Gamma(N_A \to l_B \phi) \\ \Gamma(N_A \to e_B^+ \phi^-) = \Gamma(N_A \to \bar{\nu}_B \phi^{0*}) \equiv \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi}) \end{array} \right.$

total decay asym. $\boxed{\varepsilon_A \equiv \frac{\sum_B \Gamma(N_A \to l_B \phi) - \sum_B \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})}{\sum_B \Gamma(N_A \to l_B \phi) + \sum_B \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})}}$

(iii)非平衡状態

N_Rの分布関数が平衡分布からずれる

$T \simeq M_R$から, 崩壊率$(\Gamma \sim h^2 M_R) \simeq H(T)$となる範囲

空間的に一様な現象 → 各粒子の分布関数 $f_i(t, \boldsymbol{p})$ に対するBoltzmann方程式

共動座標系で

$$\frac{dn_\psi(t)}{dt} + 3H(t)n_\psi(t) = -\sum_{i,j,\cdots}[\gamma(\psi \to i+j+\cdots) - \gamma(i+j+\cdots \to \psi)] - \sum_{a,i,j,\cdots}[\gamma(\psi + a \to i+j+\cdots) - \gamma(i+j+\cdots \to \psi + a)]$$

$$n_\psi(t) = \int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3} f_\psi(t, \boldsymbol{p})$$

$\gamma(\psi \to i+j+\cdots)$は$f_\psi$等を使って得られた反応率

$$
\begin{aligned}
&\gamma(\psi + a + b + \cdots \to i + j + \cdots) \\
&\quad = \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_\psi \, d\tilde{\boldsymbol{p}}_a \cdots d\tilde{\boldsymbol{p}}_j \, (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi + p_a + \cdots - p_i - p_j - \cdots) \\
&\qquad \times |\mathcal{M}(\psi + a + b + \cdots \to i + j + \cdots)|^2 f_\psi f_a f_b \cdots (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \cdots
\end{aligned}
$$

$$
d\tilde{\boldsymbol{p}} \equiv \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_{\boldsymbol{p}}}
$$

1.平衡状態ではBoltzmann方程式の右辺＝０

2.CP対称性があると、粒子数は時間変化しない

を示すことができる。

1. 平衡状態では

エネルギー保存より

$$1 \pm \frac{1}{e^{\beta E} \mp 1} = \frac{e^{\beta E}}{e^{\beta E} \mp 1}$$

$$f_\psi^{\mathrm{eq}}(1 \pm f_i^{\mathrm{eq}})(1 \pm f_j^{\mathrm{eq}}) \cdots = \frac{1}{e^{\beta E_\psi} \mp 1} \frac{e^{\beta E_i}}{e^{\beta E_i} \mp 1} \frac{e^{\beta E_j}}{e^{\beta E_j} \mp 1} \cdots$$

$$= \frac{e^{\beta E_\psi}}{e^{\beta E_\psi} \mp 1} \frac{1}{e^{\beta E_i} \mp 1} \frac{1}{e^{\beta E_j} \mp 1} \cdots = f_i^{\mathrm{eq}} f_j^{\mathrm{eq}} \cdots (1 \pm f_\psi^{\mathrm{eq}})$$

これから

$$\gamma(\psi \to i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \to \psi)$$

$$= \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_\psi \, d\tilde{\boldsymbol{p}}_i \cdots (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi - p_i - p_j - \cdots) f_\psi^{\mathrm{eq}} \underline{(1 \pm f_i^{\mathrm{eq}})(1 \pm f_j^{\mathrm{eq}}) \cdots}$$

$$\times \underline{\left[|\mathcal{M}(\psi \to i + j + \cdots)|^2 - |\mathcal{M}(i + j + \cdots \to \psi)|^2 \right]}$$

unitarity $\to 0$

Kolb and Wolfram, Nucl. Phys. B172, Appendix

2. CP対称性があるとき

$$f_\psi(t) = f_{\bar\psi}(t),\ \mathcal{M}(\alpha \to \beta) = \mathcal{M}(\bar\alpha \to \bar\beta)$$

$n_\psi - n_{\bar\psi}$ に対するBoltzmann方程式の右辺に現れる量:

$$\begin{aligned}
&[\gamma(\psi \to i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \to \psi)] - [\gamma(\bar\psi \to \bar i + \bar j + \cdots) - \gamma(\bar i + \bar j + \cdots \to \bar\psi)] \\
= &\int d\tilde{\boldsymbol{p}}_\psi \cdots (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi - p_i - p_j - \cdots) \\
&\times \Big\{ \Big[|\mathcal{M}(\psi \to i + j + \cdots)|^2 - \left|\mathcal{M}(\bar\psi \to \bar i + \bar j + \cdots)\right|^2 \Big] f_\psi (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \cdots \\
&\quad - \Big[|\mathcal{M}(i + j + \cdots \to \psi)|^2 - \left|\mathcal{M}(\bar i + \bar j + \cdots \to \bar\psi)\right|^2 \Big] f_i f_j \cdots (1 \pm f_\psi) \Big\} \\
= &\ 0
\end{aligned}$$

Boltzmann方程式の解法

分布函数 $f(t,\boldsymbol{p})$に対する方程式 $\to$ 粒子数密度 $n(t)$に対する方程式

$$\boxed{f(t,\boldsymbol{p}) = \frac{n(t)}{n^{\rm eq}} f^{\rm eq}(\boldsymbol{p})}$$

#(弾性散乱)>>#(非弾性散乱) ？

この近似の妥当性のチェックが主題の 1 つ

'integrated Boltzmann equation'

$$\dot{n}_\psi(t) + 3H(t)n(t)$$

$$= \; -\sum_{i,j,\cdots}\left[\frac{n_\psi}{n_\psi^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(\psi\to i+j+\cdots) - \frac{n_i n_j\cdots}{n_i^{\rm eq}n_j^{\rm eq}\cdots}\gamma^{\rm eq}(i+j+\cdots\to\psi)\right]$$

$$-\sum_{a,i,\cdots}\left[\frac{n_\psi n_a}{n_\psi^{\rm eq}n_a^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(\psi+a\to i+j+\cdots) - \frac{n_i n_j\cdots}{n_i^{\rm eq}n_j^{\rm eq}\cdots}\gamma^{\rm eq}(i+j+\cdots\to\psi+a)\right]$$

$\gamma^{\rm eq}(\cdots) =$ 平衡分布$f^{\rm eq}(\boldsymbol{p})$で計算した$\gamma(\cdots)$

変数変換

$Y_\psi \equiv \frac{n_\psi}{s}$ により空間膨張の効果を消す

$$\dot{n}_\psi(t) + 3H(t)n_\psi(t) = s\dot{Y}_\psi(t)$$

$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3$ より $\dot{s} = \frac{3}{T}\frac{dT}{dt}s = 3s\frac{d\log T}{dt}$

t と T の関係 $a(t) \propto t^{1/2} \propto T^{-1}$ $\longrightarrow$ $\frac{d\log T}{dt} = -\frac{1}{2t}$

[放射優勢宇宙]

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{1}{2t}$$

これらから $\dot{s} = -3sH(t)$

$$\therefore \dot{n}_\psi = s\dot{Y}_\psi + \dot{s}Y_\psi = s\dot{Y}_\psi - 3H(t)sY_\psi$$

$$t \to z = \frac{M}{T}$$ ：無次元変数

M = the smallest N_R mass
最後に崩壊

tの増加 $\leftrightarrow$ Tの減少 $\leftrightarrow$ zの増加

$$\frac{d}{dt} = -\frac{M}{T^2}\frac{dT}{dt}\frac{d}{dz} = -z\frac{d\log T}{dt}\frac{d}{dz} = H(t)z\frac{d}{dz} = \left(\frac{4\pi^3}{45}g_*\right)^{1/2}\frac{T^2}{m_{\rm Pl}}z\frac{d}{dz}$$
$$= \left(\frac{4\pi^3}{45}g_*\right)^{1/2}\frac{M^2}{m_{\rm Pl}}\frac{1}{z}\frac{d}{dz}$$

これにより

$$s\frac{dY_\psi}{dt} = \left(\frac{4\pi^3}{45}g_*\right)^{1/2}\frac{2\pi^2}{45}g_*T^3\frac{M^2}{m_{\rm Pl}}\frac{1}{z}\frac{dY_\psi}{dz} = \left(\frac{2\pi^2}{45}g_*\right)^{3/2}\sqrt{2\pi}\frac{M^5}{m_{\rm Pl}}\frac{1}{z^4}\frac{dY_\psi}{dz}$$
$$\equiv C\,M^4\frac{1}{z^4}\frac{dY_\psi}{dz}$$

$$C = \sqrt{2\pi}\left(\frac{2\pi^2}{45}g_*\right)^{3/2}\frac{M}{m_{\rm P}}$$ ：無次元定数

integrated Boltzmann equation

$$
\begin{aligned}
C\frac{M^4}{z^4}\frac{dY_\psi}{dz} \\
= & -\sum_{i,j,\cdots}\left[\frac{Y_\psi}{Y_\psi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\psi\to i+j+\cdots)-\frac{Y_iY_j\cdots}{Y_i^{\mathrm{eq}}Y_j^{\mathrm{eq}}\cdots}\gamma^{\mathrm{eq}}(i+j+\cdots\to\psi)\right] \\
& -\sum_{a,i,\cdots}\left[\frac{Y_\psi Y_a}{Y_\psi^{\mathrm{eq}}Y_a^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\psi+a\to i+j+\cdots)-\frac{Y_iY_j\cdots}{Y_i^{\mathrm{eq}}Y_j^{\mathrm{eq}}\cdots}\gamma^{\mathrm{eq}}(i+j+\cdots\to\psi+a)\right]
\end{aligned}
$$

leptogenesisでは

$(\psi, a, i, j) = (N_A, l, \bar{l}, \phi, \bar{\phi})$ として連立Boltzmann方程式を解く

平衡状態での粒子数密度

$$T \gg m_\phi, m_l = 0$$

$$n_l^{\mathrm{eq}} = n_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2}\left(\frac{3}{4} \times 3_{\mathrm{gen}} \times 2_{\mathrm{isospin}}\right) T^3, \qquad n_\phi^{\mathrm{eq}} = n_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \cdot 2 \cdot T^3$$

N_Rは脱結合の効果を見るので質量を入れて

$$f_N^{\mathrm{eq}}(\boldsymbol{p}) \simeq e^{-E_p/T}$$

$$\begin{aligned} n_N^{\mathrm{eq}} &= 2 \int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\, e^{-\sqrt{\boldsymbol{p}^2+M^2}/T} = 2 \cdot \frac{T^3}{2\pi^2} \int_0^\infty dx\, x^2\, e^{-\sqrt{x^2+z^2}} \\ &= 2 \cdot \frac{T^3}{2\pi^2}\, z^2 K_2(z) \end{aligned}$$

$$z = M/T$$

$K_2(z)$: modified Bessel function

$$
\begin{aligned}
C\frac{M^4}{z^4}\frac{dY_{N_A}}{dz} &= -\frac{Y_{N_A}}{Y_{N_A}^{\mathrm{eq}}}\left[\gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to l\phi) + \gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to \bar{l}\bar{\phi})\right] \\
&\qquad + \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to N_A) + \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to N_A) \\
C\frac{M^4}{z^4}\frac{dY_l}{dz} &= \frac{Y_{N_A}}{Y_{N_A}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to l\phi) - \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to N_A) \\
&\qquad + \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to l\phi) - \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi}) \\
C\frac{M_i^4}{z^4}\frac{dY_{\bar{l}}}{dz} &= \frac{Y_{N_A}}{Y_{N_A}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(N_A \to \bar{l}\bar{\phi}) - \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to N_A) \\
&\qquad - \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\mathrm{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \to l\phi) + \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\mathrm{eq}} Y_\phi^{\mathrm{eq}}}\gamma^{\mathrm{eq}}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi})
\end{aligned}
$$

$Y_\phi,\ Y_{\bar{\phi}}$ についても同様

$\gamma^{\rm eq}$の計算 $[f^{\rm eq} \simeq e^{-E/T},\, 1 \pm f^{\rm eq} \simeq 1]$

$$\gamma^{\rm eq}(N \to l\phi) = \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_1 \cdots f_N^{\rm eq}(\boldsymbol{p}_1)(2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3)\,|\mathcal{M}(N \to l\phi)|^2$$

$$= \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1}\, e^{-E_1/T} \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}\frac{d^3\boldsymbol{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}(2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3)\,|\mathcal{M}(N \to l\phi)|^2$$

$$= \int \frac{d^3\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1}\, e^{-E_1/T}\, 2M\,\Gamma_{rs}(N \to l\phi)$$

decay width in the rest frame of N

ここでp_1積分は

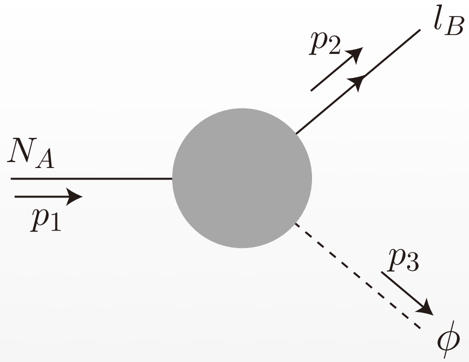
$$\int \frac{d^3\boldsymbol{p}_1}{(2\pi)^3}\frac{M}{E_1}\, e^{-\sqrt{p_1^2+M^2}/T} = \frac{M}{2\pi^2}\int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2+M^2}}\, e^{-\sqrt{p^2+M^2}/T} = \frac{T^3}{2\pi^2}\, z^2 K_1(z)$$

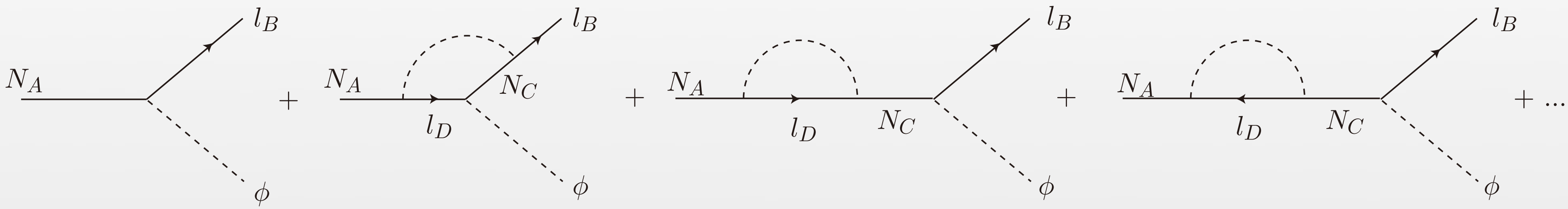
CPT-inv.

$$\gamma^{\rm eq}(N \to l\phi) = \gamma^{\rm eq}(\bar{l}\bar{\phi} \to N) = \frac{T^3}{2\pi^2}\, z^2 K_1(z)\, \Gamma_{rs}(N \to l\phi)$$

$$\gamma^{\rm eq}(N \to \bar{l}\bar{\phi}) = \gamma^{\rm eq}(l\phi \to N) = \frac{T^3}{2\pi^2}\, z^2 K_1(z)\, \Gamma_{rs}(N \to \bar{l}\bar{\phi})$$

$$i\mathcal{M}(N_A \to l_B \phi) =$$





(1) (2) (3)

total decay width CP-evenなので、tree-level contribution

$$\sum_B \left[\Gamma(N_A \to l_B \phi) + \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})\right]$$

$$= \frac{2}{2M_A} \int \frac{d^3 \boldsymbol{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3 \boldsymbol{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} 2(hh^\dagger)_{AA} (p_1 \cdot p_2)(2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3)$$

$$= \frac{1}{8\pi} (hh^\dagger)_{AA} M_A$$

one-loop amplitudes:

$$
\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{(1)} &= h_{AD}h^*_{CD}h^*_{CB}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,\bar{u}^{s'}_B(p_2)\frac{1+\gamma_5}{2}\frac{M_C}{k^2-M_C^2}\frac{\not{k}-\not{p}_3}{(k-p_3)^2}U^s_A(p_1)\,\frac{1}{(k+p_2)^2}\\
&= i(hh^\dagger)_{AC}h^*_{CB}\;C\left(\frac{M_C^2}{M_A^2}\right)\bar{u}^{s'}_B(p_2)\frac{1+\gamma_5}{2}U^s_A(p_1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{(2)} &= h_{AD}h^*_{CD}h^*_{CB}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,\bar{u}^{s'}_B(p_2)\frac{1+\gamma_5}{2}\frac{M_C}{p_1^2-M_C^2}\frac{\not{k}}{k^2}U^s_A(p_1)\,\frac{1}{(k+p_1)^2}\\
&= i(hh^\dagger)_{AC}h^*_{CB}\;A(M_A^2)\frac{M_AM_C}{M_A^2-M_C^2}\bar{u}^{s'}_B(p_2)\frac{1+\gamma_5}{2}U^s_A(p_1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{(3)} &= -h^*_{AD}h_{CD}h^*_{CB}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,\bar{u}^{s'}_B(p_2)\frac{1+\gamma_5}{2}\frac{\not{p}_1}{p_1^2-M_C^2}\frac{\not{k}}{k^2}U^s_A(p_1)\,\frac{1}{(k-p_1)^2}\\
&= i(hh^\dagger)_{CA}h^*_{CB}\;A(M_A^2)\frac{M_A^2}{M_A^2-M_C^2}\bar{u}^{s'}_B(p_2)\frac{1+\gamma_5}{2}U^s_A(p_1)
\end{aligned}
$$

where the functions $C(\xi)$ and $A(\xi)$ are defined by

$$A(p^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx\, x \left[\log(x - x^2) + \log(-p^2 - i\epsilon)\right]$$

$$C(\xi) = \frac{\sqrt{\xi}}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy\, \frac{1-x}{(1-x-y)\xi - xy - i\epsilon}$$

Then

$$\begin{aligned}
&\sum_j \left[\Gamma(N_A \to l_B \phi) - \Gamma(N_A \to \bar{l}_B \bar{\phi})\right] \\
&= \frac{1}{4\pi} \sum_{C \neq A} M_A \,\mathrm{Im}\left[\left((hh^\dagger)_{CA}\right)^2\right] \left[\frac{2 M_A M_C}{M_A^2 - M_C^2} \mathrm{Im} A(M_A^2) + \mathrm{Im} C\left(\frac{M_C^2}{M_A^2}\right)\right] \\
&= \frac{M_A}{(8\pi)^2} \sum_{C \neq A} \mathrm{Im}\left[\left((hh^\dagger)_{CA}\right)^2\right] \left[f(\xi_C) + g(\xi_C)\right]
\end{aligned}$$

with

$$\xi_B^2 \equiv \frac{M_B^2}{M_A^2}, \qquad f(\xi) = \sqrt{\xi}\left[1 - (1+\xi)\log\frac{1+\xi}{\xi}\right], \qquad g(\xi) = \frac{\sqrt{\xi}}{1-\xi}$$

memo:

$$\mathrm{Im}\,A(M^2) = \frac{1}{16\pi^2}\int_0^1 dx\, x\,\mathrm{Im}\log(-M^2 - i\epsilon) = \frac{1}{16\pi^2}(-\pi) = -\frac{1}{16\pi}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Im}\,C(\xi) &= \frac{\sqrt{\xi}}{16\pi^2}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy\,\mathrm{Im}\frac{1-x}{(1-x-y)\xi - xy - i\epsilon} \\ &= \frac{\sqrt{\xi}}{16\pi^2}\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy\,\pi(1-x)\delta\left((1-x)\xi - (x+\xi)y\right) \\ &= \frac{\sqrt{\xi}}{16\pi}\int_0^1 dx\frac{1-x}{x+\xi}\int_0^{1-x} dy\,\delta(y - \frac{1-x}{x+\xi}) = \frac{\sqrt{\xi}}{16\pi}\int_0^1 dx\left(\frac{1+\xi}{x+\xi} - 1\right) \\ &= -\frac{\sqrt{\xi}}{16\pi}\left[1 - (1+\xi)\log\frac{1+\xi}{\xi}\right]\end{aligned}$$

以上からdecay widthは

$$\begin{cases} \Gamma(N_A \to l\phi) = \dfrac{1+\varepsilon_A}{2}\Gamma = \dfrac{(hh^\dagger)_{AA}}{16\pi}(1+\varepsilon_A)M_A \\ \Gamma(N_A \to \bar{l}\bar{\phi}) = \dfrac{1-\varepsilon_A}{2}\Gamma = \dfrac{(hh^\dagger)_{AA}}{16\pi}(1-\varepsilon_A)M_A \end{cases}$$

ここでCP-asymmetryは

$$\varepsilon_A = \frac{1}{8\pi(hh^\dagger)_{AA}} \sum_{B\neq A} \mathrm{Im}\left[\left((hh^\dagger)_{BA}\right)^2\right][f(\xi_B) + g(\xi_B)]$$

模型を決めると、Γ や ε を計算できる。

以下では、これらのパラメータを与えたときの
Boltzmann eq.の解析を紹介する。

on-shell scattering termの取り扱い

Boltzmann eq. for lepton asymmetry

$$\frac{CM^4}{z^4}\frac{dY_L(z)}{dz} = \frac{Y_N}{Y_N^{\rm eq}}\left(\gamma^{\rm eq}(N\to l\phi) - \gamma^{\rm eq}(N\to \bar{l}\bar{\phi})\right)$$

$$-\frac{Y_l}{Y_l^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(l\phi\to N) + \frac{Y_{\bar{l}}}{Y_l^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(\bar{l}\bar{\phi}\to N)$$ inverse decay

$$-2\frac{Y_l}{Y_l^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(l\phi\to \bar{l}\bar{\phi}) + 2\frac{Y_{\bar{l}}}{Y_l^{\rm eq}}\gamma^{\rm eq}(\bar{l}\bar{\phi}\to l\phi)$$ scatter

decay + inverse decay

$$\int d\tilde{\boldsymbol{p}}_N d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi (2\pi)^4\delta^4(p_N - p_l - p_\phi)$$

$$\times\left[\frac{Y_N}{Y_N^{\rm eq}}e^{-E_N/T}\left(|M(N\to l\phi)|^2 - |M(N\to\bar{l}\bar{\phi})|^2\right)\right.$$

$$\left.-\frac{Y_l}{Y_l^{\rm eq}}e^{-(E_l+E_\phi)/T}|M(l\phi\to N)|^2 + \frac{Y_{\bar{l}}}{Y_l^{\rm eq}}e^{-(E_l+E_\phi)/T}|M(\bar{l}\bar{\phi}\to N)|^2\right]$$

to the 1st order of the CP violation

$$|M(N \to l\phi)|^2 = |M(\bar{l}\bar{\phi} \to N)|^2 = \frac{1+\varepsilon}{2}|A_D|^2$$

$$|M(N \to \bar{l}\bar{\phi})|^2 = |M(l\phi \to N)|^2 = \frac{1-\varepsilon}{2}|A_D|^2$$

$$Y_l - Y_{\bar{l}} \equiv Y_L, \qquad Y_l + Y_{\bar{l}} = 2Y_l^{\text{eq}}$$

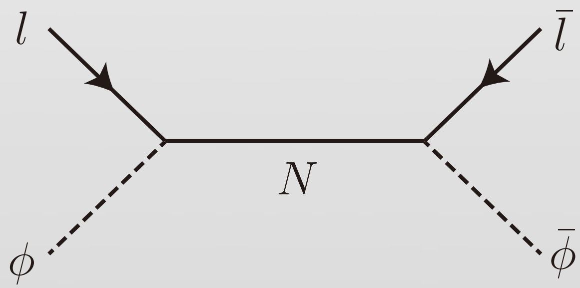
decay + inverse decay

$$\left[\boxed{\varepsilon\frac{Y_N}{Y_N^{\text{eq}}} + \left(\varepsilon\right.}\left.\underbrace{- \frac{1}{2}\frac{Y_L}{Y_l^{\text{eq}}}}_{\text{washout}}\right)\right]\int d\tilde{\boldsymbol{p}}_N d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi (2\pi)^4\delta^4(p_N - p_l - p_\phi)|A_D|^2 e^{-E_N/T}$$

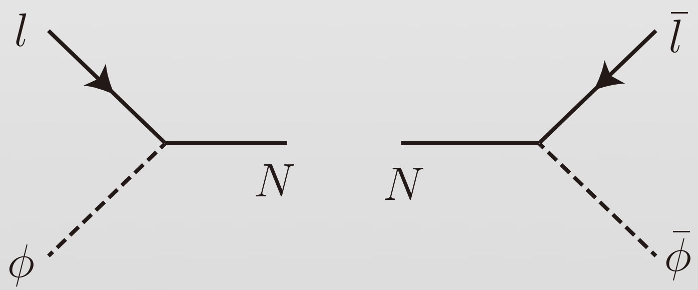
$\downarrow$

$Y_N = Y_N^{\text{eq}}$でもLeptogenesis

散乱項で引き算されるon-shellの寄与を考慮する



から



を引いておく

$$\gamma^{\rm eq}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi}) \longrightarrow \gamma^{\rm eq}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi}) - \gamma^{\rm eq}_{\rm os}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi})$$

ここでon-shell項は、

$$\gamma^{\rm eq}_{\rm os}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi}) = \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi d\tilde{\boldsymbol{p}}_{\bar{l}} d\tilde{\boldsymbol{p}}_{\bar{\phi}} (2\pi)^4 \delta^4(p_l + p_\phi - p_{\bar{l}} - p_{\bar{\phi}}) |M_{\rm os}(l\phi \to \bar{l}\bar{\phi})|^2 e^{-(E_l+E_\phi)/T}$$

$$= \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi d\tilde{\boldsymbol{p}}_{\bar{l}} d\tilde{\boldsymbol{p}}_{\bar{\phi}} (2\pi)^4 \delta^4(p_l + p_\phi - p_{\bar{l}} - p_{\bar{\phi}}) e^{-(E_l+E_\phi)/T}$$

$$\times |M(l\phi \to N)|^2 \frac{\pi\delta(s - M^2)}{M\Gamma} |M(N \to \bar{l}\bar{\phi})|^2$$

$$= \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi d^4 p_N \, e^{-E_N/T} \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) \boxed{\int d\tilde{\boldsymbol{p}}_{\bar{l}} d\tilde{\boldsymbol{p}}_{\bar{\phi}} (2\pi)^4 \delta^4(p_N - p_{\bar{l}} - p_{\bar{\phi}}) \times |A_D|^2}$$

$$\times \left(\frac{1-\varepsilon}{2}\right)^2 |A_D|^2 \frac{\pi\delta(p_N^2 - M^2)}{M\Gamma}$$

$$= 2M\Gamma$$

$$= \left(\frac{1-\varepsilon}{2}\right)^2 \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_N d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi (2\pi)^4 \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) |A_D|^2 e^{-E_N/T}$$

decay + inverse decay + onshell scattering

$$\left[\varepsilon\frac{Y_N}{Y_N^{\mathrm{eq}}} + \left(\varepsilon - \frac{1}{2}\frac{Y_L}{Y_l^{\mathrm{eq}}}\right) - 2\varepsilon\right] \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_N d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi (2\pi)^4 \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) |A_D|^2 e^{-E_N/T}$$

$$= \left[\varepsilon\left(\frac{Y_N}{Y_N^{\mathrm{eq}}} - 1\right) - \frac{1}{2}\frac{Y_L}{Y_l^{\mathrm{eq}}}\right] \int d\tilde{\boldsymbol{p}}_N d\tilde{\boldsymbol{p}}_l d\tilde{\boldsymbol{p}}_\phi (2\pi)^4 \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) |A_D|^2 e^{-E_N/T}$$

Kolb and Wolfram, Nucl. Phys. B172 (1980) Sec.2.3

解の定性的な振舞

$T \simeq M_1$ では $Y_l = Y_l^{\rm eq}, Y_\phi = Y_\phi^{\rm eq}, \cdots$

$M_1 \ll M_2$ の場合、生成されるLepton数は N_1 の崩壊で決まり

$$\frac{dY_{N_1}}{dz} = -(D+S)\left(Y_{N_1} - Y_{N_1}^{\rm eq}\right)$$

$$\frac{dY_{B-L}}{dz} = -\varepsilon_1 D\left(Y_{N_1} - Y_{N_1}^{\rm eq}\right) - WY_{B-L}$$

D : decay
S : scattering
W : wash-out

解析的な近似解　　Buchmüller, Di Bari and Plümacher, Ann. Phys. 315

decay parameter $\boxed{K \equiv \frac{\Gamma_D}{H(z=1)}}$

$K \gg 1$ strong washout regime

Y は $Y^{\rm eq}$ に近い発展をして、最終的な $B-L$ は W が効かなくなった時期に決まる。

$K < 1$ weak washout regime

Y は $Y^{\rm eq}$ から遅れて変化し、最終的な $B-L$ は初期条件などの詳細に依存する。

decay + inverse decay − onshell scattering

$$\frac{dY_N(z)}{dz} = -K\frac{zK_1(z)}{K_2(z)}\left(Y_N(z) - Y_N^{\mathrm{eq}}(z)\right)$$

$$\frac{dY_L(z)}{dz} = K\left[\underbrace{\varepsilon(Y_N - Y_N^{\mathrm{eq}})\frac{zK_1(z)}{K_2(z)}}_{} - \underbrace{\frac{Y_L(z)}{4}\left(\frac{C_s\pi^2}{2}\frac{\sqrt{2}\,zK_1(\sqrt{2}z)}{K_2(z)}Y_N(z) + z^3K_1(z)\right)}_{\text{washout}}\right]$$

$$Y_N^{\mathrm{eq}}(z) = \frac{z^2K_2(z)}{C_s\pi^2}, \qquad Y_l^{\mathrm{eq}} = \frac{2}{C_s\pi^2} \qquad (s = C_sT^3)$$

$\varepsilon > 0$

$Y_N(z) > Y_N^{\mathrm{eq}}(z) \longrightarrow Y_L$を増加

$Y_N(z) < Y_N^{\mathrm{eq}}(z) \longrightarrow Y_L$を減少

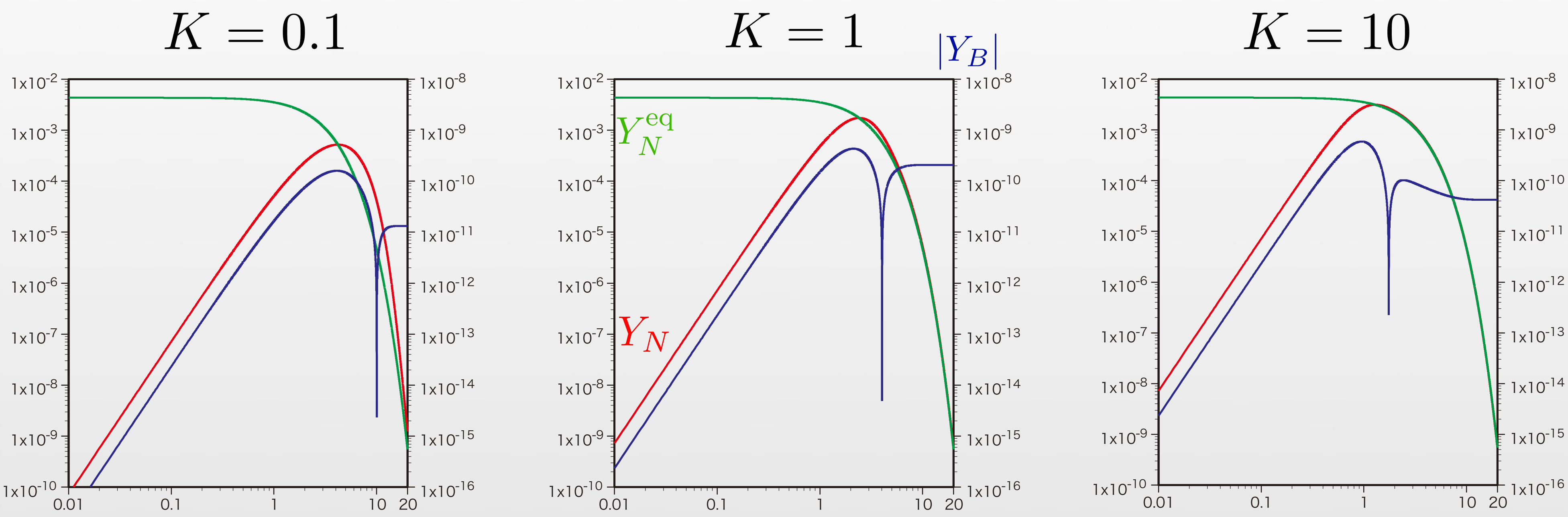
$$z \to \infty \longrightarrow \underbrace{K_1(z)/K_2(z), K_1(z)}_{\text{統計因子の積分}} \to 0 \qquad Y_L\text{は凍結}$$

粒子密度が減少し

反応が進まなくなる

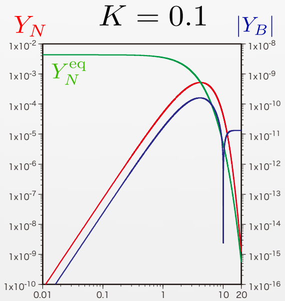
$z_0 = 10^{-3}$で、$Y_N(z_0) = Y_L(z_0) = 0$でスタート

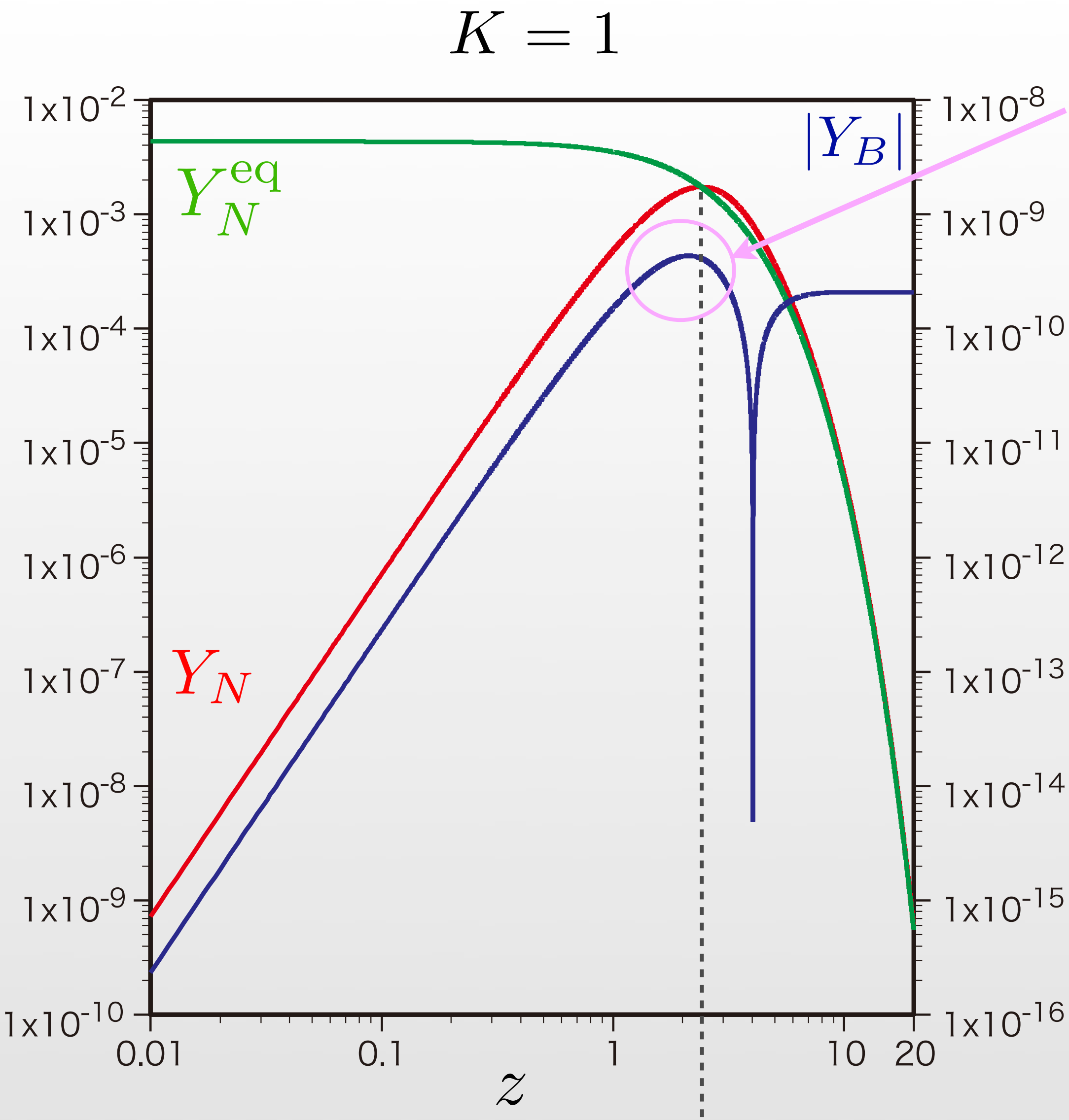
decay asymmetry: $\varepsilon = 10^{-6}$



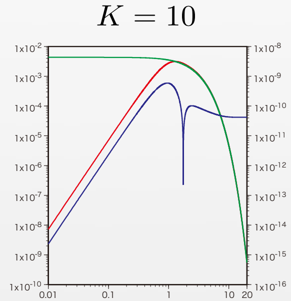
$$K = \frac{\Gamma}{H(z=1)} = \frac{(hh^\dagger)_{11} M/8\pi}{1.66\sqrt{g_*}M^2/m_{\rm Pl}} = \frac{(hh^\dagger)_{11}}{41.7\sqrt{g_*}}\frac{m_{\rm Pl}}{M}$$

$$\frac{m_D^2}{M} \simeq \frac{(hh^\dagger)_{11} v_0^2}{M} = 1\text{eV}, \quad g_* = 106.75 \longrightarrow K = 4.6 \times 10^2$$



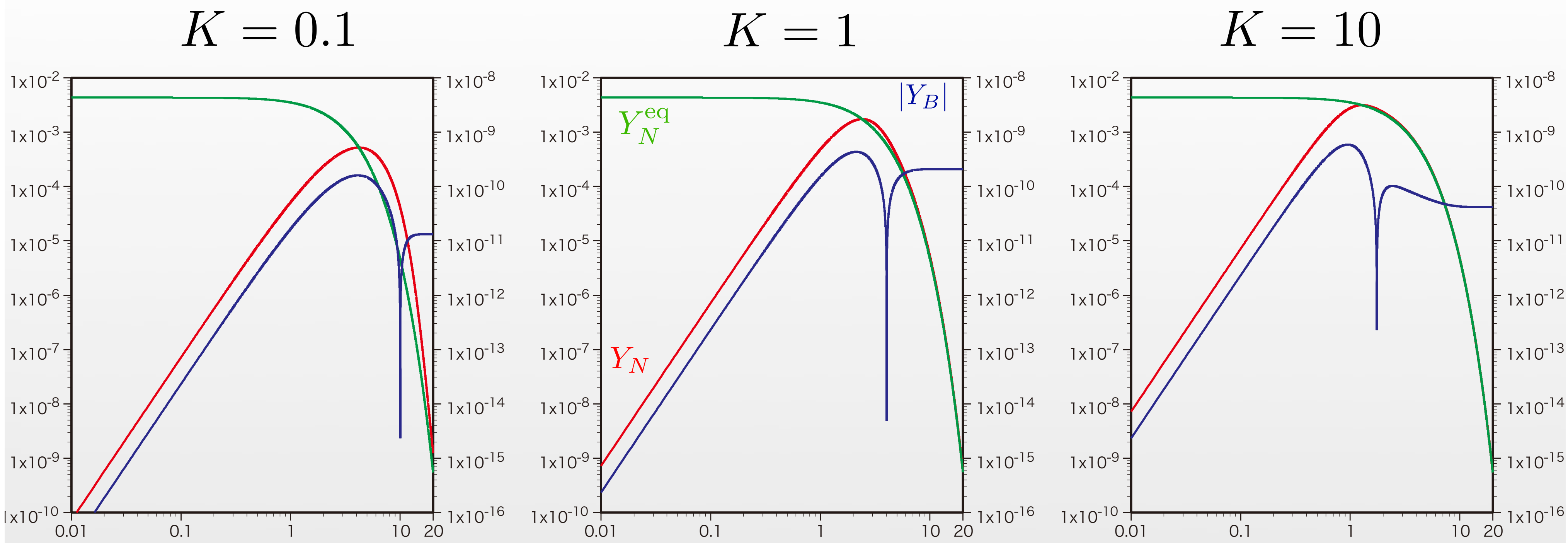


Y_Nのpeakより手前で
少し減るのは
washoutの寄与



inverse decayが効いて
負のLが生成

decayにより
正のLが生成



Kが小：Y_Nが平衡値に追いつくのが遅れる

レプトン数が正に転じるのも遅れる

Full Boltzmann equation

heavy neutrinoが平衡状態から逸脱することが本質的

$$f_N(t,p_N) = \frac{n_N(t)}{n_N^{\mathrm{eq}}} f^{\mathrm{eq}}(p_N)$$ という仮定は許されるか？

$f_l(t,p_l),\quad f_{\bar{l}}(t,p_l)$ gauge int.等のためkinetic equilibrium

$$f_l(t,p_l) \simeq \frac{1}{e^{(E_l-\mu(t))/T}-1} \qquad f_{\bar{l}}(t,p_l) \simeq \frac{1}{e^{(E_l+\mu(t))/T}-1}$$

references:

- Basboll and Hannestad, JCAP 0701-003 [hep-ph/0609025]
- Garayoa, et al., JCAP 0909-035 [hep-ph/0905.4834]
- Hahn-Woernle, Plumacher, Wong, JCAP 0908-028 [hep-ph/0907.0205]

Boltzmann eq.にerror, 散乱過程は一部だけ

Model:

L- and R-leptons in the 3-generation seesaw model

+ 3rd generation of the quarks

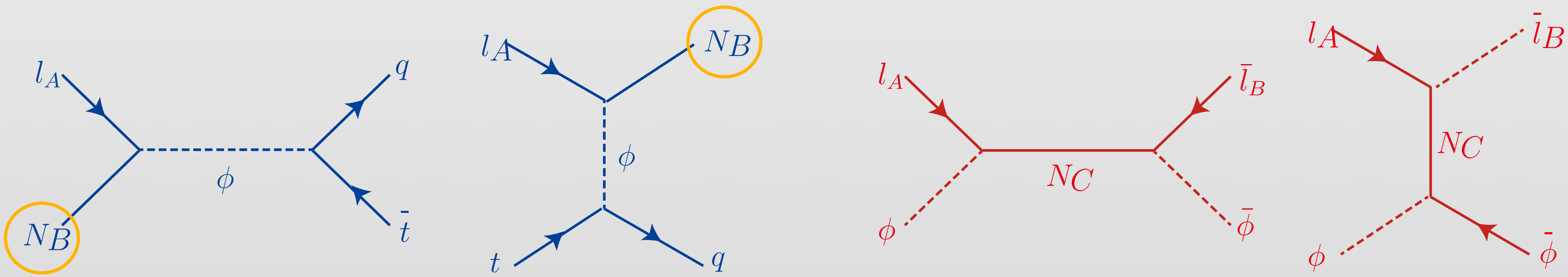
Assumption:

空間的一様性　　$f_a(t,\boldsymbol{p}) = f_a(t,p)$ with $p = |\boldsymbol{p}|$

$M_1 \ll M_2,\ M_3$　　Lightest heavy neutrinoのdecayだけを考える

quark, Higgs bosonsはmasslessの熱平衡分布

新たに考慮するのはtree-levelの $|\Delta L| = 1$と$|\Delta L| = 2$ の散乱過程



$$\frac{\partial f_a(t,p)}{\partial t} - H(t)p\frac{\partial f_a(t,p)}{\partial p} = \frac{1}{2E_a}C[f_a] \qquad a = N_1,\ L_A,\ \bar{L}_A \quad (A = 1,2,3)$$

dimensionless variables: $z = M_1/T, \quad y_a = p_a/T, \quad \bar{E}_a = E_a/T$

$$\frac{\partial f_{N_1}(z,y_N)}{\partial z} = \frac{z}{2\bar{E}_N H(z=1)}\left(C^{\text{D-ID}}[f_{N_1}] + C^{|\Delta L|=1}[f_{N_1}]\right)$$

$$\frac{\partial f_{L_A}(z,y_L)}{\partial z} = \frac{z}{2\bar{E}_L H(z=1)}\left(C^{\text{D-ID}}[f_{L_A}] + C^{|\Delta L|=2}[f_{L_A}] + C^{|\Delta L|=1}[f_{L_A}]\right)$$

$$\frac{\partial f_{\bar{L}_A}(z,y_L)}{\partial z} = \frac{z}{2\bar{E}_{\bar{L}} H(z=1)}\left(C^{\text{D-ID}}[f_{\bar{L}_A}] + C^{|\Delta L|=2}[f_{\bar{L}_A}] + C^{|\Delta L|=1}[f_{\bar{L}_A}]\right)$$

on-shell $|\Delta L| = 2$ scattering terms subtracted

As for the lepton number distribution,

$$f_{\mathcal{L}_A}(z,y_L) \equiv f_{L_A}(z,y_L) - f_{\bar{L}_A}(z,y_L), \qquad f_{\mathcal{L}}(z,y_L) \equiv \sum_A f_{\mathcal{L}_A}(z,y_L)$$

$$f_L(z,y) = \frac{1}{e^{(E_L-\mu(t))/T}+1} = \frac{1}{e^{(\bar{E}_L-\bar{\mu}(z))}+1} \qquad f_{\bar{L}}(z,y) = \frac{1}{e^{(\bar{E}_{\bar{L}}+\bar{\mu}(z))}+1}$$

として$\mu(z)$の1次まで。 $f_L(z,y_L) + f_{\bar{L}}(z,y_L) \simeq 2f_L^{\rm eq}(y_L)$

heavy neutrino

$$\frac{\partial f_{N_A}(z,y_{N_A})}{\partial z} = \frac{16\pi K z^2}{2\bar{E}_{N_A}} \int d\tilde{y}_H\, d\tilde{y}_L\, (2\pi)^4 \delta^4(y_{N_A}-y_L-y_H)$$

$$\times \left[f_H^{\rm eq}(y_H) f_L^{\rm eq}(y_L)(1-f_{N_A}(y_{N_A})) - f_{N_A}(y_{N_A})(1+f_H^{\rm eq}(y_H))(1-f_L^{\rm eq}(y_L))\right]$$

$$+(\text{scattering contr.})$$

$$= \frac{K z^2}{\bar{E}_{N_A} y_{N_A}} \int_{\frac{\bar{E}_{N_A}-y_{N_A}}{2}}^{\frac{\bar{E}_{N_A}+y_{N_A}}{2}} dy_H \Big[f_H^{\rm eq}(y_H) f_L^{\rm eq}(\bar{E}_N - y_H)(1-f_{N_A}(y_{N_A}))$$

$$- f_{N_A}(y_{N_A})(1+f_H^{\rm eq}(y_H))(1-f_L^{\rm eq}(\bar{E}_N - y_H))\Big]$$

$$+(\text{scattering contr.})$$

lepton asymmetry

$$\frac{d\bar{\mu}(z)}{dz} = \frac{3Kz^2}{2N_f\pi^2} \int_0^\infty \frac{dy_N\, y_N}{\bar{E}_N} \int_{\frac{\bar{E}_N-y_N}{2}}^{\frac{\bar{E}_N+y_N}{2}} dy_L \Big\{ \epsilon \left[(1-f_L^{\rm eq}(y_L))(1+f_H^{\rm eq}(\bar{E}_N-y_L)) - f_H^{\rm eq}(\bar{E}_N-y_L) f_L^{\rm eq}(y_L)\right)$$

$$-\bar{\mu}(z) \frac{e^{y_L}}{(e^{y_L}+1)^2} \Big\} (f_N(z,y_N) - f_N^{\rm eq}(y_N))$$

$$+(\text{scattering contribution})$$

数値解析

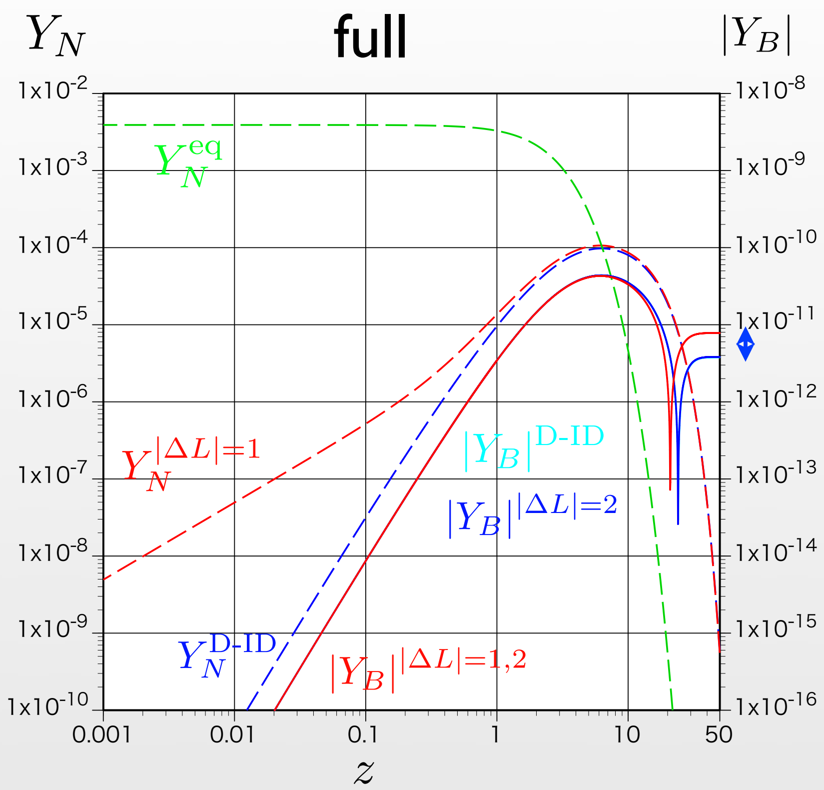
- Heavy neutrino分布関数の時間依存性
- full vs integrated Boltzmann eqs.の比較
- ２種類のレプトン数非保存散乱過程の効果

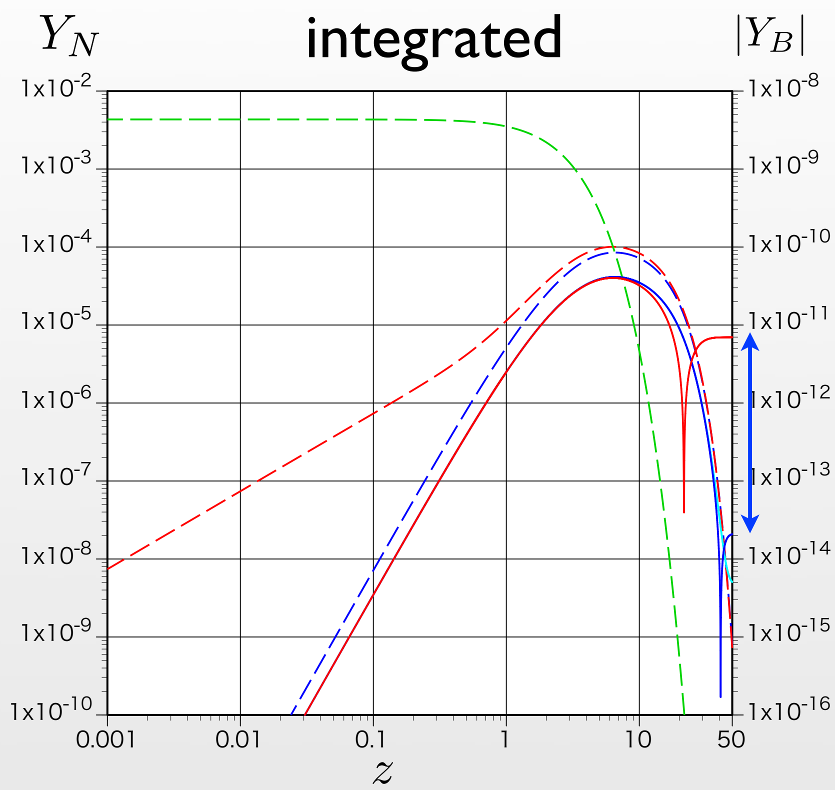
fixed input parameters:

$$M = 10^{10}\mathrm{GeV} \qquad \epsilon = 10^{-6} \qquad y_t = \frac{\sqrt{2}\, m_t}{v_0} = 1.00 \quad (m_t = 174\mathrm{GeV})$$

$K = 10^{-3} - 10^{2}$ の範囲でBoltzmann eqs.の数値解

$K = 0.01$



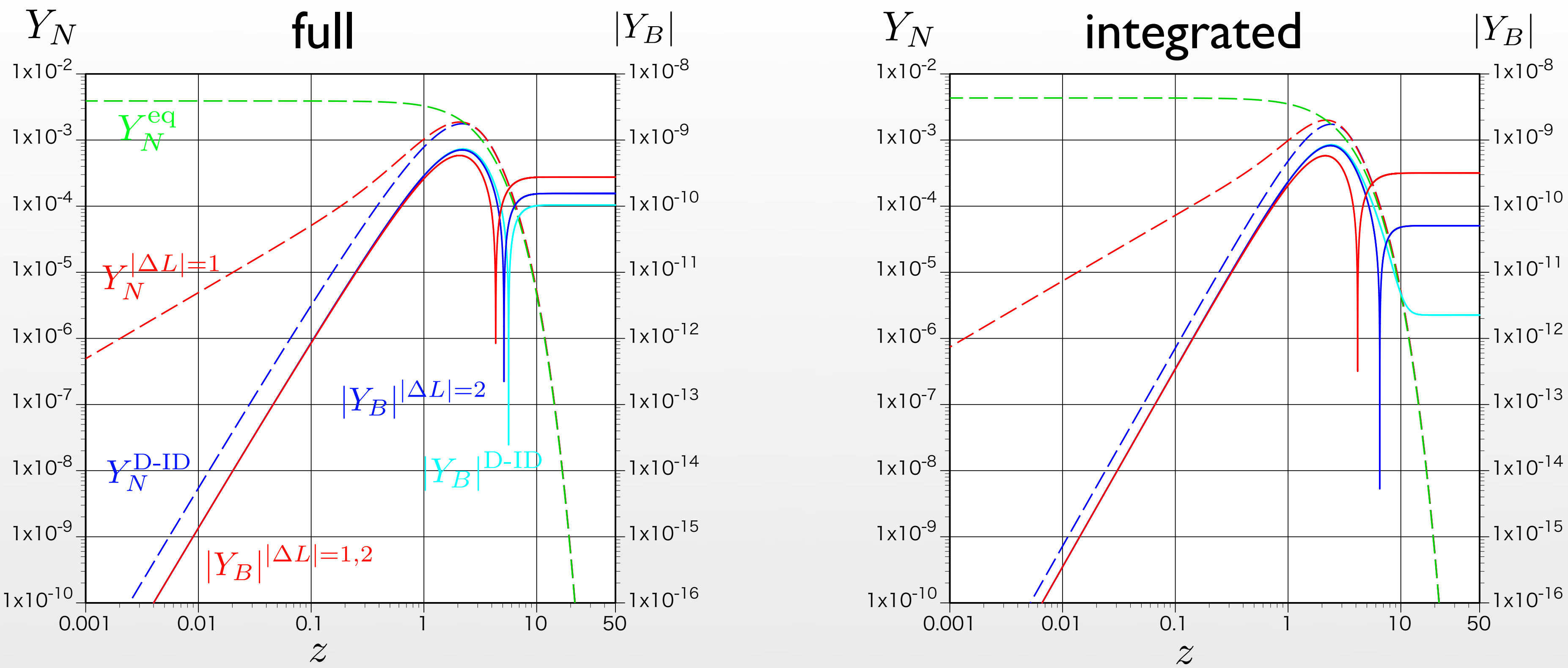


$|\Delta L| = 1$の過程はY_Nにも効くが、$|\Delta L| = 2$の過程はLのwashoutにだけ効く。

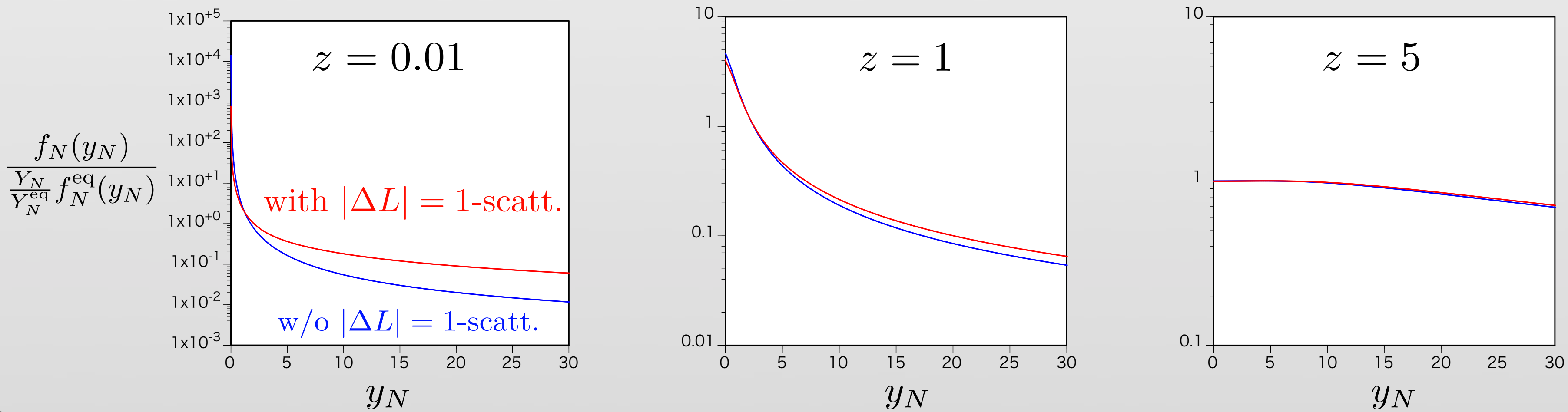
$|\Delta L| = 1$の過程は初期のheavy neutrino生成に大きく寄与する。

D-IDのみを考慮したintegrated BEのY_Bは符号の反転さえしない。

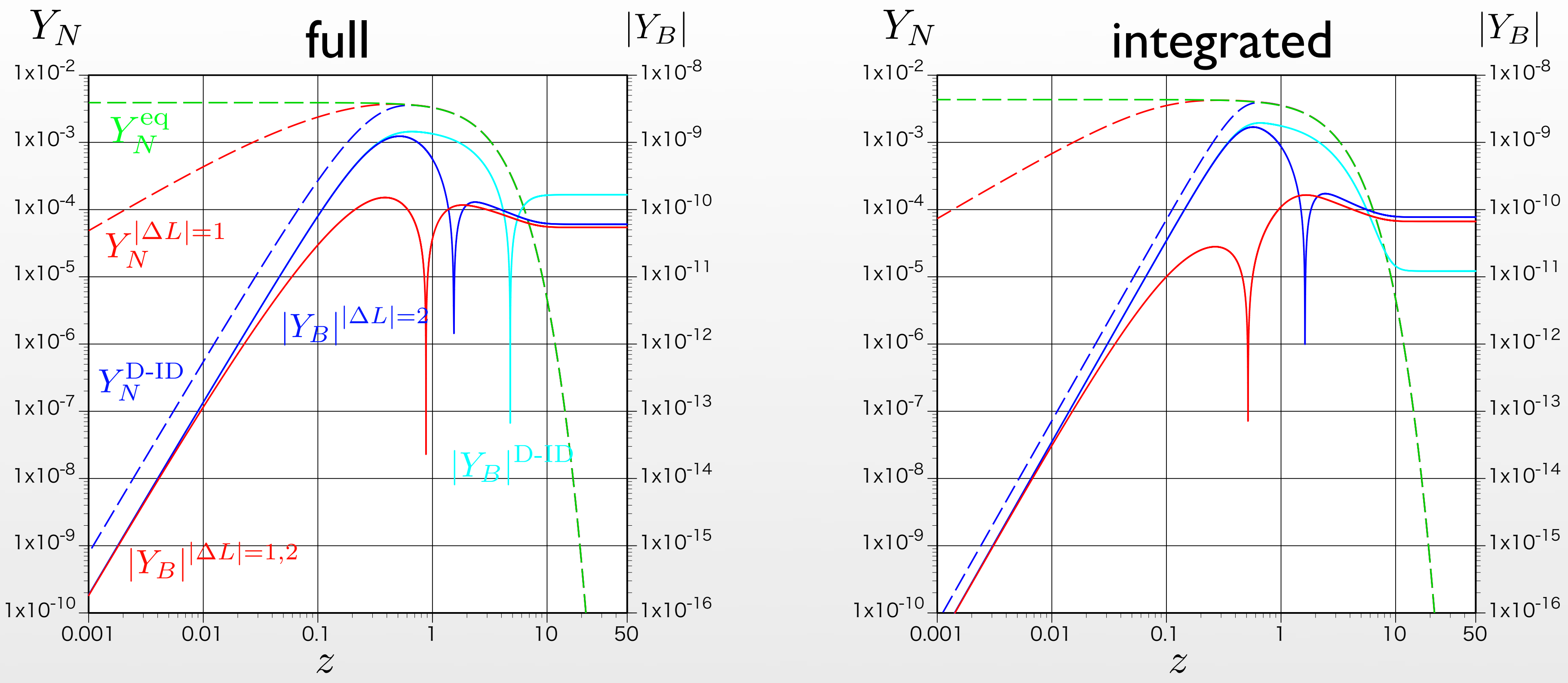
$K = 1$



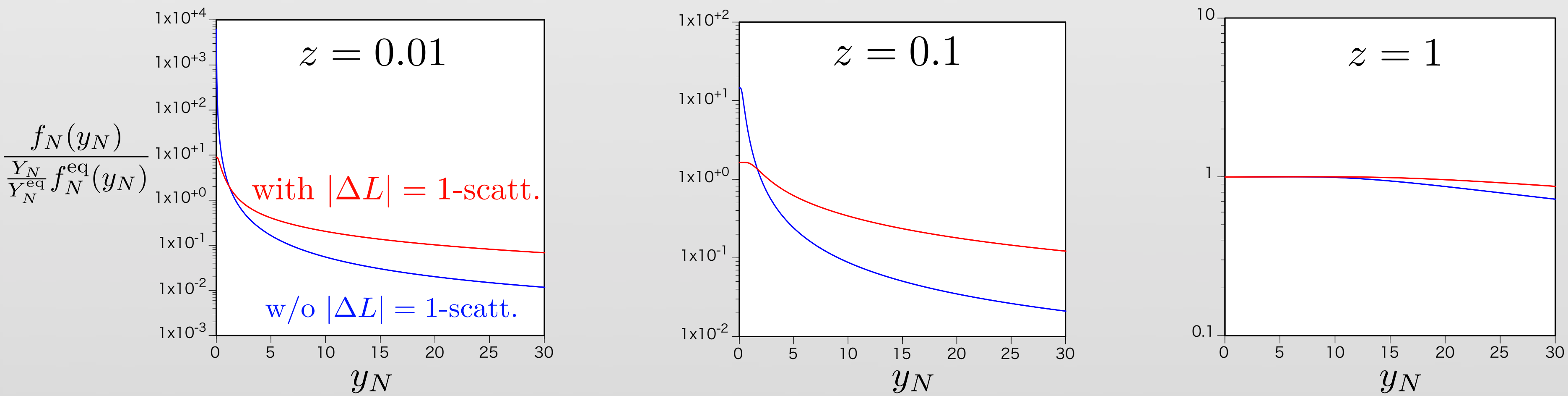
evolution of the heavy-ν distribution function



$K = 100$

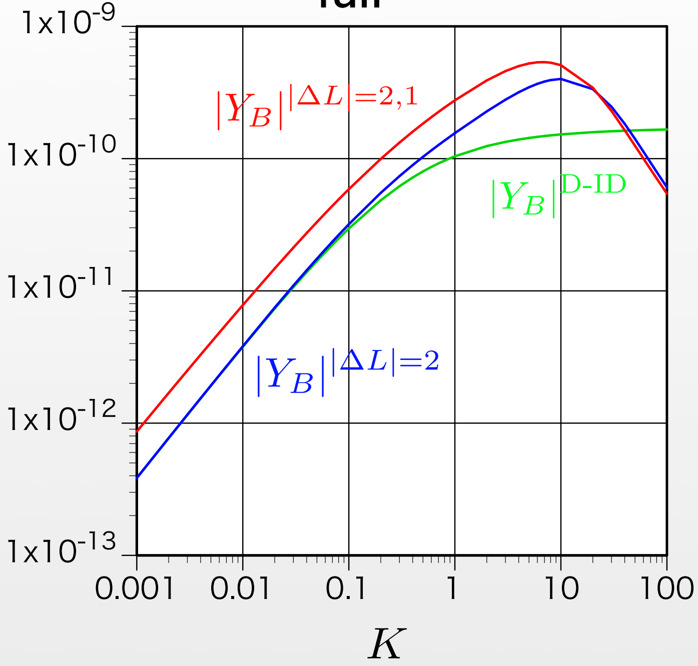


evolution of the heavy-ν distribution function

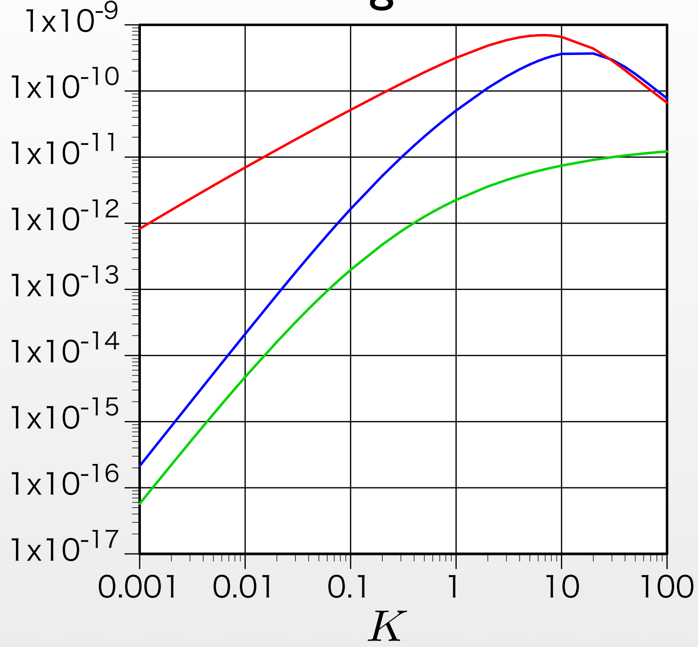


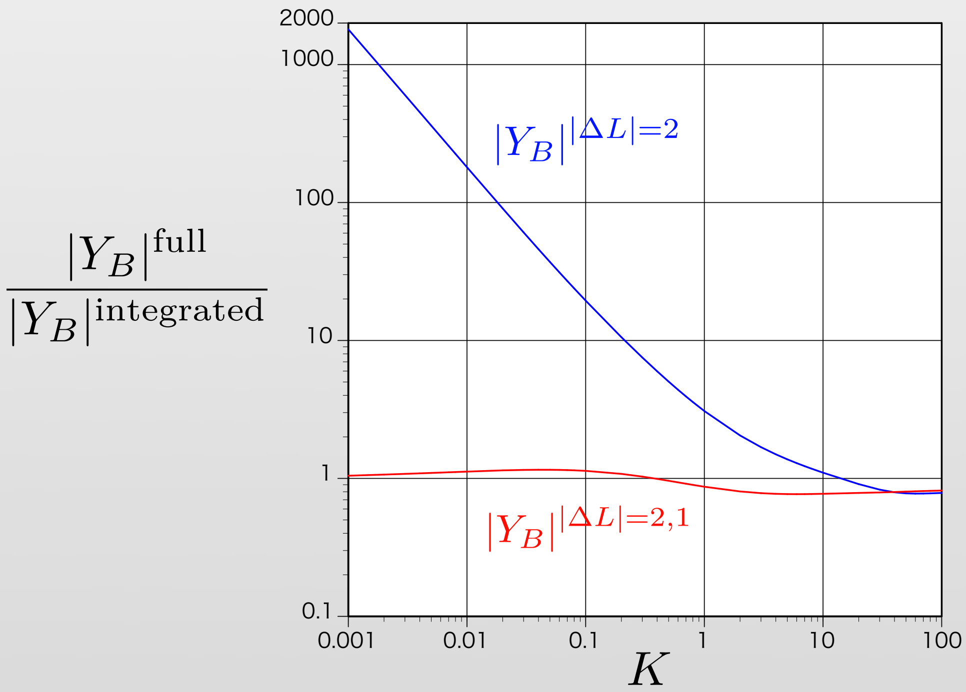
value of the final $|Y_B|$

full



integrated





一般にKが小さい方が非平衡性が強いため、full BEとintegrated BEの解の差は大きい。

逆に、K>50では両者が生成するレプトン数の差は無視できる。
分布関数の時間発展は異なるが、最終的なレプトン数には効かない。

$|\Delta L| = 1$ の散乱過程は、heavy neutrinoを平衡分布に、より早く近づけ、レプトン数のwashoutにも寄与する。

崩壊-逆崩壊(onshell-scatt.-subtracted)のみを含むintegrated BEの解はKが大きい場合でも信頼できない。

K>100の場合、散乱過程によるwashout効果が大きく、生成されるレプトン数がBAUを説明できなくなる。

$$\Gamma_{\rm sph}^{(\rm sym)}(T) > H(T) \quad \text{for } \underline{T_{EW} < T < 10^{12}\text{GeV}}$$

この範囲で$|\Delta L| \neq 0$過程が化学平衡 ⟶ $B = L = 0$

おわりに

Boltzmann方程式は初期宇宙の**非平衡現象**の解析に用いられてきた。

GUT-baryogenesis, Leptogenesis, DM abundance, ...

Leptogenesisの解析でよく用いられてきたintegrated BEの近似が妥当となる場合を示した。

種々の相互作用の取込み

非平衡性の見極め

今後の課題

☆ Leptogenesis以外の問題への適用

☆ Boltzmann方程式が使えないケース --- resonant Leptogenesis

☆ Boltzmann方程式で見落とした効果

off-shell, memory effects (CTP formalism might work)