ダークエネルギーとニュートリノモデル

新潟大学大学院自然科学研究科
高橋 亮

1 Introduction

現在の宇宙のエネルギー組成のうち、約 73% を占める未知のエネルギー成分をダークエネルギーという。このダークエネルギーは負の圧力をもち、宇宙の加速膨張の原因であると考えられている。ダークエネルギーには多くの候補があるが、本報告では”Mass Varying Neutrions” シナリオ [1] について述べる。このシナリオでは、ニュートリノの質量は変化するパラメータであり、ダークエネルギーのエネルギー密度をニュートリノ質量の関数と仮定している。

2 Mass Varying Neutrinos シナリオ

Mass Varying Neutrinos シナリオには、次の４つの仮定が課される。

[仮定- 1]
ニュートリノの質量は変化するパラメータである。
[1] では、あるスカラー場 ϕ_a(“acceleron” と呼ぶ) を導入し、ニュートリノの質量はそのスカラー場の関数であると考えている ; $m_\nu = m_\nu(\phi_a)$。しかし、スカラー場を導入することなしに、単に温度の関数と考えることもできる ; $m_\nu = m_\nu(T)$[2]。
[仮定- 2]
観測量 ω はニュートリノとダークエネルギーを合わせたセクター（ダークセクター）の ω である ;

$$\rho_{\text{dark}} \equiv \rho_\nu + \rho_{\text{dark energy}} \qquad (\omega = p_{\text{dark}}/\rho_{\text{dark}}). \tag{2.1}$$

ρ_ν と $\rho_{\text{dark energy}}$ はそれぞれニュートリノとダークエネルギーのエネルギー密度である。ここで、もう 1 つ重要な仮定をおく。それはダークエネルギーのエネルギー密度はニュートリノ質量の関数であるという仮定である。そうすることでダークセクターのエネルギー密度は、

$$\rho_{\text{dark}} = \rho_\nu + \rho_{\text{dark energy}}(m_\nu) \tag{2.2}$$

となる。ニュートリノの質量をスカラー場の関数とした場合には、$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)$ はスカラーポテンシャルと同等であることが示される [2] ;

$$\rho_{\text{dark}} = \rho_\nu + V(\phi_a(m_\nu)). \tag{2.3}$$

[仮定- 3]
ρ_{dark} はニュートリノ質量の変化に対して安定である（停留点条件）;

$$\frac{\partial \rho_{\text{dark}}}{\partial m_\nu} = \frac{\partial \rho_\nu}{\partial m_\nu} + \frac{\partial \rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)}{\partial m_\nu} = 0. \tag{2.4}$$

[仮定- 4]
現在の background ニュートリノは全て非相対論的である ;

$$\rho_\nu^0 = m_\nu^0 n_\nu^0. \tag{2.5}$$

以上が Mass Varying Neutrinos シナリオに課される仮定である。
次に、このシナリオの一般論を述べる。まず、ニュートリノが非相対論的な場合を考える。本報告では、簡単のためニュートリノは 1 世代のみで議論を行う。非相対論的なニュートリノのエネルギー密度は次のようになる。

$$\rho_\nu = m_\nu n_\nu. \tag{2.6}$$

また、エネルギー密度 ρ、スケールファクター a、状態方程式パラメータ ω、個数密度 n の間には次の関係が成り立つ。

$$\rho(= V) \propto a^{-3(1+\omega)} \propto n^{1+\omega} \quad , \quad n \propto a^{-3}. \tag{2.7}$$

従って、ダークセクターの状態方程式は次のようになる。

$$\omega + 1 = \frac{m_\nu n_\nu}{\rho_{\text{dark}}}. \tag{2.8}$$

ω の時間変化が小さければ、(2.7) の関係より、

$$m_\nu \propto n_\nu^\omega \tag{2.9}$$

となる。従って、$\omega = -1$ の場合には、ニュートリノの質量はその密度に逆比例する。これは Mass Varying Neutrinos シナリオにおける重要な結論の 1 つである。

次に、相対論的なニュートリノまで含めた、より一般的な場合について述べる。ニュートリノのエネルギー密度は一般に次のように表される。

$$\rho_\nu = T^4 F(\xi). \tag{2.10}$$

$$\xi \equiv \frac{m_\nu(T)}{T}. \tag{2.11}$$

$$F(\xi) \equiv \frac{1}{\pi^2}\int_0^\infty \frac{dy y^2\sqrt{y^2+\xi^2}}{e^y+1}. \tag{2.12}$$

(2.4) の停留点条件は次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial \rho_{\rm dark}}{\partial m_\nu} = T^3\frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)}{\partial m_\nu} = 0. \tag{2.13}$$

状態方程式は、

$$\omega + 1 = \frac{4 - h(\xi)}{3[1 + \frac{\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)}{T^4 F(\xi)}]} \tag{2.14}$$

$$h(\xi) \equiv \frac{\xi \frac{\partial F(\xi)}{\partial \xi}}{F(\xi)} \tag{2.15}$$

となる。(2.13)、(2.14) から $\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)$ の具体的な関数形が決まれば、ニュートリノの質量と ω の温度依存性、つまり時間発展が得られる。例として、$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)$ が冪関数と対数関数の場合について、それぞれニュートリノ質量の時間発展を求める。

2.1 冪関数モデル

一般的な冪関数は次のように表せる。

$$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu) = b\, m_\nu^a. \tag{2.16}$$

a、b は任意の定数である。全てのモデルには 2 つの条件が課される。第 1 の条件は観測からの制限である。現在の時刻でのダークセクターのエネルギー密度は、

$$\rho^0_{\rm dark} \simeq 0.7\rho_c \tag{2.17}$$

となる。従って、(2.16) の場合には次のようになる。

$$m^0_\nu n^0_\nu + b\,(m^0_\nu)^a = 0.7\rho_c. \tag{2.18}$$

第 2 の条件は停留点条件 (2.13) から課される。(2.16) の場合、現在の時刻での停留点条件は、

$$ab(m^0_\nu)^{a-1} = -\frac{T_0^3}{\pi^2}\int \frac{dy y^2 (m^0_\nu/T_0)}{\sqrt{y^2+(m^0_\nu/T_0)^2}(e^y+1)} \tag{2.19}$$

と表せる。(2.18) と (2.19) より、任意のパラメータ a、b を決めると次のようになる [2]。

$$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu) = -m^0_\nu n^0_\nu \left[\frac{\omega_0}{1+\omega_0}\right]\left(\frac{m_\nu}{m^0_\nu}\right)^{(\frac{1+\omega_0}{\omega_0})}. \tag{2.20}$$

ニュートリノ質量の時間発展は停留点条件 (2.13) より、

$$m_\nu = m^0_\nu[(\frac{T}{T_0})^3 g(\xi)]^{\omega_0} \tag{2.21}$$

$$g(\xi) = \frac{\int_0^\infty \frac{dy y^2 \xi}{\sqrt{y^2+\xi^2}(e^y+1)}}{\int_0^\infty \frac{dy y^2}{(e^y+1)}} \tag{2.22}$$

となる。これを図示したものが [図.1] である。$z \sim 20$ から現在にかけて大きく変化したことがわかる。(2.16) の場合に状態方程式 (2.14) を示したものが [図.2] である。Mass Varying Neutrinos シナリオでは、ニュートリノ質量とともに ω は時間変化することがわかる。

2.2 対数関数モデル

前節の冪関数モデルとの比較のため、$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu)$ が対数関数の場合について述べる。一般的な対数関数は次のようになる。

$$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu) = a \log\left(\frac{m_\nu}{b}\right) \tag{2.23}$$

モデルに課される条件は冪関数の場合と同様である。その条件により任意のパラメータ a、b を決めると、(2.23) は次のようになる。

$$\rho_{\text{dark energy}}(m_\nu) = -2.80 \times 10^{-12} \log\left(\frac{m_\nu}{3.88 \times 10^{-2}}\right). \tag{2.24}$$

ニュートリノ質量の時間発展は、前節と同様に停留点条件 (2.13) から得られる。

$$\frac{a}{m_\nu} = -\frac{T^3}{\pi^2} \int \frac{dy y^2 (m_\nu/T)}{\sqrt{y^2 + (m_\nu/T)^2}(e^y + 1)}. \tag{2.25}$$

$$a \sim -2.80 \times 10^{-12} \quad (eV)^4. \tag{2.26}$$

これを図示したものが [図.3] である。このモデルでは、$z \sim 1$ から現在にかけてニュートリノ質量が大きく変化したことがわかる。

3 Mass Varying Neutrinos シナリオの超対称化

最後に、"Mass Varying Neutrinos" シナリオを超対称化した簡単なモデルを構成する。
２種類の chiral superfield A と N を導入し、次のような superpotential を仮定する [3]。

$$W = \lambda A N N. \tag{3.1}$$

これより、スカラーポテンシャルは、

$$V = 4\lambda^2 |\phi_a|^2 |\phi_n|^2 + \lambda^2 |\phi_n|^4 \tag{3.2}$$

となる。但し、ϕ_a と ϕ_n はそれぞれ A と N のスカラー成分である。ここで ϕ_a を"acceleron"、ϕ_n は実定数であると仮定する。また、ラグランジアンは、次のようなものを考える。

$$\mathcal{L}_{mass} = m_D \nu_L \psi_n + m'_D \nu_L \psi_a + \lambda \phi_a \psi_n \psi_n + \lambda \phi_n \psi_a \psi_n. \tag{3.3}$$

ここで、ψ_a と ψ_n はそれぞれ A と N のスピナー成分である。これより、質量行列は次のようになる。

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m'_D & m_D \\ m'_D & 0 & \lambda\phi_n \\ m_D & \lambda\phi_n & \lambda\phi_a \end{pmatrix}. \tag{3.4}$$

ここで、階層性 $\lambda\phi_n \ll m'_D, m_D \ll \lambda\phi_a$ を仮定すると、ニュートリノの質量は、

$$m_\nu \simeq m'_D + \frac{m_D^2}{2\lambda\phi_a} \tag{3.5}$$

と求められる。(3.2) と (3.5) から、スカラーポテンシャルはニュートリノ質量の関数として表され、

$$V(\phi_a(m_\nu)) = \rho_{\text{dark energy}}(m_\nu) = \frac{m_D^4 \phi_n^2}{(m_\nu - m'_D)^2} + \lambda^2 \phi_n^4 \tag{3.6}$$

となる。最初の等式は [2] において示される。観測と矛盾しないように λ と ϕ_n を

$$\begin{cases} \lambda = 1 \\ \phi_n = 10^{-8} \ \ (eV) \end{cases} \tag{3.7}$$

と仮定すると、残りの２つのパラメータ m_D と m'_D はこれまでと同じ２つの条件から、

$$\begin{cases} m_D \sim 169 \ \ (eV) \\ m'_D \sim -54.0 \ \ (eV) \end{cases} \tag{3.8}$$

と求められる。また、ニュートリノ質量の時間発展は停留点条件から次のようになる。

$$2\frac{m_D^4 \phi_n^2}{(m_\nu - m'_D)^3} = \frac{T^3}{\pi^2} \int \frac{dy y^2 (m_\nu/T)}{\sqrt{y^2 + (m_\nu/T)^2}(e^y + 1)}. \tag{3.9}$$

これを図示したものが [図.4] である。この場合、対数関数と同様に $z \sim 1$ から現在にかけて大きく変化しているが、対数関数の場合よりも変化の度合いが大きくなっている。

4　まとめと課題

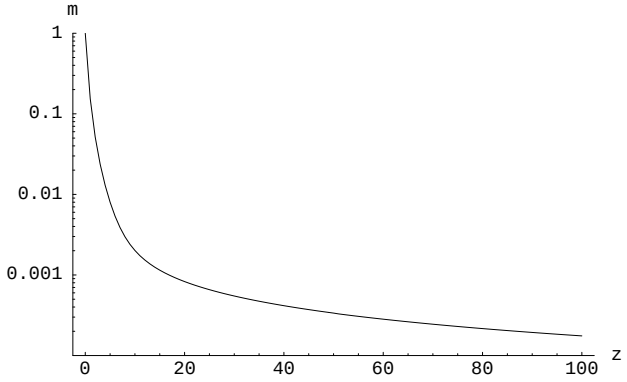
ダークエネルギーの候補として提案された Mass Varying Neutrinos シナリオにおいて、現在の観測と無矛盾の幾つかのモデルを構成することが可能である。超対称性理論の枠組みにおいては、その破れの効果を導入した、より現実的なモデルの構成が今後の課題となる。

References

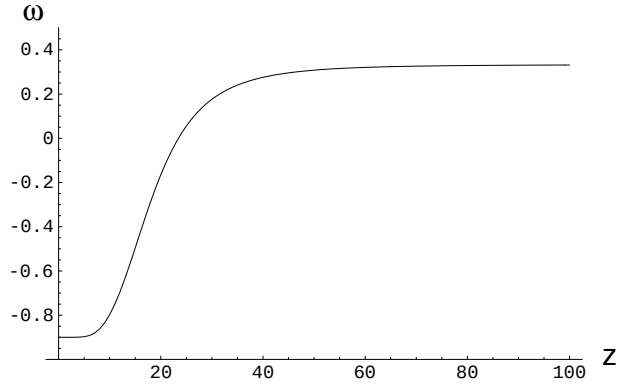
[1] R. Fardon, A. E. Nelson, N. Weiner, J. Cosmol. Astropart. Phys. **10**, 005 (2004), [astro-ph/0309800].

[2] R. D. Peccei, [hep-ph/0411137].

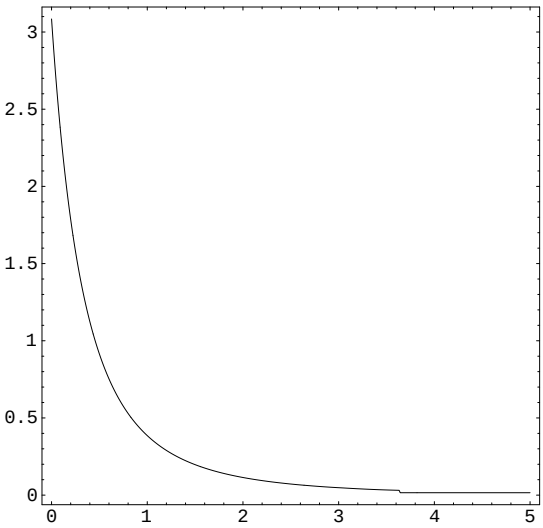
[3] N. Weiner, Summer Institute 2004 lecture note.



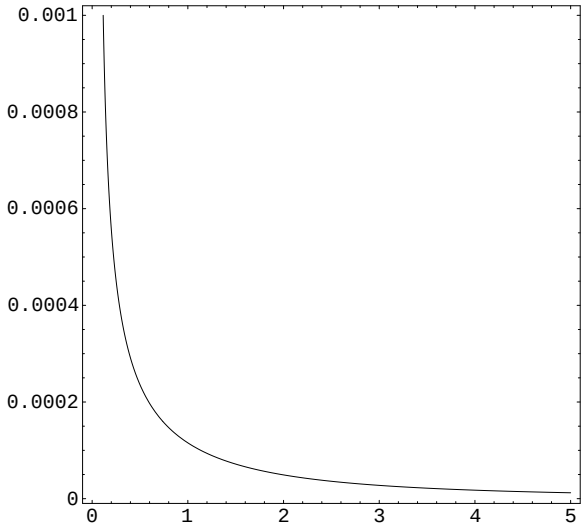
[図.1] ニュートリノ質量の時間発展 (冪関数モデル)[2]
$m = m_\nu/m_\nu^0$、$z = T/T_0 - 1$



[図.2]ω の時間発展 [2]



[図.3] ニュートリノ質量の時間発展 (対数関数モデル)
横軸 ; z、縦軸 ; ニュートリノ質量



[図.4] ニュートリノ質量の時間発展 (SUSY モデル)
横軸 ; z、縦軸 ; ニュートリノ質量