

Preheating and Baryogenesis

佐賀大学理工学部 船久保公一

2001年5月16日
於 富山大学

内容

- §1. Introduction
- §2. Preheating とは
- §3. Preheating による charge 生成
- §4. 簡単な応用
- §5. まとめ

§1. Introduction

Big Bang 宇宙論で未解決の問題

- 地平線問題
- 平坦性問題
- 密度揺らぎの問題
- 物質の起源の問題
- 宇宙の初期値問題

地平線問題、平坦性問題、密度揺らぎ ← Inflation

物質の起源の問題 = バリオン数生成

- ★ バリオン数を破る過程
- ★ CとCP対称性の破れ
- ★ 非平衡状態



素粒子物理

大統一理論 } ← 陽子崩壊
超対称性理論 }
電弱標準理論 — axial anomaly

CとCPの破れ

CKM 行列、標準模型を越えた理論 (SUSY, extended Higgs sector,...) 、 θ 項

Inflation

— コヒーレントなスカラー場 (inflaton 場) のダイナミクス

1 de Sitter 期 — inflaton の potential energy

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \dots\right)$$

$$\ddot{\phi}(t) + 3H(t)\dot{\phi}(t) + V'(\phi) = 0$$

slow-roll in a nearly flat potential $\implies V(\phi) \simeq \text{const.} \gg \dot{\phi}^2$

$\longrightarrow a(t) \propto e^{Ht}$ with constant H

2 再加熱期 — inflaton のエネルギーから熱へ

$V(\phi)$ の最小値のまわりでの inflaton 場の振動



inflaton 場が軽い粒子へ崩壊することによる振動の減衰



軽い粒子の熱平衡分布: T_{rh} (再加熱温度)



inflaton potential $V(\phi)$ が満たすべき条件

(1) e-fold 数 — どれだけ指数関数的膨張したか

地平線問題を解決するためには、inflationが始まった時の horizon H_i^{-1} が宇宙膨張後に現在の horizon より大きくなればよい:

$$H_i^{-1} \times N_{\text{tot}} \times \frac{a_0}{a_{\text{osc}}} > H_0^{-1}$$

同時に平坦性問題も解決される。

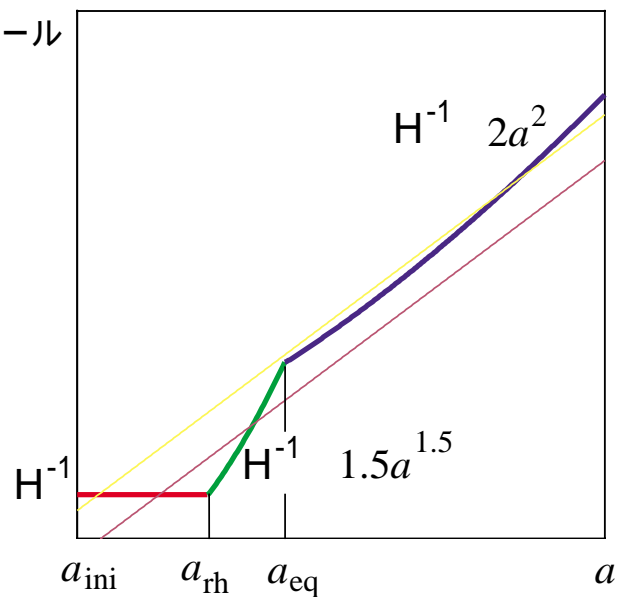
inflationが始まる時のエネルギースケールを M とすると、 $H_i^{-1} \simeq m_P/M^2$ なので、必要な N_{tot} の下限は

$$N_{\text{min}} \simeq 53 + \frac{2}{3} \log \left(\frac{M}{10^{14} \text{GeV}} \right) + \frac{1}{3} \log \left(\frac{T_{\text{rh}}}{10^{10} \text{GeV}} \right)$$

(2) 密度揺らぎの大きさ — CMBの揺らぎ $\delta T/T \simeq 2 \times 10^{-5}$

視野角 1.7 度以上の方向からくる 2 つの CMB は t_{dec} の時に、horizon の内側に入ってきた。

これらの CMBR の起源が inflaton の量子揺らぎであるとすると、揺らぎのスペクトル (k 依存性) が説明出来る。



但し、揺らぎの大きさはde Sitter期のHubble parameterで
きまる。

$$\langle \phi^2 \rangle \propto H^2$$

これから密度揺らぎは

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_{\text{re-enter}} \simeq \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V(\phi) H}{\dot{\phi}^2} \right)_{\text{bye}} \simeq \frac{1}{m_P} \left(\frac{V^{3/2}(\phi)}{V'(\phi)} \right)_{\text{bye}}$$

例 e-fold = 60 を要求すると、

$$(1) V(\phi) = \frac{\lambda}{4} \phi^4$$

$$\phi_{\text{bye}}^2 \simeq \frac{60 m_P^2}{\pi}$$

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_{\text{re-enter}} \simeq 3.5 \times 10^2 \lambda$$

なので、 $\lambda \sim 10^{-18}$ が必要。

$$(2) V(\phi) = \frac{1}{2} m^2 \phi^2$$

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_{\text{re-enter}} \simeq 10^{-17} \frac{m}{1\text{GeV}}$$

なので、 $m \sim 10^{12} \text{GeV}$ となればよい。

§2. Preheating とは

再加熱 (reheating) とは

= 「古典的スカラー場の軽い粒子への崩壊」

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi) + \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 + \bar{\psi}i\partial\psi - \frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2 - f\bar{\psi}\psi\phi$$

崩壊率 (0-momentum ϕ 粒子の崩壊)

$$\Gamma_\phi = \Gamma(\phi \rightarrow \chi\chi) + \Gamma(\phi \rightarrow \psi\psi) = \frac{g^4\langle\phi\rangle^2}{8\pi m_\phi} + \frac{f^2 m_\phi}{8\pi}$$

⇒ damping term in the EOM for ϕ : $+\Gamma_\phi\dot{\phi}(t)$

?よく分からないこと?

- (1) 「古典的場の崩壊」を場の量子論でどう取り扱うか?
- (2) g^2 や f が小さくても inflaton 振幅が大きいときに摂動論が使えるか? (e.g., $|g\phi| > m_\chi$ のとき)



古典的スカラー場 $\phi(t)$ を背景とする場の理論と考える



preheating

[Kofman, Linde, Starobinsky, PRD56('97)]

inflaton の運動方程式より

$$\phi(t) = \Phi(t) \sin(mt) \propto \frac{1}{t} \sin(mt)$$

ここで $V(\phi) \simeq \frac{1}{2} m^2 \phi^2$

mode equation for $\chi_k(t)$:

$$\ddot{\chi}_k(t) + 3H(t)\dot{\chi}_k(t) + \left(\frac{k^2}{a^2} + g^2\Phi^2(t) \sin^2(mt) \right) \chi_k(t) = 0$$

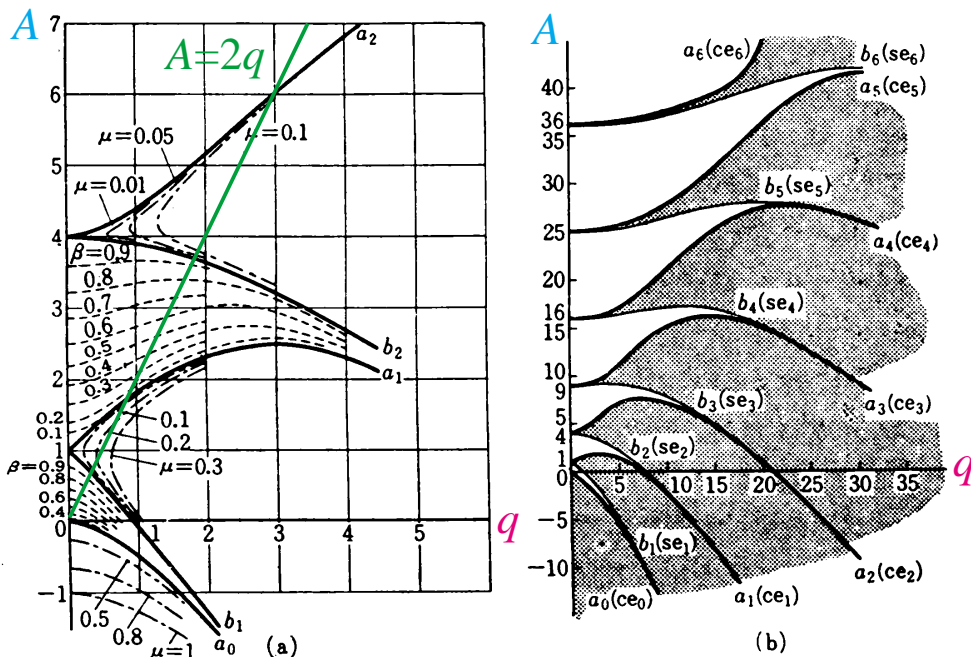
まず、簡単のために Minkowski 時空 ($a(t) \equiv 1, \Phi(t) = \text{const.}$)
で考える。 ($z = mt$)

$$\chi_k''(z) + (A_k - 2q \cos 2z) \chi_k(z) = 0$$

where

$$A_k \equiv \frac{k^2}{m^2} + \frac{g^2\Phi^2}{2m^2} = \frac{k^2}{m^2} + 2q, \quad q \equiv \frac{g^2\Phi^2}{4m^2}$$

Mathieu equation



Mathieu の微分方程式の解の安定域

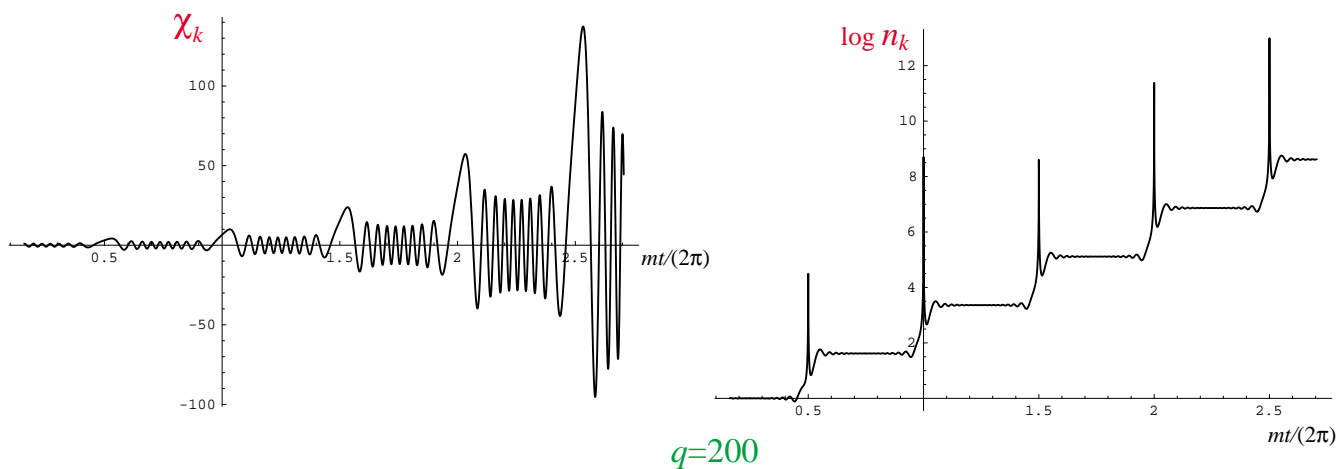
Parametric Resonance

周期的境界条件を満たす「波動関数」は規格化可能な Bloch wave のバンド構造をなすか、**指数関数的に振幅が増大または減少するバンド**をなす。

[Landa & Lifshitz, 力学]

特に $q \gg 1$ のとき **broad resonance**

a solution in a resonance band



$$n_k \equiv \frac{\omega_k}{2} \left(\frac{|\dot{\chi}_k|^2}{\omega_k^2} + |\chi_k|^2 \right) - \frac{1}{2}$$

n_k changes **only at t where $\Phi(t) = 0$**

$$\Leftrightarrow \dot{\omega}(t) \gtrsim \omega^2(t) \text{ with } \omega(t) = \sqrt{k^2 + g^2 \Phi^2(t) \sin^2(mt)}$$

$\left. \begin{array}{l} |\chi_k(t)| \\ n_k(t) \end{array} \right\}$ exponentially increase with t stepwise.

\Rightarrow successive scatterings by a periodic potential

\Rightarrow descent equation for n_k

実際には以下のことを考慮する必要がある。

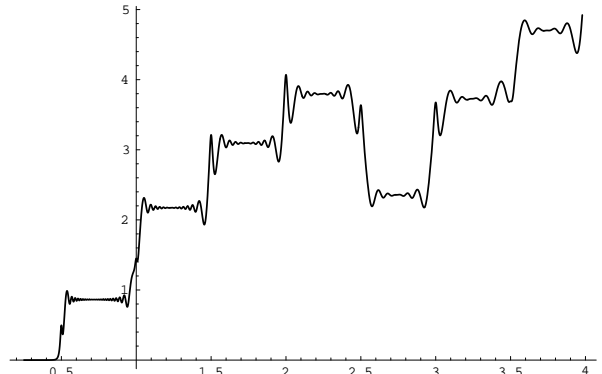
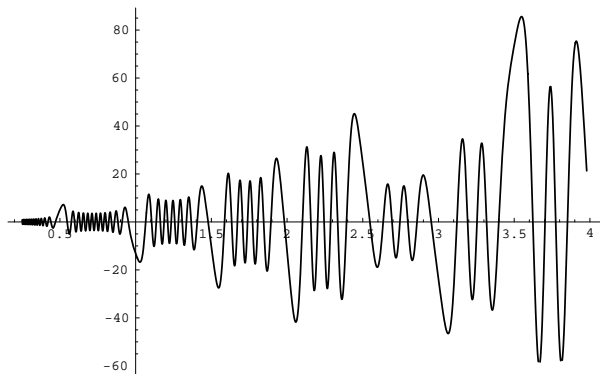
- 膨張宇宙の効果 $a(t)$, $\Phi(t)$

narrow resonance $q \lesssim O(1)$

→ resonance が即終了

broad resonance $q \gg 1$

→ stochastic resonance



それでも、successive scattering の描像は使える

$$n_k^{j+1} \simeq \left(1 + 2e^{-\pi\kappa_j^2} - 2 \sin \hat{\theta} e^{-\pi\kappa_j^2/2} \sqrt{1 + e^{-\pi\kappa_j^2}} \right) n_k^j$$

ここで $\hat{\theta}$ は random phase、 $\kappa_j \equiv \frac{k}{a_j k_{*j}}$ 、 $k_{*j} \equiv \sqrt{gm\Phi_j} = \sqrt{2}mq_j^{1/4}$
($j \leftrightarrow j$ -th zero of $\phi(t)$)

- 生成された χ 粒子の back reaction

$$\begin{cases} \rho \simeq \rho_\phi \rightarrow \rho_\chi & \text{:damping the oscillation} \\ m_\phi^2 \simeq m^2 + g^2 \langle \chi^2 \rangle & \text{:increase } \phi\text{-frequency} \end{cases}$$

- χ 粒子と ϕ 粒子の rescattering

$$\Delta m_\chi^2(k) = g^2 \langle \delta\phi^2 \rangle_k > \text{resonance width}$$

⇒ terminates the resonance

preheating 後の状態

- large occupation number of χ with small k

$$\text{resonance band} \Leftrightarrow \pi\kappa^2 < 1 \Leftrightarrow \kappa < \frac{1}{\sqrt{\pi}} \simeq 0.56$$

- large quantum fluctuation of χ

e.g.

$$m = 10^{-6}m_P, \Phi_0 = m_P/5$$

$g = 10^{-3 \sim -1}$ とすると、約 10 回の ϕ 振動の後に resonance は終了する

$$\sqrt{\langle \chi^2 \rangle} \simeq 3 \times 10^{16} \text{ GeV for } g = 3 \times 10^{-14}$$

$\longleftrightarrow T = 10^{17} \text{ GeV}$ の熱的揺らぎ



nonthermal symmetry restoration
nonthermal heavy particle production

この後、生成された長波長粒子がより軽い粒子に崩壊、また熱平衡状態へと緩和していく。

— conventional な reheating process

§3. Preheating による charge 生成

[K.F., Otsuki, Kakuto, Toyoda, hep-ph/0010266]

Inflation シナリオでは、指数関数的膨張の後、殆どゼロ温度状態になり現在の粒子は preheating 及び reheating の過程で生成されたと考えられている。

宇宙のバリオン数 (またはその種) もそのときに作られたと考えるのは自然!

preheating の formulation を多成分複素スカラー場に拡張する。

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \chi_a^* \partial^\mu \chi_a - g_a^2 \phi^2(t) \chi_a^* \chi_a - \chi_a^* V_{ab}(t) \chi_b - \frac{1}{2} (\chi_a W_{ab}(t) \chi_b + \text{c.c.}),$$

“effective potential”: $V_{ab}(t) = V_{ba}^*(t)$, $W_{ab}(t)$

$$\begin{aligned} V_{ab}(t) \neq 0 \text{ for } a \neq b, W_{ab}(t) = 0 &\Rightarrow \text{global } U(1) \\ \text{Im} V_{ab}(t) \neq 0 \text{ or } \text{Im} W_{ab}(t) \neq 0 &\Rightarrow \text{C and CP are violated} \end{aligned}$$

charge 生成は粒子生成と同じく inflaton 場 $\phi(t)$ のゼロ点近傍のみで起こるとする。

CP の破れは小さいとして、 V_{ab} と W_{ab} の効果は摂動論的に扱う。

successive scattering approximation (for broad resonance)

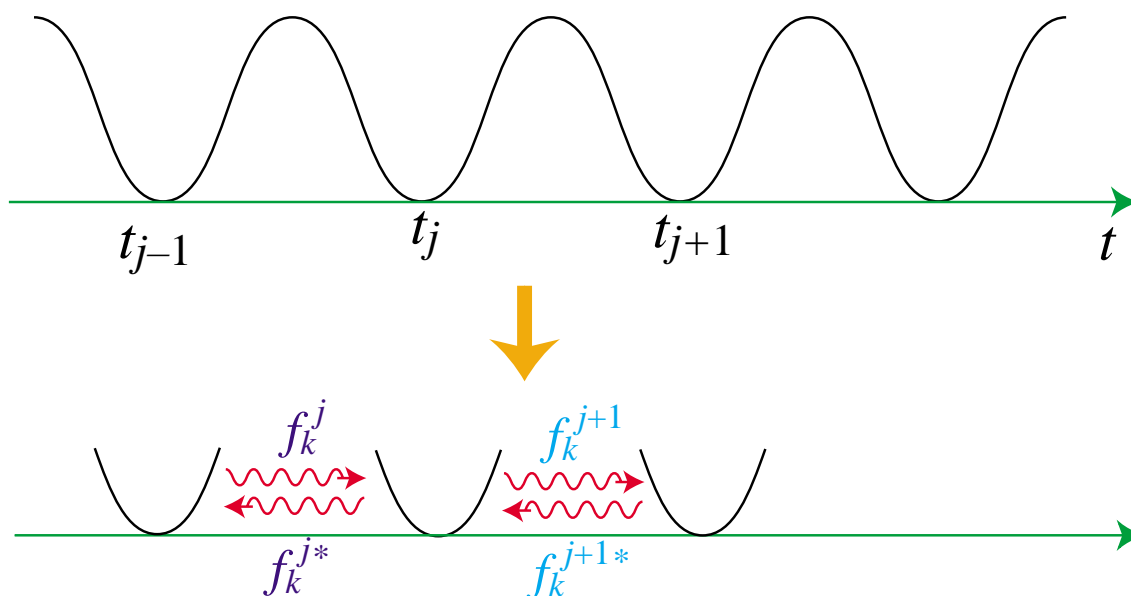
for $t_{j-1} \ll t \ll t_j$, ($t_j = \pi j/m$)

$$\chi_a(x) = \int d^3\mathbf{k} \left(a_{a\mathbf{k}}^j f_{a\mathbf{k}}^j(t) e^{i\mathbf{k}x} + b_{a\mathbf{k}}^{j\dagger} f_{a\mathbf{k}}^{j*}(t) e^{-i\mathbf{k}x} \right)$$

ここで mode 関数 $f_k^j(t)$ は次の方程式の解:

$$\ddot{f}_k^j(t) + (k^2 + g_a^2 \Phi^2 \sin^2 mt) f_k^j(t) = 0$$

$$g_a^2 \Phi^2 \sin^2 mt$$



- t_j の近傍以外では断熱近似

$$f_k^j(t) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\omega_a(t)}} e^{-i \int_0^t dt' \omega_a(t')}$$

を用いる。 ($\omega_a(t) = \sqrt{k^2 + g_a^2 \Phi^2 \sin^2 mt}$)

- t_j の近傍では、 $\sin^2 mt$ を他の関数で近似して散乱問題を解く。
 $(\sin^2 mt \simeq 2 \tanh^2 \left(\frac{m(t-t_j)}{\sqrt{2}} \right))$

各 $\phi(t)$ のゼロ点毎の散乱により正振動モードと負振動モードが混合する

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_{ak}^0(t) \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \dots \longrightarrow \begin{pmatrix} \alpha_{a1}^j f_{1k}^j(t) + \beta_{a1}^j f_{1k}^{j*}(t) \\ \vdots \\ \alpha_{ab}^j f_{bk}^j(t) + \beta_{ab}^j f_{bk}^{j*}(t) \\ \vdots \\ \alpha_{an}^j f_{nk}^j(t) + \beta_{an}^j f_{nk}^{j*}(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_{ak}^{0*}(t) \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \dots \longrightarrow \begin{pmatrix} \tilde{\beta}_{a1}^j f_{1k}^j(t) + \tilde{\alpha}_{a1}^j f_{1k}^{j*}(t) \\ \vdots \\ \tilde{\beta}_{ab}^j f_{bk}^j(t) + \tilde{\alpha}_{ab}^j f_{bk}^{j*}(t) \\ \vdots \\ \tilde{\beta}_{an}^j f_{nk}^j(t) + \tilde{\alpha}_{an}^j f_{nk}^{j*}(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{CP violation} \implies \alpha_{ab}^j \neq \tilde{\alpha}_{ab}^j, \beta_{ab}^j \neq \tilde{\beta}_{ab}^j$$

Bogoliubov 変換

$$a_{ak}^j = a_{bk}^0 \alpha_{ba}^j + b_{bk}^{0\dagger} \tilde{\beta}_{ba}^j$$

$$b_{ak}^{j\dagger} = a_{bk}^0 \beta_{ba}^j + b_{bk}^{0\dagger} \tilde{\alpha}_{ba}^j$$

Bogoliubov 係数が満たすべき条件

commutation rel.

($n \times n$ 行列表記で)

$$\alpha^{j\dagger} \alpha^j - \tilde{\beta}^{j\dagger} \tilde{\beta}^j = \tilde{\alpha}^{j\dagger} \tilde{\alpha}^j - \beta^{j\dagger} \beta^j = 1, \quad \beta^{j\dagger} \alpha^j - \tilde{\alpha}^{j\dagger} \tilde{\beta}^j = 0$$

$|0^0\rangle$ ($a_{a\mathbf{k}}^0|0^0\rangle = b_{a\mathbf{k}}^0|0^0\rangle$) に対して第 j 区間で生成される粒子数密度と charge 密度

$$n_k^j \equiv \frac{1}{V} \langle 0^0 | \sum_{a=1}^n \left(a_{a\mathbf{k}}^{j\dagger} a_{a\mathbf{k}}^j + b_{a\mathbf{k}}^{j\dagger} b_{a\mathbf{k}}^j \right) | 0^0 \rangle$$

$$= \text{Tr} \left(\tilde{\beta}^{j\dagger} \tilde{\beta}^j + \beta^{j\dagger} \beta^j \right)$$

$$j_k^j \equiv \frac{1}{V} \langle 0^0 | \sum_{a=1}^n Q_a \left(a_{a\mathbf{k}}^{j\dagger} a_{a\mathbf{k}}^j - b_{a\mathbf{k}}^{j\dagger} b_{a\mathbf{k}}^j \right) | 0^0 \rangle$$

$$= \text{Tr} \left[Q \left(\tilde{\beta}^{j\dagger} \tilde{\beta}^j - \beta^{j\dagger} \beta^j \right) \right]$$

$$Q = \text{diag} (Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$$

$n = 1$ の場合、Bogoliubov 係数の条件より $|\beta^j|^2 = |\tilde{\beta}^j|^2$ が示せるので、 $j_k^j = 0$ となる。

\iff heavy particle の崩壊では CP violation は 2 つ以上の channel の干渉として現れる

$$|A_1 + e^{i\theta} A_2|^2$$

§4. 簡単な応用

2成分 χ , $m_1 = m_2$, $V_{11} = V_{22}$, $W_{ab} = 0$

$U(1)$ -sym.: $\chi_a \mapsto e^{i\alpha} \chi_a$ and discrete sym.: $\chi_1 \leftrightarrow \chi_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_k^j = \sum_{a,b=1}^2 \left(|\beta_{ab}^j|^2 + |\tilde{\beta}_{ab}^j|^2 \right) \\ j_{1k}^j = |\tilde{\beta}_{11}^j|^2 + |\tilde{\beta}_{21}^j|^2 - |\beta_{11}^j|^2 - |\beta_{21}^j|^2 \quad \text{charge of } \chi_1 \\ j_{2k}^j = |\tilde{\beta}_{12}^j|^2 + |\tilde{\beta}_{22}^j|^2 - |\beta_{12}^j|^2 - |\beta_{22}^j|^2 \quad \text{charge of } \chi_2 \end{array} \right.$$

$$\kappa \equiv \frac{k}{k_*} = \frac{k}{\sqrt{g\Phi m}} \lesssim \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad \Longrightarrow \text{ in the resonance band}$$

具体例として

$$V_{11}(t) = -\frac{2g^2 l_1 \Phi^2}{\cosh^2[m(t - t_j)/\sqrt{2}]}$$

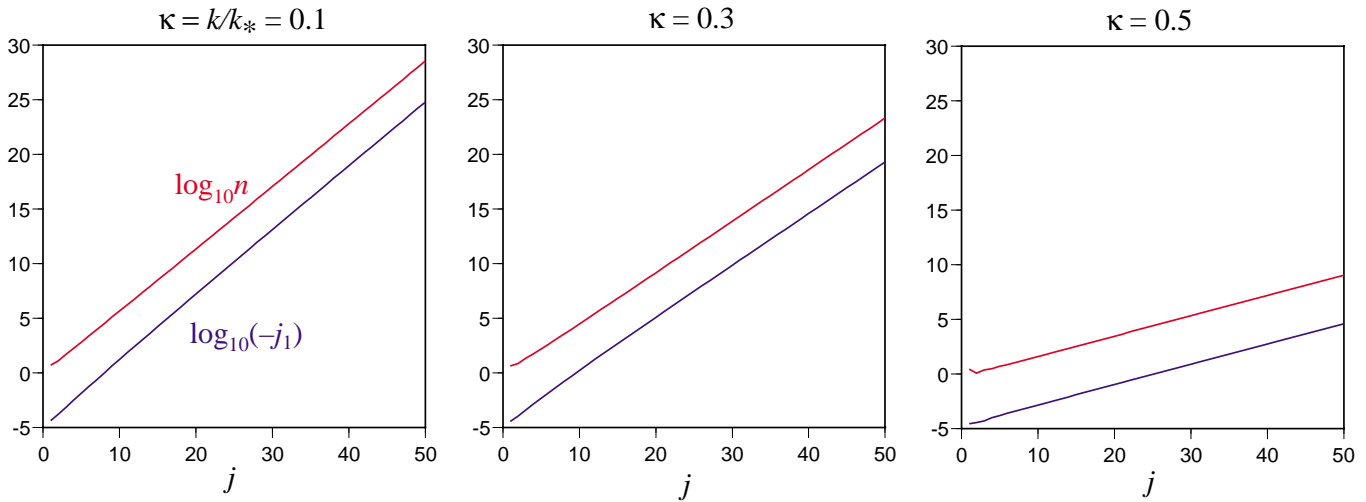
$$V_{12}(t) = -\frac{2g^2 l_2 \Phi^2 e^{i\theta(t)}}{\cosh^2[m(t - t_j)/\sqrt{2}]}$$

with $\theta(t) = \frac{\theta_0}{1 + e^{m(t-t_j)/\sqrt{2}}}$

としてみる。

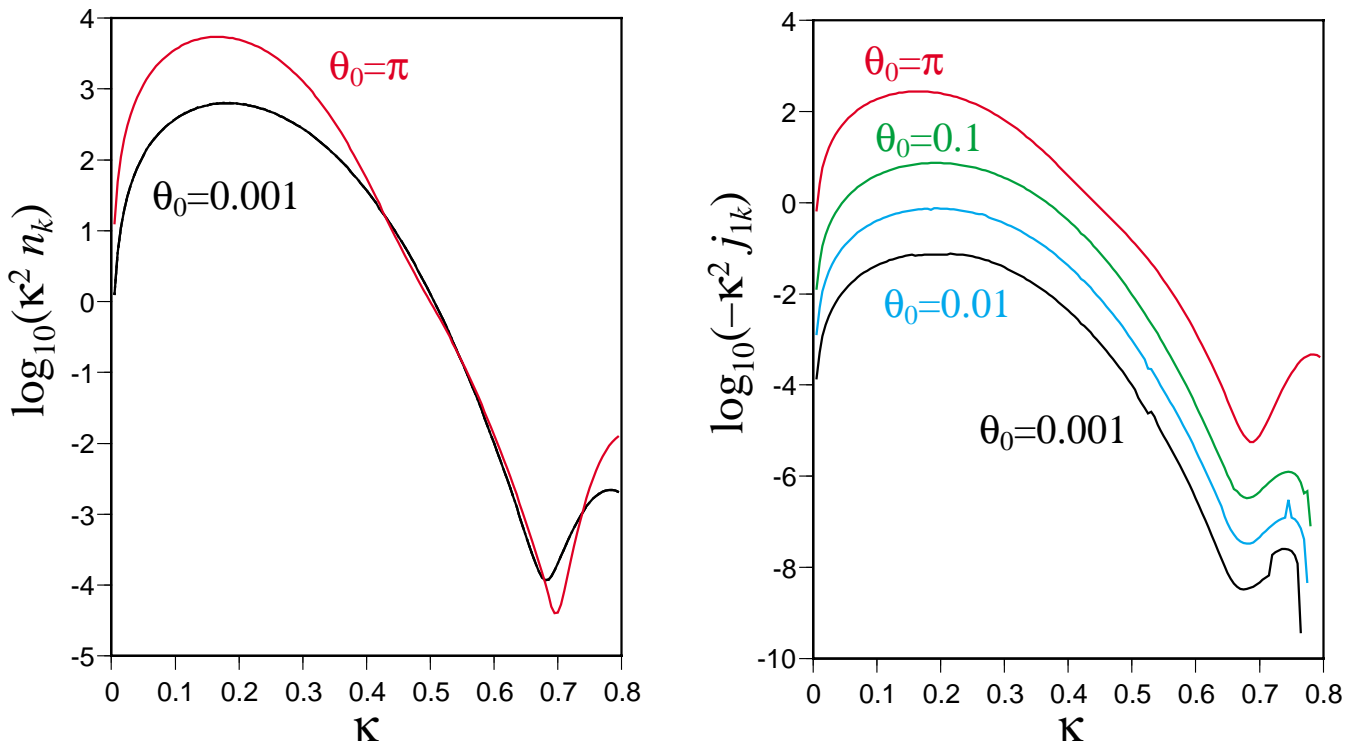
粒子数密度と charge 密度の時間発展

$$q = 200, l_1 = 0.01, l_2 = 0.02, \theta_0 = 10^{-3}$$



resonanceが終わる頃

densities at $j = 10$ for various θ_0



total number and charge densities

$$n = \int d^3\mathbf{k} n_k = 8\sqrt{2}\pi m^3 q^{3/4} \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 n_k,$$

$$j_1 = 8\sqrt{2}\pi m^3 q^{3/4} \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 j_{1k} = -j_2$$

θ_0	$\int d\kappa \kappa^2 n_k$	$\int d\kappa \kappa^2 j_{1k}$
10^{-3}	130.5096	-1.609334×10^{-2}
10^{-2}	130.5156	-1.544579×10^{-1}
10^{-1}	131.1163	-1.537716
π	990.7411	-50.84228

charge asymmetry of the universe

$$\frac{j_1}{s} = \frac{8\sqrt{2}\pi m^3 q^{3/4} \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 j_{1k}}{\frac{2\pi^2}{45} g_* S T_{\text{th}}^3} \left(\frac{a_{\text{preheating}}}{a_{\text{th}}} \right)^3$$

A toy model = a variant of EW hybrid inflation

[Garcia-Bellido et al., PRD60]

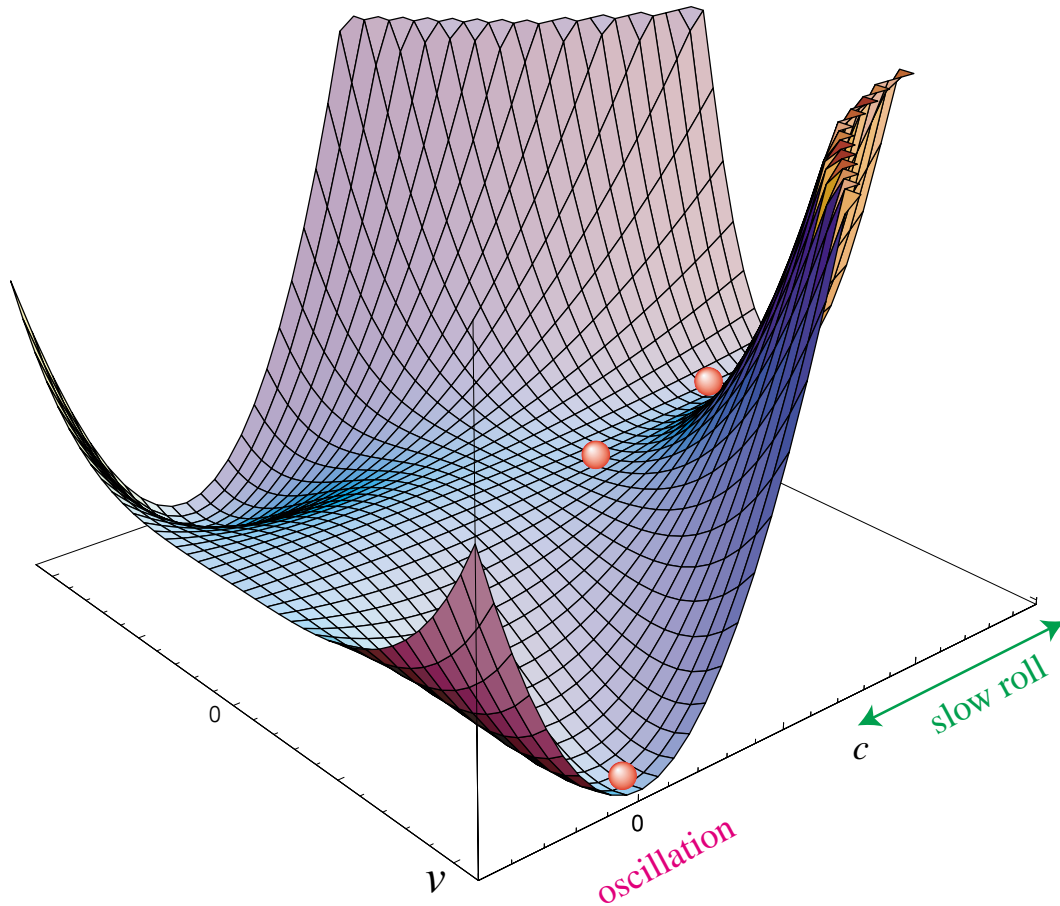
$\chi_a = 2$ Higgs doublet

“charge” = Y , $T_{\text{rh}} \gtrsim T_{\text{EW}}$ (sphaleron)

— CP violation in the scalar sector

hybrid inflation — low T_{rh}

$$V(\sigma, \phi) = \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - v^2)^2 + \frac{1}{2}m^2\sigma^2 + \frac{1}{2}g^2\sigma^2\phi^2$$



σ : inflaton, ϕ : Higgs

$\sigma > \sigma_C = \sqrt{\lambda}v/g$: slow-roll

vacuum at $(\phi, \sigma) = (v, 0)$, $\begin{cases} m_\phi = \sqrt{2\lambda}v \\ m_\sigma = gv \end{cases}$

e-fold、密度揺らぎに対する条件を満たしながら $T_{\text{rh}} \simeq 100\text{GeV}$ とするには、 $v = 246\text{GeV}$ としておいて、

$$\lambda \simeq 3, \quad m \simeq 1.6\sqrt{g} \times 10^{-20}\text{GeV}$$

とすればよい。

$g = 0.1$ と置くと、 $m_\sigma = 25\text{GeV}$, $\sigma_C = 4.3\text{TeV}$ 。

preheating が vacuum の周りの振動により起こるとき、 $\Phi \longrightarrow \sigma_C$ として

$$q = \frac{g^2 \sigma_C^2}{4m_\sigma^2} = \frac{\lambda}{4g^2} = 75 \gg 1$$

現実的なモデルでは超対称化し σ 、 ϕ を複素スカラー場に。

$H(T = 100\text{GeV}) \simeq 10^{-5}\text{eV}$ なので $a_{\text{preheating}} \simeq a_{\text{th}}$

$$\begin{aligned} \frac{j_1}{s} &\simeq 0.8 \times q^{3/4} \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 j_{1k} \left(\frac{m_\sigma}{T_{\text{th}}} \right)^3 \\ &\simeq 0.3 \times \int_0^\infty d\kappa \kappa^2 j_{1k} \end{aligned}$$

“charge” = Y としても charge 積分が 10^{-9} あれば十分バリオン数が生成出来る。

§5. まとめ

Inflation

地平線問題、平坦性問題、密度揺らぎの起源を説明出来る。

指数関数的膨張の後、再加熱によって宇宙の粒子が出来るとすれば、そのときにバリオン数（またはその種）が出来たと考えるのは自然。

但し、global symmetry と C 及び CP を破る必要あり

ある条件下 ($q \gg 1$) では preheating が起こり、粒子数が急増する。この現象の際に 2 つ以上の複素スカラー場が inflaton と結合していれば charge が生成される。



新しいバリオン数生成のシナリオ

バリオン数生成のシナリオ

- ★ 大統一理論 — heavy X particle の崩壊
- ★ Affleck-Dine mechanism
- ★ Leptogenesis
- ★ Electroweak Baryogenesis
- ★ Inflationary Baryogenesis