

スファレロン脱結合と電弱相転移

船久保 公一

佐賀大学理工学部

奈良女子大学

2008年12月20日

内容

1. スファレロン解
2. スファレロン過程
3. 電弱相転移
4. まとめ

1. スファレロン解

Sphaleron

語源: $\sigma\varphi\alpha\lambda\epsilon\rho\sigma$ = ready-to-fall, deceitful (偽りの)

[cf. a-sphalt]

[Klinkhamer and Manton, Phys. Rev. D30 ('84)]

- ▷ 場の理論の静的古典解 (有限エネルギー)
- ▷ 不安定 — 古典解の周りの揺らぎのスペクトルに1個の負モード

既知のSphaleron解

4-dim. SU(2) gauge + 1-doublet Higgs

[Klinkhamer and Manton, Phys. Rev. D30 ('84)]

2-dim. $U(1)$ gauge-Higgs model

[Bocharev and Shaposhnikov, Mod. Phys. Lett. A2 ('87)]

2-dim. $O(3)$ nonlinear sigma model

[Mottola and Wipf, Phys. Rev. D39 ('89)]

2-Higgs-Doublet Model

[Kastening, Peccei and Zhang, Phys. Lett. B266 ('91)]

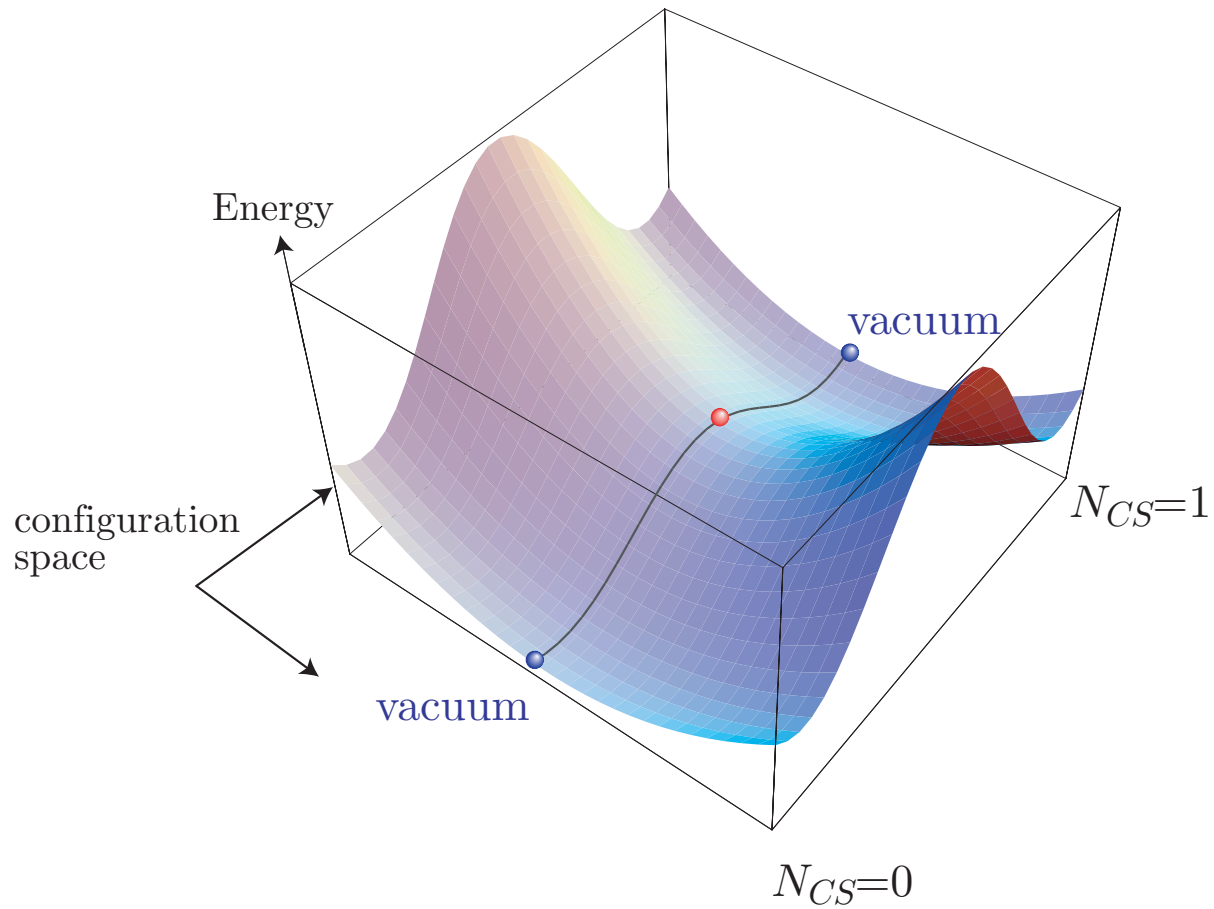
MSSM with $V_{\text{eff}}(T)$

[Moreno, Oaknin and Quiros, Nucl. Phys. B483 ('97)]

Next-to-MSSM

[KF, Kakuto, Tao and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 114 ('05)]

鞍点(saddle point) = least-energy path上のmaximum-energy configuration



least-energy path/gauge trf. = noncontractible loop

↕
highest symmetry config.

[Manton, Phys. Rev. D28 ('83)]

★ スファレオンとバリオン数

標準理論の B , L カレントのアノマリ

$$\partial_\mu j_{B+L}^\mu = \frac{N_f}{16\pi^2} [g_2^2 \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu}]$$

$$\partial_\mu j_{B-L}^\mu = 0$$

N_f = 世代数

$$\tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$$

これらの式の和を積分して

$$B(t_f) - B(t_i) = \frac{N_f}{32\pi^2} \int_{t_i}^{t_f} d^4x [g_2^2 \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu}]$$

$$= N_f [N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i)]$$

ここで N_{CS} は Chern-Simons number: $A_0 = 0$ -gauge では

$$N_{CS}(t) = \frac{1}{32\pi^2} \int d^3x \epsilon_{ijk} \left[g_2^2 \text{Tr} \left(F_{ij} A_k - \frac{2}{3} g_2 A_i A_j A_k \right) - g_1^2 B_{ij} B_k \right]_t$$

gauge系の**古典的真空** : $\mathcal{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) = 0 \iff F_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} = 0$

$\iff A_\mu = iU^{-1}\partial_\mu U, B_\mu = \partial_\mu v$ with $U \in SU(2)$ $U(\mathbf{x}) : S^3 \rightarrow U \in SU(2) \simeq S^3$

$\pi_3(S^3) \simeq \mathbb{Z} \implies U(\mathbf{x})$ は整数 N_{CS} で分類される

$\frac{ig_2^3}{48\pi^2} \int d^3x \epsilon_{ijk} \text{Tr}[U^{-1}\partial_i U U^{-1}\partial_j U U^{-1}\partial_k U]$ が整数のwinding number

2次元 $U(1)$ ゲージ理論の例:

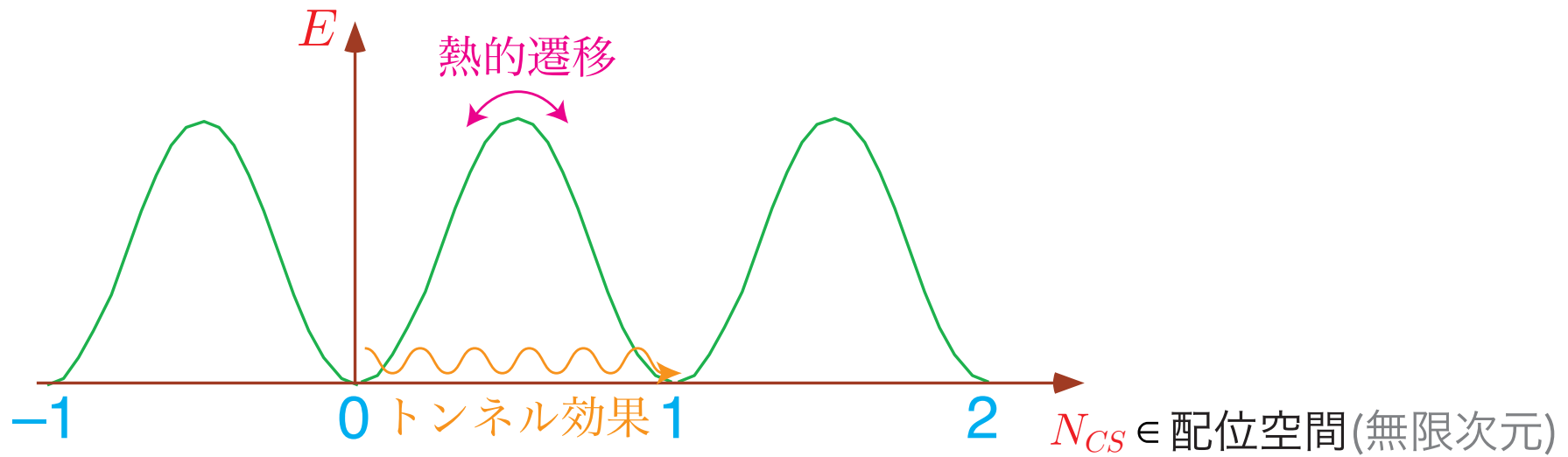
axial $U(1)$ anomaly \rightarrow axial fermion数の変化

$$\Delta Q_5 = \frac{g}{4\pi} \int_{t_i}^{t_f} dt dx \epsilon_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i),$$

$$N_{CS}(t) = \frac{g}{2\pi} \int dx A_1(t, x).$$

真空配位: $A_1(x) = \frac{1}{g} \partial_x \alpha(x)$ with $\alpha(\infty) - \alpha(-\infty) = 2\pi N$

$$\therefore N_{CS} = N$$



$\Delta B \neq 0$ 過程

- ▷ 量子トンネル効果 低温
- ▷ 熱的遷移 高温

トンネル確率 $\sim e^{-2S_{\text{instanton}}} = e^{-8\pi^2/g_2^2} \simeq e^{-164} \ll 1$ \therefore 陽子崩壊の問題なし

熱的遷移確率 $\sim e^{-E_{\text{sph}}/T}$

$T > T_C$ ではsphaleron解は存在しないが、慣例的に
anomalyによる $\Delta(B + L) \neq 0$ 過程を **スファレロン過程**という。

2. スファレロン過程

2.1 N_{CS} の変化とフェルミオン数

古典的場の配位が変化する際のフェルミオン数の変化

- index定理

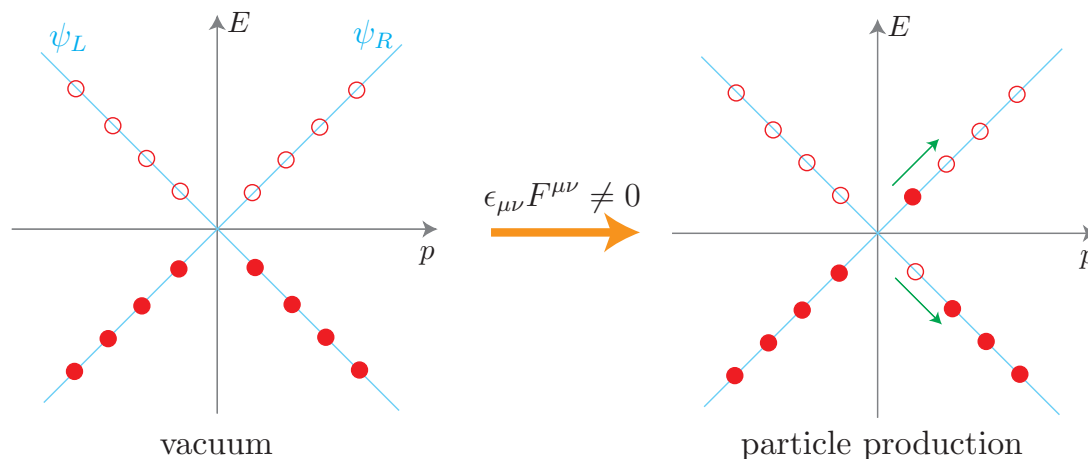
[Atiyah and Singer, 1968]

$$n_R - n_L = \nu = \frac{g^2}{16\pi} \int d^4x \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu})$$

$\Delta(\text{chiral fermions}) = \text{Pontrjagin index} = \text{instanton number}$

- spectral flow (level crossing)

[Ambjørn, et al. Nucl. Phys. B221 ('83)]



断熱的にgauge場をon-off

▷ (1 + 1)次元の例

Dirac eq. $i\gamma^\mu(\partial_\mu - igA_\mu(x))\psi(x) = 0$

$[\gamma^0 = \sigma_1, \gamma^1 = i\sigma_2; \quad \gamma_3 = \gamma^0\gamma^1 = -\sigma_3]$

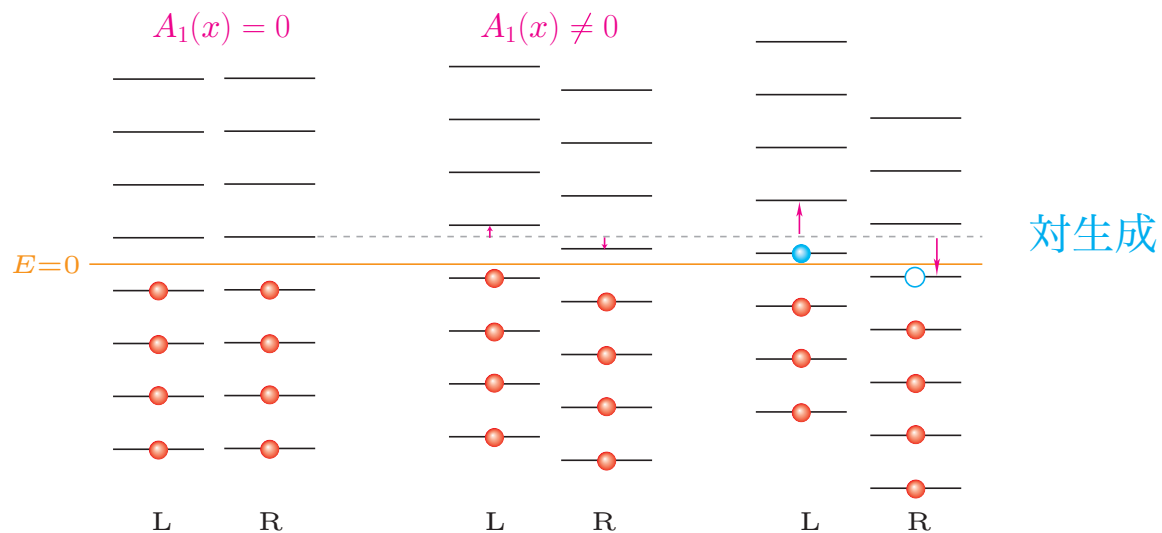
$\xrightarrow{A_0=0} i\partial_t\psi(x) = \mathbf{H}\psi(x) \equiv i\sigma_3(\partial_x - igA_1(x))\psi(x) = \begin{cases} i(\partial_x - igA_1(x))\psi_L(x) \\ -i(\partial_x - igA_1(x))\psi_R(x) \end{cases}$

周期的境界条件: $\psi(x + L) = \psi(x)$

t -indep. gauge trf. $\tilde{\psi}(x) = \exp\left(ig \int_0^x dx' A_1(x')\right)\psi(x)$

$\longrightarrow \mathbf{H}\tilde{\psi}(x) = i\sigma_3\partial_x\tilde{\psi}(x)$ with $\tilde{\psi}(x + L) = e^{ig \int_0^L dx A_1(x)}\psi(x + L) = e^{i\alpha L}\tilde{\psi}(x)$

$\Rightarrow \tilde{\psi}(x) = e^{ipx}$ with $p = \frac{2\pi n}{L} + \alpha$ ($n \in \mathbb{Z}$) $\begin{cases} \mathbf{H}\tilde{\psi}_L(x) = +p\tilde{\psi}(x) \\ \mathbf{H}\tilde{\psi}_R(x) = -p\tilde{\psi}(x) \end{cases}$

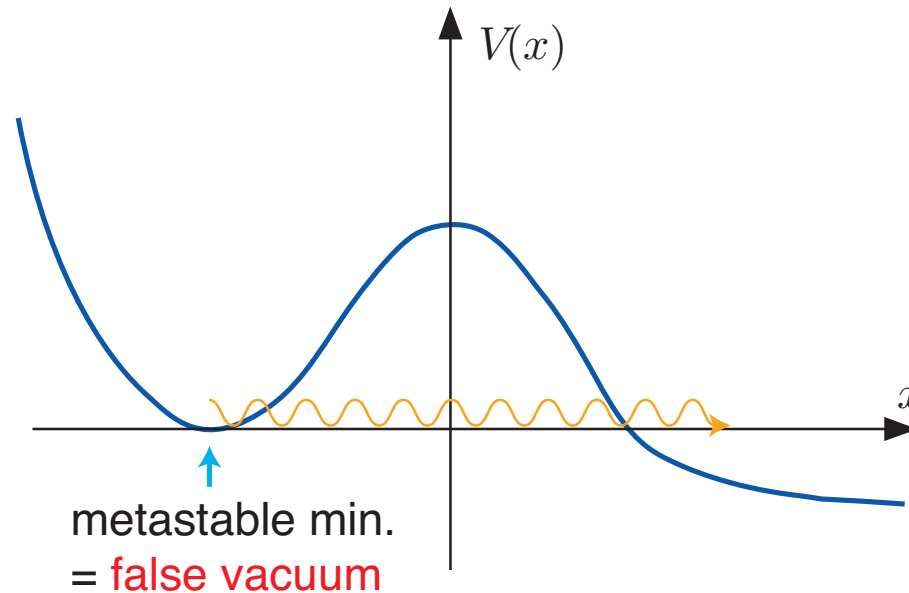


2.2 バリオン数変化率

“fate of false vacuum” — 縮退した状態の間の遷移の代わりに不安定状態を考える

★ $T = 0$: Callan-Coleman, Phys. Rev. D16 ('77); Coleman, The Uses of Instantons

★ $T \neq 0$: Affleck, Phys. Rev. Lett. 46 ('81)



$$T = 0 \text{での崩壊率: } \Gamma \simeq \frac{2}{\hbar} \text{Im} E_0 \simeq \left(\frac{S_{\text{cl}}}{2\pi\hbar} \right)^{1/2} e^{-S_{\text{cl}}/\hbar} [1 + O(\hbar)]$$

E_0 = false vacuum (に localize した状態の「エネルギー」)

S_{cl} = bounce の Euclid 作用

$T \neq 0$ の場合の崩壊率

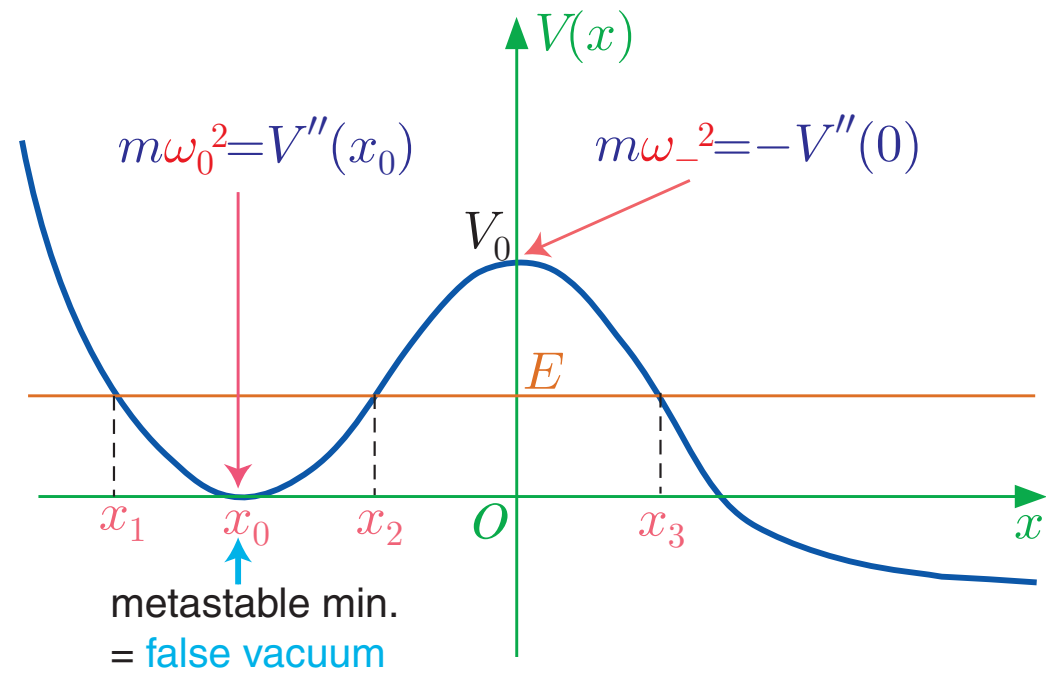
初期状態: 熱平衡状態

(harmonic osc. at x_0)

準安定 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\hbar\omega_0, T \ll V_0$

崩壊率の定義:

$$\Gamma(T) \equiv \int_0^\infty dE \frac{e^{-E/T}}{Z_0} \Gamma(E),$$



$$Z_0 = \sum_{n=0}^\infty e^{-\hbar\omega_0(n+1/2)/T} = \left(2 \sinh \frac{\hbar\omega_0}{2T}\right)^{-1}, \quad \Gamma(E) = -\frac{i\hbar}{2m} (\psi_E^* \psi_E' - \psi_E'^* \psi_E)$$

★ $T < \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$: $\Gamma \simeq \frac{2}{\hbar} \text{Im } F \simeq Z_0^{-1} |2\pi\hbar T'(E_0)|^{-1/2} e^{-S[x_b]/\hbar}$ $\begin{cases} x_b(t) = \text{bounce solution} \\ T(E) = \text{period of the bounce} \end{cases}$

★ $T > \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$: $\Gamma \simeq \frac{\omega_- \beta}{\pi} \text{Im } F \simeq Z_0^{-1} \frac{\omega_-}{4\pi \sin(\beta\hbar\omega_-/2)} e^{-\beta V_0}$

遷移率 [1/体積/時間]

★ broken phase — WKB approx. of $\text{Im}F(T)$

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(b)}(T) \simeq k \mathcal{N}_{\text{tr}} \mathcal{N}_{\text{rot}} \frac{\omega_-}{2\pi} \left(\frac{\alpha_W(T)T}{4\pi} \right)^3 e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

zero modes: $\mathcal{N}_{\text{tr}} = 26$, $\mathcal{N}_{\text{rot}} = 5.3 \times 10^3$ for $\lambda = g^2$ negative mode: $\omega_-^2 \simeq (1.8 \sim 6.6)m_W^2$ for $10^{-2} \leq \lambda/g^2 \leq 10$

$$k \simeq O(1)$$

★ symmetric phase — 次元解析

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(s)}(T) \simeq \kappa (\alpha_W T)^4$$

MC simulation $\Rightarrow \langle N_{CS}(t)N_{CS}(0) \rangle \sim \langle N_{CS} \rangle^2 + Ae^{-\Gamma V t}$ $\kappa = 1.09 \pm 0.04$ SU(2) pure gauge系 [Ambjørn and Krasnitz, P.L.B362('95)]

2.3 平衡スファレロン過程と量子数

統計力学の復習

平衡系の統計力学が使える条件: 宇宙の膨張率 $H(t) < \Gamma(T)$ 粒子の反応率

一種の自由粒子(自由度 = g)について、 ($k_B = 1$)

$$\text{自由エネルギー密度: } f = \frac{F}{V} = \pm g T \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \log \left[1 \mp e^{-(\epsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/T} \right]$$

$$\text{エネルギー密度: } \epsilon = g \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\epsilon_{\mathbf{p}}}{e^{(\epsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/T} \mp 1}$$

$$\text{粒子数密度: } n = g \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{(\epsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/T} \mp 1}$$

$$\text{エントロピー密度: } s = -\frac{\partial f}{\partial T}$$

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}, \quad \mu = \text{化学ポテンシャル}$$

上の符号がボソン, 下の符号がフェルミオン

	高温($T \gg m, \mu$)	低温($T \ll m$)
$f(= -P)$	$-g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 7/8 \end{array} \right\} \frac{\pi^2}{90} T^4$	
ϵ	$g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 7/8 \end{array} \right\} \frac{\pi^2}{30} T^4$	$g m \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}$
n	$g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 3/4 \end{array} \right\} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3$	$g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T} = \frac{\epsilon}{m}$
s	$g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 7/8 \end{array} \right\} \frac{2\pi^2}{45} T^3$	

宇宙が冷えるときの質量 m の粒子

$T \gg m$: 何らかの相互作用が十分速ければ、 $n \propto T^3$

kinetic equilibrium

$T \sim m$: $\left\{ \begin{array}{l} \text{相互作用が速ければ平衡分布をたどる} \\ \text{— 軽い粒子にdecay} \\ \text{相互作用が遅いと平衡分布から外れる} \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} \text{急激に減少} \sim e^{-m/T} \\ \text{decay出来ずに残る} \end{array}$

定量的解析 = 分布函数に対する方程式 — Boltzmann方程式を解く

例) GUTバリオン数生成、レプトン数生成、ダークマター残存量

相互作用の時間スケール: \bar{t}

$$[T \gg m]$$

▷ 相対論的粒子 \Rightarrow (反応率) $^{-1} = \bar{t} \simeq \lambda$: mean free path

▷ その粒子の相互作用全断面積 = σ

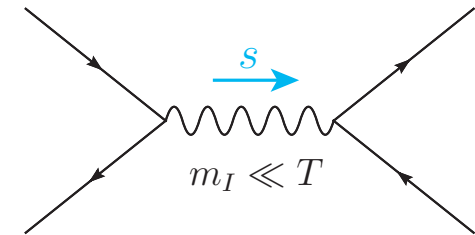
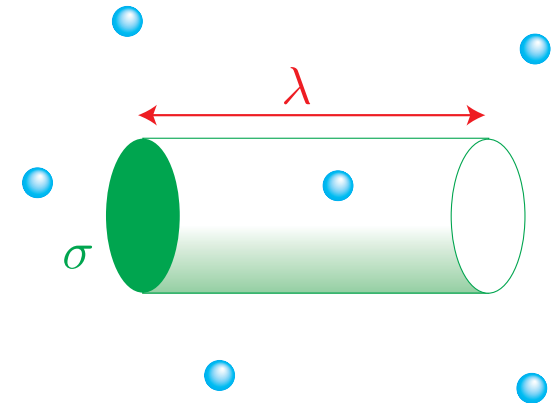
▷ 粒子数密度 = $n(T) \simeq g_{*n} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3$

$$g_{*n} = \sum_B g_B + \frac{3}{4} \sum_F g_F$$

$$\sigma \cdot \lambda = \frac{1}{n(T)}$$

中間状態の質量 $m_I \ll T \rightarrow \sigma \simeq \frac{\alpha^2}{s} \simeq \frac{\alpha^2}{T^2}$ ($\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$)

$$\therefore \bar{t} = \lambda \simeq \frac{10}{gT^3} \left(\frac{\alpha^2}{T^2} \right)^{-1} = \frac{10}{g\alpha^2 T}$$



放射優勢期の膨張率 $H(T) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho(T)} \simeq 1.66 \sqrt{g_*} \frac{T^2}{m_{\text{P}}} \quad \left\{ \begin{array}{l} g_* = \text{放射自由度} \\ m_{\text{P}} = 1.2 \times 10^{19} \text{GeV} \end{array} \right.$

宇宙の膨張の時間スケール $H(T)^{-1} \simeq \frac{m_{\text{P}}}{1.66 \sqrt{g_*} T^2} \quad 10^{14} \text{GeV}^{-1} \text{ at } T = 100 \text{GeV}$

素過程の時間スケール $\bar{t} \simeq \lambda = \frac{1}{\sigma n(T)} \simeq \frac{1}{\alpha^2 T} \quad 1 - 10 \text{GeV}^{-1} \text{ (strong-EW int.)}$

スファレロン過程(sym.) $\bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{sym})} \simeq \frac{1}{\alpha_W^4 T} \quad 10^3 \text{GeV}^{-1}$

スファレロン過程(br.) $\bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{br})} \simeq \frac{1}{\alpha_W^4 T} e^{E_{\text{sph}}/T}$

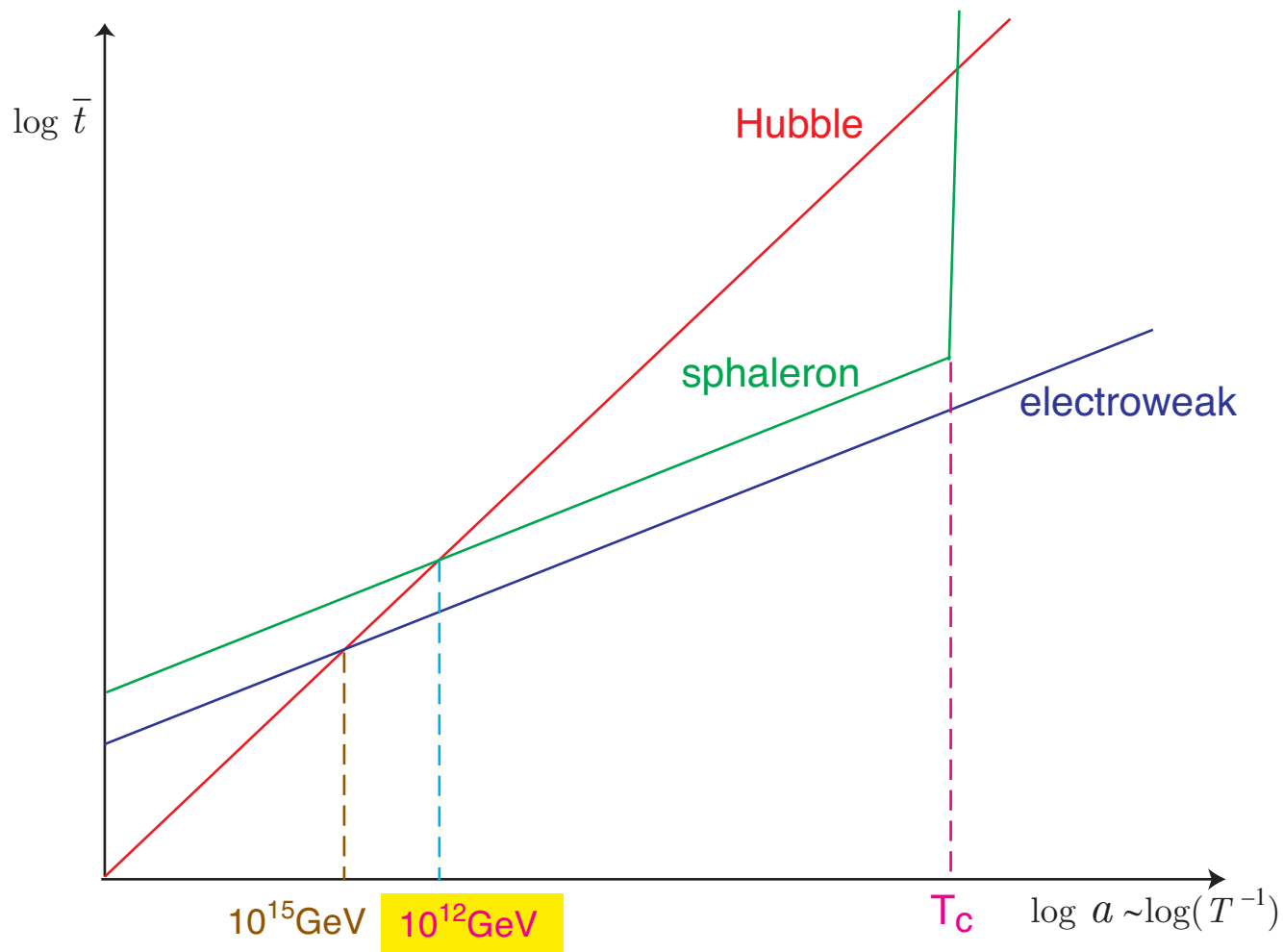
$T = T_C \simeq 100 \text{GeV}$ で電弱相転移 = $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の自発的破れ $\langle \Phi \rangle_T \neq 0$

★ $T > T_C$ (対称相) $\implies \bar{t}_{\text{QCD}} < \bar{t}_{\text{EW}} < \bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{sym})} \ll H(T)^{-1}$

∴ 全てのゲージ相互作用と、スファレロン過程は化学平衡

★ $T \lesssim T_C$ (非対称相) $\implies \bar{t}_{\text{QCD}} < \bar{t}_{\text{EW}} \ll H(T)^{-1}$

∴ 全てのゲージ相互作用は化学平衡



電弱相転移直後 $v(T_C) \ll 200\text{GeV}$ (弱い一次、または二次転移) のとき、

$$T_{\text{dec}} < T < T_C \implies \bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{br})} > H(T)^{-1} \text{ となる } T_{\text{dec}} \text{ が存在する。}$$

→ 非対称相でさえ、スファレロン過程は化学平衡

平衡状態での量子数

—スファレロンが化学平衡なら残る $B \propto (B - L)$

保存量 Q_i ($[H, Q_i] = 0$) があるとき、分配関数: $Z(T, \mu) \equiv \text{Tr} \left[e^{-(H - \sum_i \mu_i Q_i)/T} \right]$ より

$$\langle Q_i \rangle(T, \mu) = T \frac{\partial}{\partial \mu_i} \log Z(T, \mu) \quad \longrightarrow \quad Q_i \text{ と } \mu_i \text{ の関係}$$

LFVが無い電弱理論: $Q_i = B/N_f - L_i$, unbroken gauge charge

現実には $Z(T, \mu)$ の計算は困難

(\because 全ての場についての経路積分、非摂動効果)



- 摂動論

[Khebnikov & Shaposhnikov, Phys. Lett. B387 ('96);
Laine & Shaposhnikov, Phys. Rev. D61 ('00)]

- 自由場近似

各粒子の化学ポテンシャル μ を導入し、 Q_i を粒子の μ で表す。

粒子の μ には化学平衡の関係式 (e.g. $\mu_A + \mu_B = \mu_C$) が成り立つ。

★ massless free-field approximation

$$\begin{aligned}
 \langle N \rangle = \langle n \rangle - \langle \bar{n} \rangle &= \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{e^{(\omega_k - \mu)/T} \mp 1} - \frac{1}{e^{(\omega_k + \mu)/T} \mp 1} \right] \\
 &\stackrel{m \ll T}{\sim} \frac{T^3}{2\pi^2} \int_0^\infty dx \left[\frac{x^2}{e^{x - \mu/T} \mp 1} - \frac{x^2}{e^{x + \mu/T} \mp 1} \right] \\
 &\stackrel{|\mu| \ll T}{\sim} \begin{cases} \frac{T^3}{3} \cdot \frac{\mu}{T}, & \text{(bosons)} \\ \frac{T^3}{6} \cdot \frac{\mu}{T}, & \text{(fermions)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{cf. } s = \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \rightarrow \frac{\langle N \rangle}{s} \sim \frac{|\mu|}{T} \simeq 10^{-10} \ll 1$$

質量の効果 \rightarrow [Dreiner & Ross, Nucl. Phys. B410 ('93)]

粒子の化学ポテンシャル — N 世代のフェルミオン、 N_H 個のHiggs doublets ($\phi^0 \phi^-$)

W^-	$u_{L(R)}$	$d_{L(R)}$	$e_{iL(R)}$	ν_{iL}	ϕ^0	ϕ^-	$(3N + 7) \mu$'s
μ_W	$\mu_{u_{L(R)}}$	$\mu_{d_{L(R)}}$	$\mu_{e_{iL(R)}}$	$\mu_{\nu_{iL}}$	μ_0	μ_-	

W は横波自由度のみ、 $\phi^{0,-}$ はNG modeもカウント

color, charge neutrality $\rightarrow \mu_{\text{gluon}} = \mu_{Z,\gamma} = 0$

quark mixingは化学平衡, LFVは無し

化学平衡 $\left\{ \begin{array}{l} \text{gauge: } \mu_W = \mu_{d_L} - \mu_{u_L} = \mu_{e_{iL}} - \mu_{\nu_{iL}} = \mu_- + \mu_0 \quad N + 2 \\ \text{Yukawa: } \mu_0 = \mu_{u_R} - \mu_{u_L} = \mu_{d_L} - \mu_{d_R} = \mu_{e_{iL}} - \mu_{e_{iR}} \quad N + 2 \end{array} \right.$

$\therefore 3N + 7 - 2(N + 2) = N + 3$ 個の独立な μ : $(\mu_W, \mu_0, \mu_{u_L}, \mu_{e_{iL}})$

sphaleron process : $|0\rangle \rightleftharpoons \prod_i (u_L d_L d_L \nu_L)_i \iff N(\mu_{u_L} + 2\mu_{d_L}) + \sum_i \mu_{e_{iL}} = 0$

量子数密度 [$T^2/6$ を単位とする]

$$B = N(\mu_{u_L} + \mu_{u_R} + \mu_{d_L} + \mu_{d_R}) = 4N\mu_{u_L} + 2N\mu_W,$$

$$L = \sum_i (\mu_i + \mu_{iL} + \mu_{iR}) = 3\mu + 2N\mu_W - N\mu_0$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2}{3}N(\mu_{u_L} + \mu_{u_R}) \cdot 3 - \frac{1}{3}N(\mu_{d_L} + \mu_{d_R}) \cdot 3 - \sum_i (\mu_{iL} + \mu_{iR}) - 2 \cdot 2\mu_W - 2N_H\mu_- \\ &= 2N\mu_{u_L} - 2\mu - (4N + 4 + 2N_H)\mu_W + (4N + 2N_H)\mu_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{1}{2}N(\mu_{u_L} - \mu_{d_L}) \cdot 3 + \frac{1}{2} \sum_i (\mu_i - \mu_{iL}) - 2 \cdot 2\mu_W - 2 \cdot \frac{1}{2}N_H(\mu_0 + \mu_-) \\ &= -(2N + N_H + 4)\mu_W \end{aligned}$$

ここで $\mu \equiv \sum_i \mu_i$ と置いた。

- $T \gtrsim T_C$ (symmetric phase) $Q = I_3 = 0$ を要請。 ($\mu_W = 0$)

$$B = \frac{8N + 4N_H}{22N + 13N_H} (B - L), \quad L = -\frac{14N + 9N_H}{22N + 13N_H} (B - L)$$

- $T \lesssim T_C$ (broken phase) $Q = 0$ and $\mu_0 = 0$ ($\because \phi^0$ condensates)

$$B = \frac{8N + 4(N_H + 2)}{24N + 13(N_H + 2)} (B - L), \quad L = -\frac{16N + 9(N_H + 2)}{24N + 13(N_H + 2)} (B - L)$$

何れにせよ、 $(B - L)_{\text{primordial}} = 0$ ならば $B = L = 0$

\therefore 現在の宇宙に物質(baryon)が存在するためには、

- (i) sphaleron過程が脱結合する前に、 $B - L \neq 0$ が存在する。
- (ii) $B + L$ を電弱一次相転移で生成し、且つ、
その後直ちにsphaleron過程が無効になる。

のどちらかでなければならない。

3. 電弱相転移

$T = 100\text{GeV}$ 程度では, $\bar{t}_{EW} \simeq 10\text{GeV}^{-1} \ll H(T)^{-1} \simeq 10^{14}\text{GeV}^{-1}$

→ 平衡系の統計力学が使える — (相転移の静的な性質)

相転移の記述

	磁性体(Landauの現象論)	電弱理論
秩序変数	自発磁化 (M)	$\langle \Phi(x) \rangle = v$
自由エネルギー	$F(M; T) = a(T)M^2 + b(T)M^4$	Effective potential $V_{\text{eff}}(v; T)$
計算法	例えば、スピン模型の平均場近似	有限温度の場の理論

場の理論の有効ポテンシャル ($T = 0$) $\Leftrightarrow \langle \Phi \rangle = v$ という拘束条件付きの最小エネルギー

→ $V_{\text{eff}}(v)$ が最小となる v が真空期待値

[Coleman, Secret Symmetry]

$$V_{\text{eff}}(v) = -\Gamma[\varphi(x) = v] / \int d^4x$$

$\Gamma[\varphi]$ = generating functional of 1PI vertex functions

有限温度では、 Effective potential = 自由エネルギー密度

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{v}; T) = -\frac{1}{V} T \log Z = -\frac{1}{V} T \log \text{Tr} \left[e^{-H/T} \right]_{\langle \Phi \rangle = \mathbf{v}} \rightarrow \text{最小にする } \mathbf{v} \Rightarrow \text{相 at } T$$

path integral: $\text{Tr}(e^{-H/T}) = N(T) \int_{\text{pbc}} [d\phi] \exp \left(- \int_0^{1/T} d^4 x_E \mathcal{L}_E(\phi) \right)$

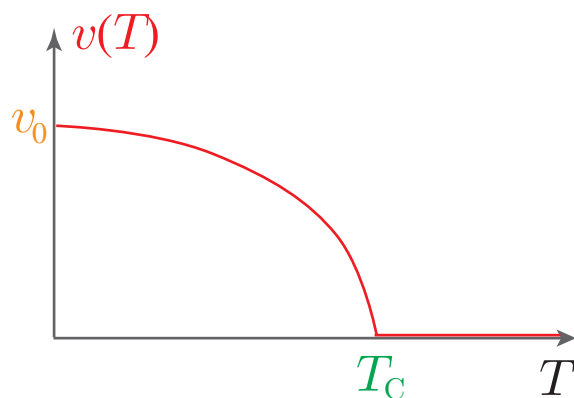
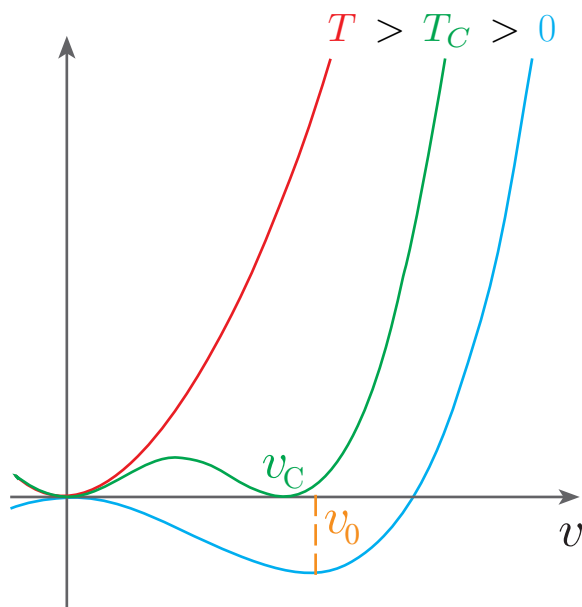
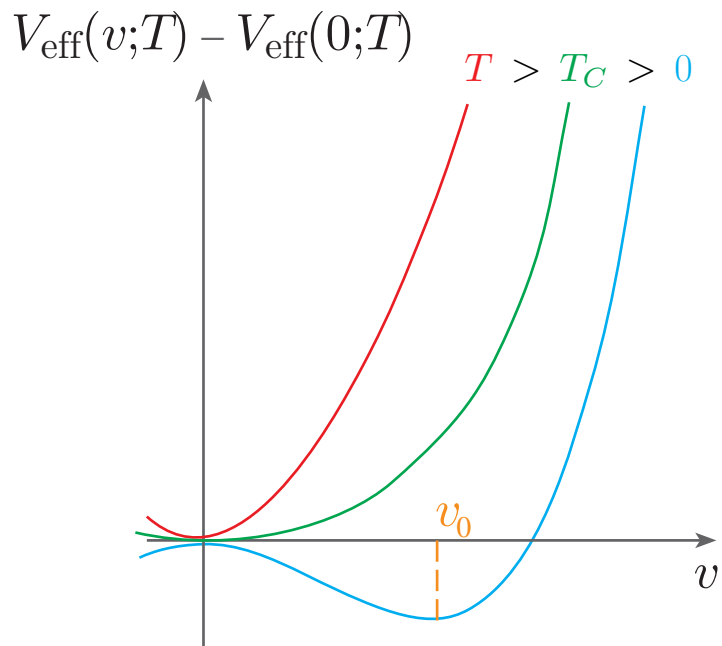
▷ Euclidean ActionをEuclidean time $[0, 1/T]$ で定義

▷ 場の境界条件は、分配関数の Tr のために、

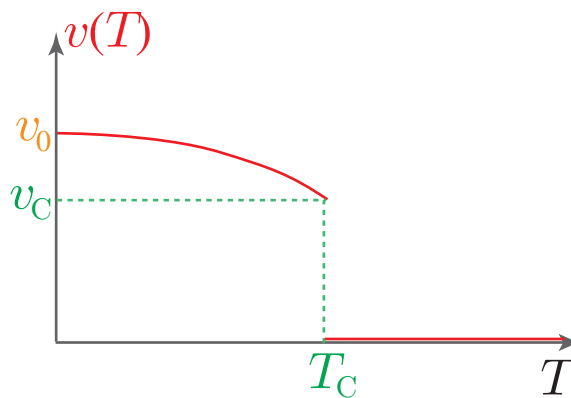
$$\begin{cases} \phi(0, \mathbf{x}) = \phi(1/T, \mathbf{x}) & \text{boson} \\ \psi(0, \mathbf{x}) = -\psi(1/T, \mathbf{x}) & \text{fermion} \end{cases}$$

→ Fourier mode $k^0 = i\omega_n$ with $\omega_n = \begin{cases} 2n\pi T & (\text{boson}) \\ (2n+1)\pi T & (\text{fermion}) \end{cases}$

相転移の次数



2nd order PT



1st order PT

標準理論

order parameter:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

∴ 1st order EWPT



$$v_C \equiv \lim_{T \uparrow T_C} v(T) \neq 0$$

摂動計算 $T = 0$ でのloop積分で、時間積分をMatsubara frequency ω_n の和に置き換える

$$V_{\text{eff}}(v) \longrightarrow V_{\text{eff}}(v; T) \text{ by } \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \longrightarrow \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\dots) \Big|_{k^0 = i\omega_n}$$

例えば、1-loop effective potential に現れる積分は

$$\begin{aligned} \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \log(k^2 - m^2) &= \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \log(k^2 - m^2) \pm \frac{2i}{\beta} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \log \left(1 \mp e^{-\beta \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}} \right) \\ &= \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \log(k^2 - m^2) \pm \frac{iT^4}{\pi^2} \int_0^\infty dx x^2 \log \left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2 + (m/T)^2}} \right) \end{aligned}$$

↑
 $T = 0$ -contribution — $T = 0$ のcountertermで繰り込み可

一般的に、 $T = 0$ のcountertermで全てのループ積分を有限にできる。

標準理論 — 1-loop の摂動論 (W , Z , top quarkのloop)

$$V_{\text{eff}}(\varphi; T) = -\frac{1}{2}\mu^2\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + 2Bv_0^2\varphi^2 + B\varphi^4 \left[\log\left(\frac{\varphi^2}{v_0^2}\right) - \frac{3}{2} \right] + \bar{V}(\varphi; T)$$

where $B = \frac{3}{64\pi^2 v_0^4} (2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4),$

$$\bar{V}(\varphi; T) = \frac{T^4}{2\pi^2} [6I_B(a_W) + 3I_B(a_Z) - 6I_F(a_t)], \quad (a_A = m_A(\varphi)/T)$$

$$I_{B,F}(a) \equiv \int_0^\infty dx x^2 \log\left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}}\right).$$

high-temperature expansion [$m/T \ll 1$]

$$\gamma_E = 0.5772 \dots$$

$$I_B(a) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12}a^2 - \frac{\pi}{6}(a^2)^{3/2} - \frac{a^4}{16} \log \frac{\sqrt{a^2}}{4\pi} - \frac{a^4}{16} \left(\gamma_E - \frac{3}{4} \right) + O(a^6)$$

$$I_F(a) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24}a^2 - \frac{a^4}{16} \log \frac{\sqrt{a^2}}{\pi} - \frac{a^4}{16} \left(\gamma_E - \frac{3}{4} \right) + O(a^6)$$

$T > m_W, m_Z, m_t$ として展開を適用すると、

$$V_{\text{eff}}(\varphi; T) \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET\varphi^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4$$

where

$$D = \frac{1}{8v_0^2}(2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2), \quad E = \frac{1}{4\pi v_0^3}(2m_W^3 + m_Z^3) \sim 10^{-2}$$

$$\lambda_T = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v_0^4} \left(2m_W^4 \log \frac{m_W^2}{\alpha_B T^2} + m_Z^4 \log \frac{m_Z^2}{\alpha_B T^2} - 4m_t^4 \log \frac{m_t^2}{\alpha_F T^2} \right)$$

$$T_0^2 = \frac{1}{2D}(\mu^2 - 4Bv_0^2), \quad \log \alpha_{F(B)} = 2 \log(4)\pi - 2\gamma_E$$

T_C で、 $\varphi = 0$ と縮退した極小が φ_C に存在: $\varphi_C = \frac{2ET_C}{\lambda_{T_C}}$

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(\text{br})} < H(T_C) \iff \frac{\varphi_C}{T_C} \gtrsim 1 \implies \lambda \text{ に上限} \quad [m_H = \sqrt{2}\lambda v_0]$$

→ $m_h \lesssim 46\text{GeV}$ ⇒ 標準理論はexcluded! — $m_h^{\text{SM}} > 114\text{GeV}$ by LEP II

★ Monte Carlo simulations

effective fermion mass : $m_f(T) \sim O(T) \leftarrow |\omega_n| = |(2n+1)\pi T| \geq \pi T$

\therefore bosonsだけでsimulation

格子場の理論 $\left\{ \begin{array}{l} \text{scalar fields: } \phi(x) \rightarrow \text{格子点 (site)} \\ \text{gauge fields: } U_\mu(x) \rightarrow \text{リンク} \end{array} \right.$

$$Z = \int [d\phi dU_\mu] \exp \{-S_E[\phi, U_\mu]\}$$

- 3-dim. $SU(2)$ system with a Higgs doublet and a triplet time-component of U_μ
[Laine & Rummukainen, hep-lat/9809045]
- 4-dim. $SU(2)$ system with a Higgs doublet [Csikor, hep-lat/9910354]
 $E m_h < 66.5 \pm 1.4 \text{ GeV}$ ならば一次転移

両方のsimulationとも、end-point を発見:

$$m_h = \left\{ \begin{array}{l} 72.3 \pm 0.7 \text{ GeV} \\ 72.1 \pm 1.4 \text{ GeV} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\text{no PT (cross-over) in the Standard Model}}$$

broken phase でのバリオン数変化率

[Arnold and McLerran, Phys. Rev. D36 ('87)]

$$\frac{1}{B} \frac{dB}{dt} \simeq -\frac{13N_f}{128\pi^2} \frac{\omega_-}{\alpha_W^3} \kappa N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

これが $H(T) = 1.66\sqrt{g_*}T^2/m_{\text{P}}$ より小さいとおくと, $E_{\text{sph}} \equiv \frac{4\pi v}{g_2} \mathcal{E}$ とすれば,

$$\frac{v}{T} > \frac{0.050}{\mathcal{E}} \left[43.17 + \log(\kappa N_{\text{tr}} N_{\text{rot}}) + \log\left(\frac{\omega_-}{m_W}\right) - 2 \log\left(\frac{T}{100\text{GeV}}\right) \right]$$

数値解の結果 $\mathcal{E} = 2.00$, $N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} = 80.13$, $\omega_-^2 = 2.3m_W^2$ (at $\lambda/g_2^2 = 1$) を採用し, $\kappa = 1$, $T = 100\text{GeV}$ とすると,

$$\frac{v}{T} > 0.025 \times (43.17 + 4.38 + 0.416) = 1.20$$

mainは古典解のエネルギー, zero modesが10%補正

標準理論を拡張した模型の例

- MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model)

[標準理論 + 1 Higgs doublet] + それらのsuperpartners

{
Supersymmetric Yukawa int. (\in superpotential)
gauge anomaly cancellation

- 2HDM (two-Higgs-doublet Model)

[標準理論 + 1 Higgs doublet], 即ち、2つのHiggs doublet Φ_1, Φ_2

Yukawa int.にどちら or 両方のHiggs doubletを含むか、と

Higgs potential により幾つかのvariation

- NMSSM (Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model)

MSSM + 1 Singlet Superfield

新しいタイプの強い一次相転移

[KF, Tao and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 114 ('05)]

以下では、MSSMにおける電弱相転移を紹介

Higgs potential (tree level)

MSSM:

superpotential $W = f_{AB}^{(e)} H_d L_A E_B + f_{AB}^{(d)} H_d Q_A D_B - f_{AB}^{(u)} H_u Q_A U_B - \mu H_d H_u$

$$V_0 = m_1^2 \Phi_d^\dagger \Phi_d + m_2^2 \Phi_u^\dagger \Phi_u - (m_3^2 \Phi_d \Phi_u + \text{h.c.}) + \frac{g_2^2 + g_1^2}{8} \left(\Phi_d^\dagger \Phi_d - \Phi_u^\dagger \Phi_u \right)^2 + \frac{g_2^2}{2} \left| \Phi_d^\dagger \Phi_u \right|^2$$

soft-SUSY-br. terms

D -term potential

2HDM: 最も一般的な、gauge-inv. renormalizable potential

$$\begin{aligned} V_0 = & m_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + m_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 + (m_3^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \text{h.c.}) \\ & + \frac{1}{2} \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) - \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) \\ & - \left\{ \frac{1}{2} \lambda_5 (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + [\lambda_6 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) + \lambda_7 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)] (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \text{h.c.} \right\} \end{aligned}$$

2HDM \rightarrow MSSM by $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\Phi}_1 \rightarrow \Phi_d, \quad \Phi_2 \rightarrow \Phi_u, \\ \lambda_1 = \lambda_2 = -\lambda_3 = \frac{g_2^2 + g_1^2}{4}, \quad \lambda_4 = -\frac{g_2^2}{4}, \quad \lambda_{5,6,7} = 0 \end{array} \right.$

Higgs particles in the MSSM (tree level)

$$\Phi_d, \Phi_u: 4\text{つの複素成分 (実8成分)} - 3\text{つのNG modes} = 5 = \boxed{3 \text{ (neutral)} + 2 (H^\pm)}$$

Higgs potential V_0 の最小とHiggs mass (tree level)

$$V_0 = \min \text{ at } \Phi_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_0 \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \sin \beta \end{pmatrix}$$

$$\text{但し、} m_1^2 = m_3^2 \tan \beta - \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta), \quad m_2^2 = m_3^2 \cot \beta + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta)$$

$\Phi_{d,u}$ の位相の採り方により、 m_3^2 を常にreal positiveにできる

V_0 のHiggs fieldsによる2階微分 \rightarrow mass matrix of the Higgs particles

$$\begin{array}{l} \text{中性Higgs} \\ \text{荷電Higgs} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} m_A^2 = \frac{m_3^2}{\sin \beta \cos \beta} \\ m_{h,H}^2 = \frac{1}{2} \left[m_Z^2 + m_A^2 \mp \sqrt{(m_Z^2 + m_A^2)^2 - 4m_Z^2 m_A^2 \cos^2(2\beta)} \right] \\ m_{H^\pm}^2 = m_W^2 + m_A^2 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{CP-odd} \\ \text{CP-even} \end{array}$$

Higgs potentialの ϕ^4 項の係数 $\sim g_2^1, g_1^2 \longrightarrow$ 軽いHiggs粒子

実際、 $m_h \leq \min \{m_Z^2, m_A^2\}, \quad m_H \geq \max \{m_Z^2, m_A^2\}$

\longrightarrow LEP II の結果と矛盾

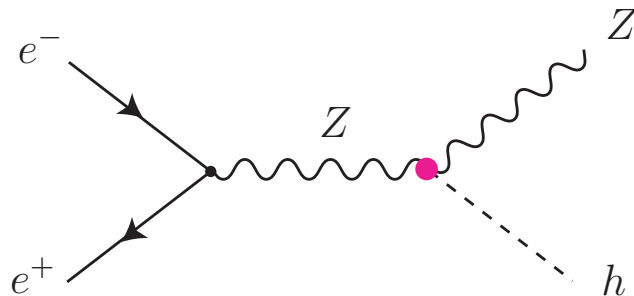
第3世代のquark, squarkのloop correctionが重要

[Okada, Yamaguchi and Yanagida, Prog. Theor. Phys. 85 ('91)]

new upper bound on m_h :
$$m_h^2 \leq m_Z^2 \cos^2(2\beta) + \frac{3}{2\pi^2} \frac{m_t^4}{v_0^2} \log \left(\frac{m_t^2 + m_t^2}{m_t^2} \right)$$

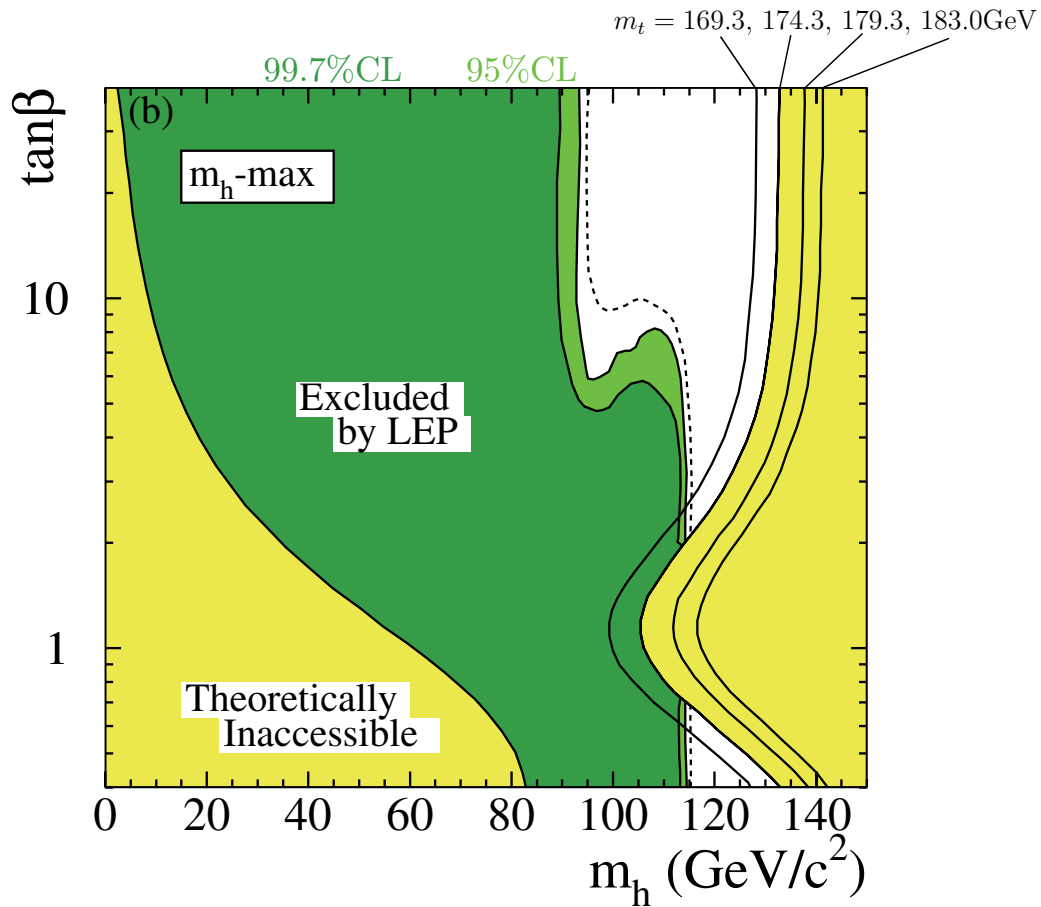
最近は、**light-Higgs scenario** も注目されている。

\longrightarrow h - H mixingのために、 ZZh -couplingが小さくなる



MSSMのHiggs massに対する制限

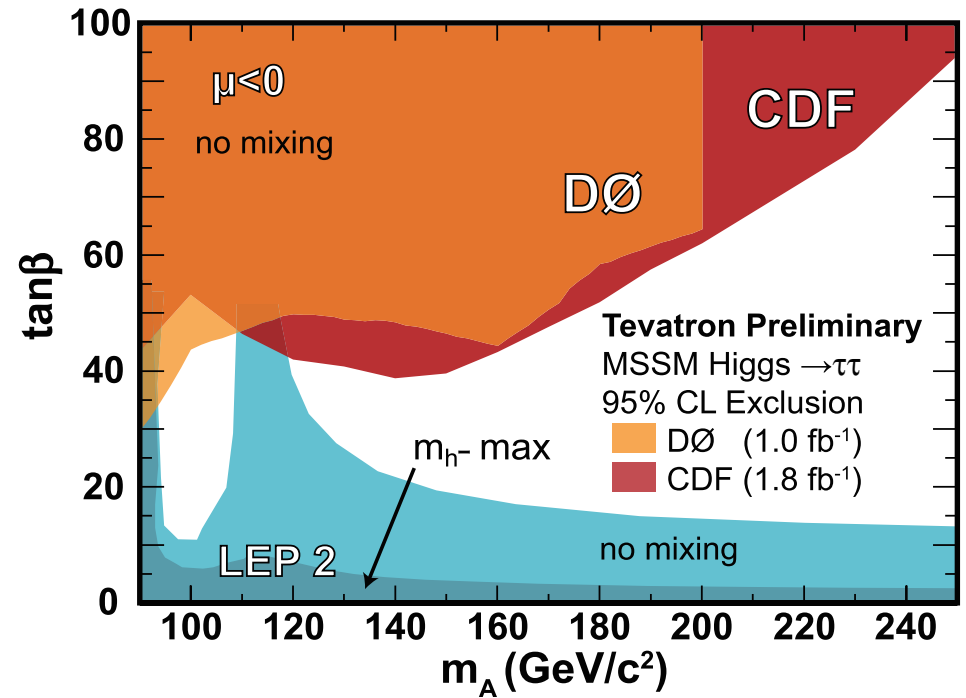
allowed region for the lightest neutral Higgs boson



m_h -max benchmark scenario

[PDG: C. Amsler et al., Phys. Lett. B667, 1 (2008)]

allowed region for the pseudoscalar Higgs boson



★ MSSM の EWPT

order parameter: $\langle \Phi_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 + i v_3 \end{pmatrix} = \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}$

$V_{\text{eff}}(\mathbf{v}; T)$ を $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ の関数として最小点を求める。(at each T)

特殊な場合には1次元問題に帰着

- symmetric under $\Phi_1 \leftrightarrow \Phi_2$
- $m_1 = m_2 = m_3 = 0$ ($\tan^4 \beta = \lambda_1 / \lambda_2$) [KF, Kakuto, Takenaga, Prog. Theor. Phys. 91]

Higgs bosonの質量とEWPの関係

tree-levelの時と同様に

Higgs mass² matrix: $\mathcal{M}_{ij}^2 \simeq \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}(T=0)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right\rangle = \Gamma_{1\text{PI}}^{(2)}(p=0)$

→ $\begin{cases} \text{質量固有値 } m_{H_i} \\ \text{対角化する行列} \rightarrow g_{ZZH_i} \end{cases}$

1-loop levelの計算

[Carena, Ellis, Pilaftsis and Wagner, Nucl. Phys. B586 ('00)]

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{v}; T = 0) = V_0(\mathbf{v}) + \frac{1}{64\pi^2} \sum_a c_a (\bar{m}_a^2)^2 \left(\log \frac{\bar{m}_a^2}{M^2} - \frac{3}{2} \right)$$

\bar{m}_a^2 : field (Φ_d, Φ_u)-dependent mass², c_a : 統計因子

ループを回る粒子: $a = t, \tilde{t}, b, \tilde{b}, W, Z, \dots$

field parametrization — VEV + fluctuation

$$\Phi_d = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + h_d + ia_d) \\ \phi_d^- \end{pmatrix}, \quad \Phi_u = e^{i\theta} \begin{pmatrix} \phi_u^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + h_u + ia_u) \end{pmatrix}$$

VEV = V_{eff} の global min. $\longrightarrow v_d = v_0 \cos \beta, v_u = v_0 \sin \beta, \theta$ を input にする。 \longrightarrow soft mass

$$0 = \frac{1}{v_d} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial h_d} \right\rangle = m_1^2 - \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta}) \tan \beta + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta) + \dots,$$

$$0 = \frac{1}{v_u} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial h_u} \right\rangle = m_2^2 - \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta}) \cot \beta - \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta) + \dots,$$

$$0 = \frac{1}{v_u} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial a_d} \right\rangle = \frac{1}{v_d} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial a_u} \right\rangle = \text{Im}(m_3^2 e^{i\theta}) + \dots$$

ここで $\langle \dots \rangle$ は、vacuum で評価した値 — fluctuation で微分してそれを0と置く

neutral Higgs boson と charged Higgs boson mass:

[NG modeを除去した後]

$$\mathcal{M}^2 = \begin{pmatrix} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d^2} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial h_u} \right\rangle & \frac{1}{\cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial a_u} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial h_u} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_u^2} \right\rangle & \frac{1}{\sin \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_u \partial a_d} \right\rangle \\ \frac{1}{\cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial a_u} \right\rangle & \frac{1}{\sin \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_u \partial a_d} \right\rangle & \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial a_d \partial a_u} \right\rangle \end{pmatrix}$$

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial \phi_d^+ \partial \phi_u^-} \right\rangle = \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta}) + m_W^2 + \dots$$

→ input $m_{H^\pm}^2 \rightarrow \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta})$

mass eigenstates H_i

$$\begin{pmatrix} h_d \\ h_u \\ a \end{pmatrix} = \mathcal{O} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{O}^T \mathcal{M}^2 \mathcal{O} = \text{diag}(m_{H_1}^2, m_{H_2}^2, m_{H_3}^2)$$

gauge and Yukawa interactions

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} \sim g_2 m_W g_{VVH_i} \left(W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{Z_\mu Z^\mu}{2 \cos^2 \theta_W} \right) H_i + \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} g_{ZH_i H_j} Z^\mu \left(H_i \overleftrightarrow{\partial}_\mu H_j \right)$$

$$\mathcal{L}_Y \sim -\frac{g_2 m_b}{2 m_W} \bar{b} (g_{bbH_i}^S + i\gamma_5 g_{bbH_i}^P) b H_i$$

corrections to the couplings

[標準理論: $g_{VVH} = 1, g_{ZH H} = 0, g_{bbH} = 1$]

$$g_{VVH_i} = O_{1i} \cos \beta + O_{2i} \sin \beta$$

$$g_{ZH_i H_j} = \frac{1}{2} [(O_{3i} O_{1j} - O_{3j} O_{1i}) \sin \beta + (O_{3i} O_{2j} - O_{3j} O_{2i}) \cos \beta]$$

$$g_{bbH_i}^S = O_{1i} \frac{1}{\cos \beta}, \quad g_{bbH_i}^P = -O_{3i} \tan \beta, \quad g_{bbH_i}^2 = (g_{bbH_i}^S)^2 + (g_{bbH_i}^P)^2$$

$v_0 = 246 \text{ GeV}, \tan \beta, m_{H^\pm}$ と、loopを通して効くパラメータ ($\mu, A_q, \text{scalar soft mass}, \dots$)

をinputとして、これらの量と m_1^2, m_2^2, m_3^2 を計算

→ Higgs mass vs EWPT

EWPTが一次転移になるparameter

light stop scenario

[de Carlos, Espinosa, Nucl. Phys. B503 ('97)]

stop mass² matrix:

$$\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_L}^2 + \left(\frac{g_1^2}{24} - \frac{g_2^2}{8}\right)(v_u^2 - v_d^2) + \frac{y_t^2}{2}v_u^2 & \frac{y_t}{\sqrt{2}}(\mu v_d + A(v_2 - i v_3)) \\ * & m_{\tilde{t}_R}^2 - \frac{g_1^2}{6}(v_u^2 - v_d^2) + \frac{y_t^2}{2}v_u^2 \end{pmatrix}$$

$m_{\tilde{t}_L}^2 = 0$ or $m_{\tilde{t}_R}^2 = 0 \implies$ smaller eigenvalue: $m_{\tilde{t}_1}^2 \sim O(v^2)$

\therefore 高温展開

$$\bar{V}_{\tilde{t}}(\mathbf{v}; T) \implies -\frac{T}{6\pi}(m_{\tilde{t}_1}^2)^{3/2} \sim T v^3$$

\longrightarrow stronger 1st order PT

effective for larger y_t — smaller $\tan \beta$

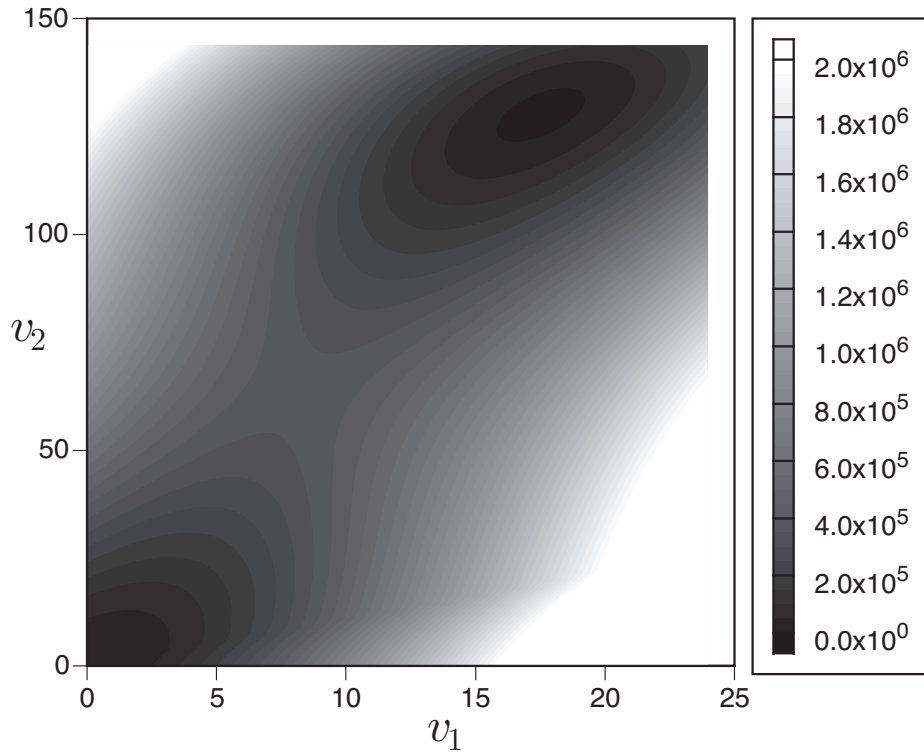
$$m_t = \frac{1}{\sqrt{2}} y_t v_0 \sin \beta$$

(CP-conserving case)

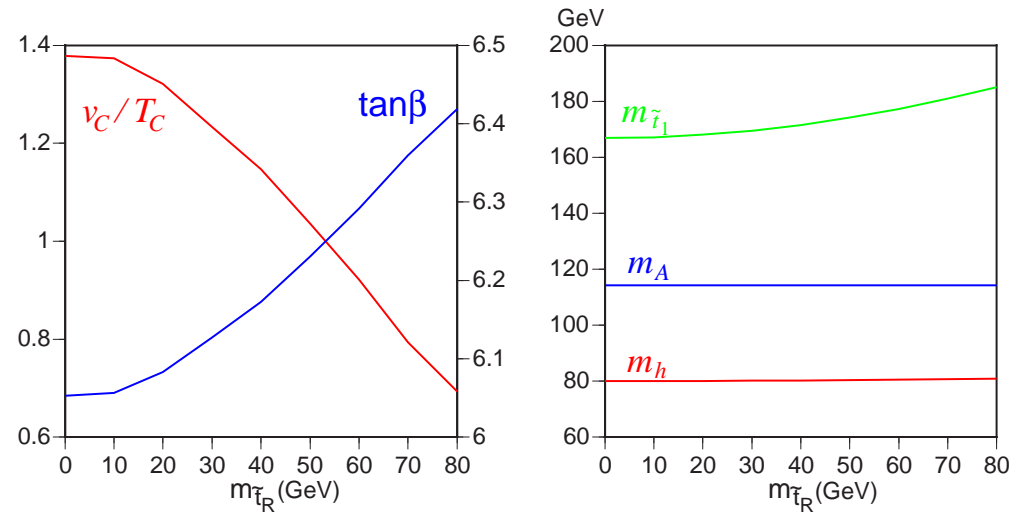
[KF, Prog. Theor. Phys. 101 ('99)]

$$\tan \beta = 6, m_h = 82.3\text{GeV}, m_A = 118\text{GeV}, m_{\tilde{t}_1} = 168\text{GeV}$$

$$T_C = 93.4\text{GeV}, v_C = 129\text{GeV}$$



$$V_{\text{eff}}(v_1, v_2, v_3 = 0; T_C)$$



m_{t_R} -dependence ($\tan \beta = 6$)

★ Lattice MC studies

● 3d reduced model

[Laine et al. hep-lat/9809045]

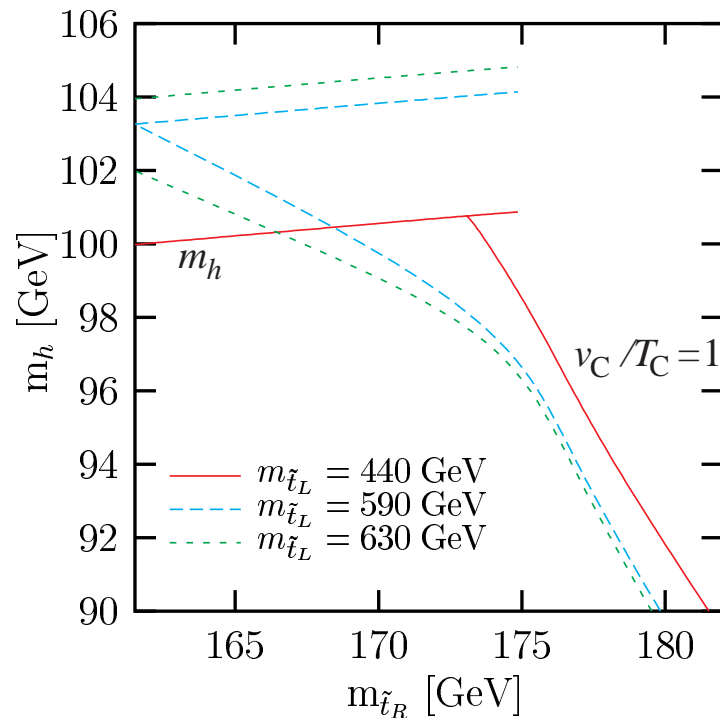
strong 1st order for $m_{\tilde{t}_1} \lesssim m_t$ and $m_h \leq 110\text{GeV}$

● 4d model

[Csikor, et al. hep-lat/0001087]

with $SU(3)$, $SU(2)$ gauge bosons, 2 Higgs doublets, stops, sbottoms

$A_{t,b} = 0$, $\tan \beta \simeq 6$ \longrightarrow errorの範囲内で摂動論と一致



$m_A = 500\text{ GeV}$

$v_C/T_C > 1$

below the steeper lines



max. $m_h = 103 \pm 4\text{ GeV}$

for $m_{\tilde{t}_L} \simeq 560\text{ GeV}$

4. まとめ

現在の宇宙にバリオン数が存在するためには、次の何れかが満たされねばならない。

- (i) 電弱相転移までに、有限の $B - L$ を用意する。
- (ii) 電弱相転移で $B + L$ を生成し、直後にスファレロン過程が脱結合する。

(i) → Leptogenesis, $(B - L)$ -nonconserving GUTs, Affleck-Dine

(ii) → 電弱相転移の次数、強さに制限 ↔ Higgs粒子の質量

Standard Model ✗

MSSM with $m_{\tilde{t}_1} \leq m_t, m_h \leq 105\text{GeV}$

2HDM

NMSSM

...

Higgs粒子の発見だけでなく、その性質(BR等)を知る必要あり。

Sphaleron decoupling condition revisited

(preliminary)

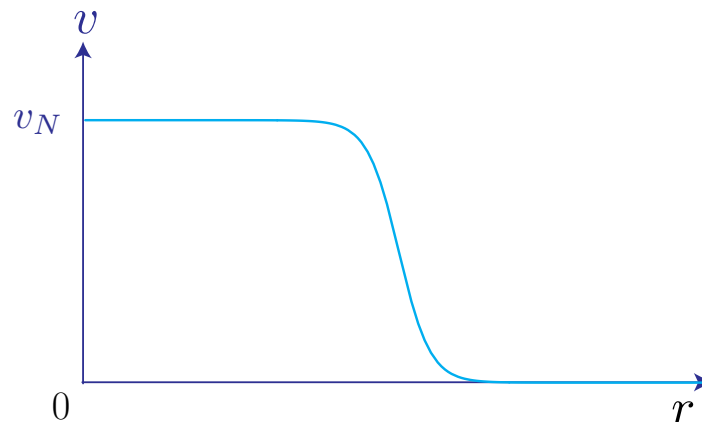
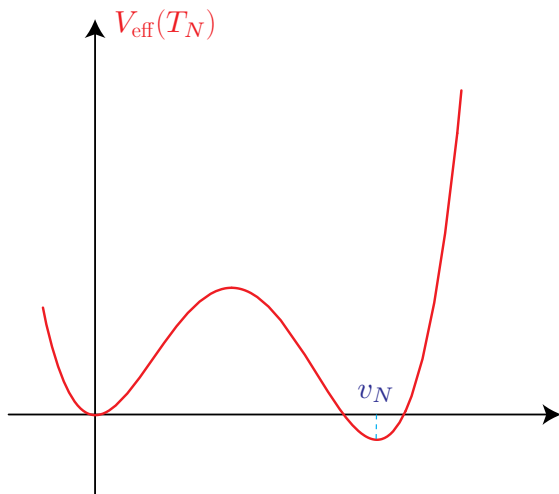
collaboration with E. Senaha

動機: 実験による制限の精度が向上しているので、脱結合条件の精度を上げたい。

一次相転移が始まるのは2つの相が縮退する T_C ではなく、核形成が始まる T_N である。

核形成率 $\Gamma_N(T) \simeq T^4 \left(\frac{E_{cb}(T)}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-E_{cb}(T)/T}$ [Linde, Nucl. Phys. B216 ('83)]

$E_{cb}(T)$: critical bubbleエネルギー ← $V_{eff}(T)$ を用いた運動方程式



境界条件:

$$\phi'(r=0) = 0$$

$$\phi(r=\infty) = 0$$

T_N (nucleation temp.)の定義: $\Gamma_N(T_N)H(T_N)^{-3} = H(T_N)$

$$\rightarrow \frac{E_{\text{cb}}(T_N)}{T_N} - \frac{3}{2} \log \frac{E_{\text{cb}}(T_N)}{T_N} = 152.59 - 2 \log g_*(T_N) - 4 \log \frac{T_N}{100\text{GeV}}$$

実験(LEP2, B, etc)の制限をクリアしたあるパラメータセットに対して、

$$T_C = 117.97\text{GeV}, v_C = 101.18\text{GeV} \longrightarrow T_N = 116.9\text{GeV}, v_C = 117.9\text{GeV}$$
$$\frac{v_C}{T_C} = 0.86 \longrightarrow \frac{v_N}{T_N} = 1.01 \quad 15\% \text{増大}$$

★ sphaleron decoupling conditionの精度の向上

- ▶ $E_{\text{sph}}(T)$ を、 $V_{\text{eff}}(T)$ を用いて計算する。
- ▶ zero-mode factorも、有限温度での解の周りの揺らぎから。

in progress