

# 宇宙のバリオン数生成

船久保 公一

佐賀大学理工学部

原子核三者若手夏の学校 素粒子パート

長野県下高井郡木島平村

2007年8月21–22日

## 講義の予定

1. ビッグバン理論とバリオン数
2. バリオン数生成のシナリオ
3. スファレロン過程
4. レプトン数生成
5. 電弱バリオン数生成

# 1. ビッグバン理論とバリオン数

## 1.1 Big Bang宇宙論

[Kolb & Turner, The Early Universe, etc.]

Friedmann-Robertson-Walker — 一様・等方空間

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu = dt^2 - R_0^2 a(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right) \quad (k = 0, \pm 1)$$

→ *Einstein eq.* :

$$R_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(x)R(x) + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}(x)$$

+ 完全流体:  $T_{\nu}^{\mu}(x) = \text{diag}(\rho(t), P(t), P(t), P(t))$        $\rho$ :エネルギー密度、 $P$ :圧力

⇒ *Friedmann eq.*

$$H(t)^2 \equiv \left( \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho(t) + \rho_{\Lambda}) - \frac{k}{R_0^2 a(t)^2},$$
$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho(t) + 3P(t)) + \frac{\Lambda}{3}$$

$H(t)$ : Hubble「定数」

$$\rho_{\Lambda} \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G}$$

状態方程式:  $P(t) = w\rho(t)$  + エネルギー保存:  $\frac{d}{dt}(\rho(t)a(t)^3) = -P(t)\frac{d}{dt}(a(t)^3)$

$$\longrightarrow \dot{\rho} a^3 + 3(1+w)\rho a^2 \dot{a} = 0 \quad \text{即ち} \quad \frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}$$

$$\Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{非相対論的物質}(w=0) \rightarrow \rho_m(t) \propto a(t)^{-3} \\ \text{相対論的物質(放射)}(w=\frac{1}{3}) \rightarrow \rho_r(t) \propto a(t)^{-4} \\ \text{真空エネルギー}(w=-1) \rightarrow \rho_\Lambda \propto a(t)^0 \end{array} \right.$$

$$\Longrightarrow \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho(t)} \quad (k=0) \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a(t) \propto t^{2/3} \quad \text{物質優勢} \\ a(t) \propto t^{1/2} \quad \text{放射優勢} \\ a(t) \propto e^{Ht} \quad \text{真空優勢} \end{array} \right.$$

これら3種のエネルギー密度の混合比を**密度パラメータ**で表す。

$$\Omega_m, \Omega_r, \Omega_\Lambda$$

Friedmann eq.: 
$$\frac{k}{R_0^2 a(t)^2} = \frac{8\pi G}{3} \left( \rho_m(t) + \rho_r(t) + \rho_\Lambda - \frac{3H(t)^2}{8\pi G} \right)$$

全エネルギー密度と  $\frac{3H(t)^2}{8\pi G}$  の大小関係で  $k$  (定数) の符号が決まる。

$\rho_C \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G}$

: 現在の臨界密度 ( $H_0 = H(t_0)$ ,  $t_0 =$  現在時刻)

密度パラメータ:  $\Omega_m = \frac{\rho_m(t_0)}{\rho_C}, \quad \Omega_r = \frac{\rho_r(t_0)}{\rho_C}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_C}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda > 1 \Rightarrow k = 1 : \text{閉じた宇宙} \\ \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = 1 \Rightarrow k = 0 : \text{平坦な宇宙} \\ \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda < 1 \Rightarrow k = -1 : \text{開いた宇宙} \end{array} \right.$$

$\rho(t)a(t)^n = \rho(t_0)a(t_0)^n = \rho(t_0)$ なので、 $[a(t_0) = 1]$

$$\rho_m(t) = \frac{\rho_m(t_0)}{a(t)^3} = \frac{\Omega_m}{a(t)^3} \rho_C, \quad \rho_r(t) = \frac{\Omega_r}{a(t)^4} \rho_C, \quad \rho_\Lambda = \Omega_\Lambda \rho_C$$

→ Friedmann eq. を密度パラメータで書くと、

$$\left(\frac{da(t)}{d(H_0 t)}\right)^2 = \frac{\Omega_m}{a(t)} + \frac{\Omega_r}{a(t)^2} + \Omega_\Lambda a(t)^2 - K_0 \quad (K_0 \equiv \frac{k}{R_0^2 H_0^2})$$

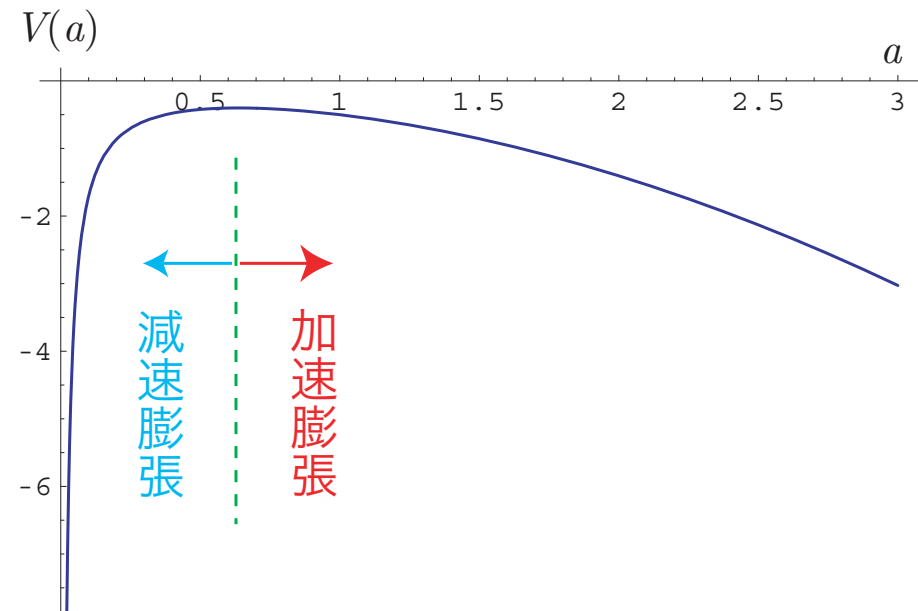
$$\rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{da(t)}{d(H_0 t)}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega_m}{a(t)} + \frac{\Omega_r}{a(t)^2} + \Omega_\Lambda a(t)^2\right) = -\frac{1}{2} K_0$$

⇔ 質量1,  $E = -\frac{1}{2}K_0$ の質点の  
ポテンシャル

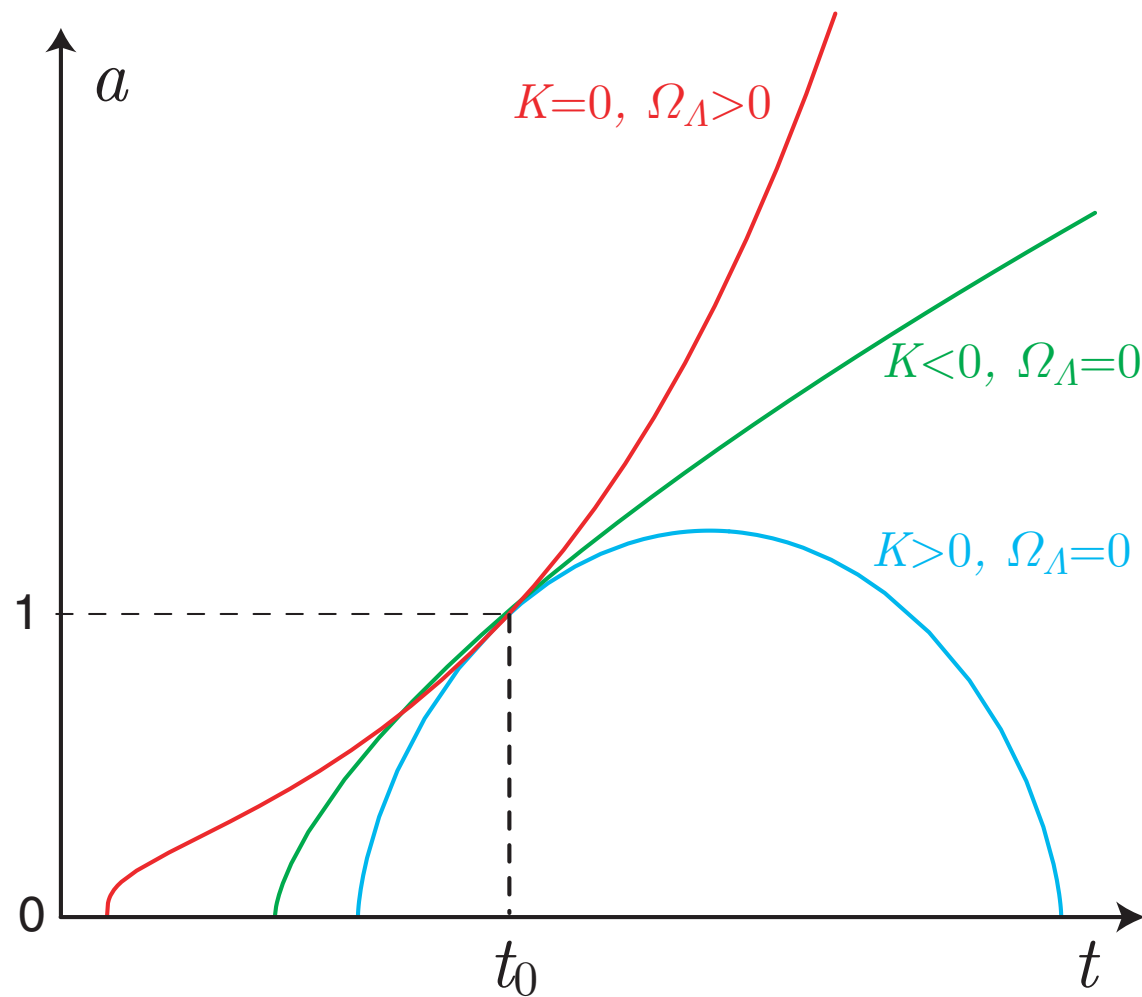
$$V(a) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_\Lambda a^2\right)$$

内での運動

$$\Omega_m = 0.34, \quad \Omega_\Lambda = 0.36, \quad \Omega_r = 0$$



スケール因子 $a(t)$ の振る舞いは...



宇宙年齢  $\leftarrow (\Omega_m, \Omega_r, \Omega_\Lambda, H_0)$

[測定法は後述]

⇔ **初期宇宙** ... **高温・高密度状態**

インフレーション、相転移、元素合成、光子の脱結合

平衡系の統計力学が使える条件: 宇宙の膨張率  $H(t) < \Gamma(T)$  粒子の反応率 [後述]

一種の自由粒子(自由度 =  $g$ )について、 ( $k_B = 1$ )

$$\text{自由エネルギー密度: } f = \frac{F}{V} = \pm g T \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \log \left[ 1 \mp e^{-(\epsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/T} \right]$$

$$\text{エネルギー密度: } \epsilon = g \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{\epsilon_{\mathbf{p}}}{e^{-(\epsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/T} \mp 1}$$

$$\text{粒子数密度: } n = g \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{-(\epsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/T} \mp 1}$$

$$\text{エントロピー密度: } s = -\frac{\partial f}{\partial T}$$

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}, \quad \mu = \text{化学ポテンシャル}$$

上の符号がボソン, 下の符号がフェルミオン



	高温( $T \gg m, \mu$ )	低温( $T \ll m$ )
$f(= -P)$	$-g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 7/8 \end{array} \right\} \frac{\pi^2}{90} T^4$	
$\epsilon$	$g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 7/8 \end{array} \right\} \frac{\pi^2}{30} T^4$	$g m \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}$
$n$	$g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 3/4 \end{array} \right\} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3$	$g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T} = \frac{\epsilon}{m}$
$s$	$g \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 7/8 \end{array} \right\} \frac{2\pi^2}{45} T^3$	

宇宙が冷えるときの質量 $m$ の粒子

$T \gg m$ : 何らかの相互作用が十分速ければ、 $n \propto T^3$

kinetic equilibrium

$T \sim m$ : { 相互作用が速ければ平衡分布をたどる → 急激に減少  $\sim e^{-m/T}$   
— 軽い粒子にdecay  
相互作用が遅いと平衡分布から外れる → decay出来ずに残る

定量的解析 = 分布函数に対する方程式 — Boltzmann方程式を解く

例) GUTバリオン数生成、レプトン数生成、ダークマター残存量

## 相互作用の時間スケール: $\bar{t}$ $[T \gg m]$

- ▷ 相対論的粒子  $\Rightarrow \Gamma(T)^{-1} = \bar{t} \simeq \lambda$  : mean free path
- ▷ その粒子の相互作用全断面積 =  $\sigma$
- ▷ 粒子数密度 =  $n(T) \simeq g \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3$

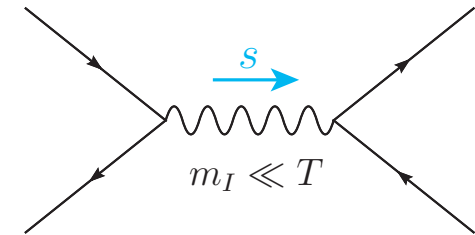
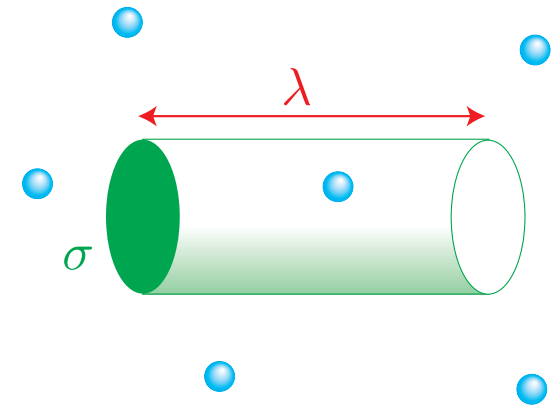
$$\sigma \cdot \lambda = \frac{1}{n(T)}$$

中間状態の質量  $m_I \ll T \rightarrow \sigma \simeq \frac{\alpha^2}{s} \simeq \frac{\alpha^2}{T^2} \quad (\alpha = \frac{e^2}{4\pi})$

$$\therefore \lambda \simeq \frac{10}{gT^3} \left( \frac{\alpha^2}{T^2} \right)^{-1} = \frac{10}{g\alpha^2 T}$$

↔ 放射優勢期の膨張率  $H(T) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho(T)} \simeq 1.66 \sqrt{g_*} \frac{T^2}{m_P}$

$g_*$  = 放射自由度,  $m_P = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV}$ : Planck mass



# 宇宙の熱史

## 時間-スケール因子-温度

$$a(t) \propto \begin{cases} t^{1/2} & \text{放射優勢} \\ t^{2/3} & \text{物質優勢} \end{cases}$$

エントロピー保存 (断熱膨張)  $\Rightarrow s(T)a^3 = \text{一定}$

$$\Downarrow s \propto gT^3$$

$$aT = \text{一定}$$

時間をさかのぼると、

▷  $t_0$  (現在),  $T_0 = 2.7\text{K}$  (宇宙背景放射)

▷ 光子の脱結合(decoupling) ← 光子の散乱断面積と膨張率

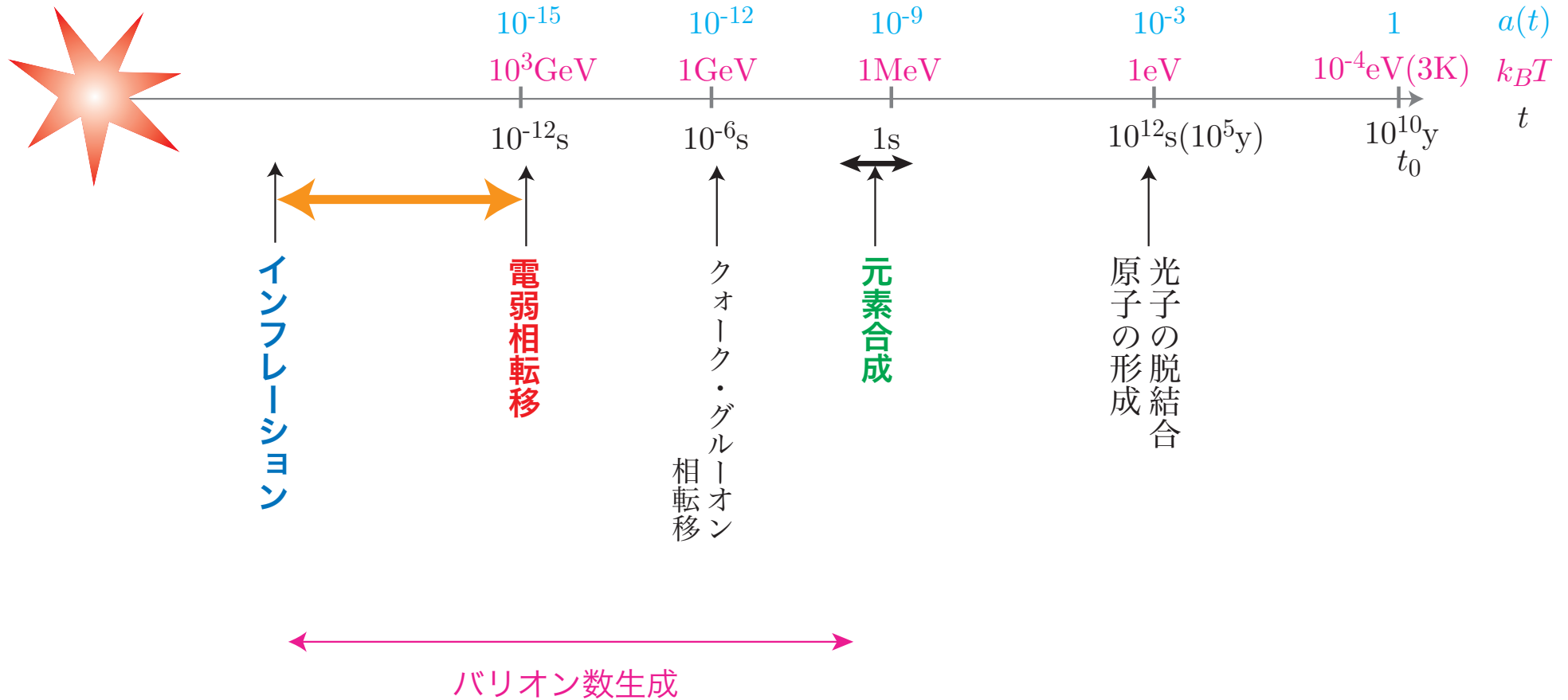
$$t_{\text{dec}} \simeq 1.8 \times 10^5 (\Omega_m h^2)^{-1/2} \text{y}, \quad T_{\text{dec}} = 0.26\text{eV} = 3030\text{K} \quad [H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}]$$

▷ 放射・物質等価期  $\Leftrightarrow \rho_r(t_{\text{eq}}) = \rho_m(t_{\text{eq}}) \Leftrightarrow \rho_r(t_0)a(t_{\text{eq}})^{-4} = \rho_m(t_0)a(t_{\text{eq}})^{-3}$

$$\rho_r(t_0) = g_* \frac{\pi^2}{30} T_0^4 \quad \text{と} \quad \rho_m(t_0) = \Omega_m \rho_C \quad \text{により} \quad [光子とニュートリノ:  $g_* = 3.36$ ]$$

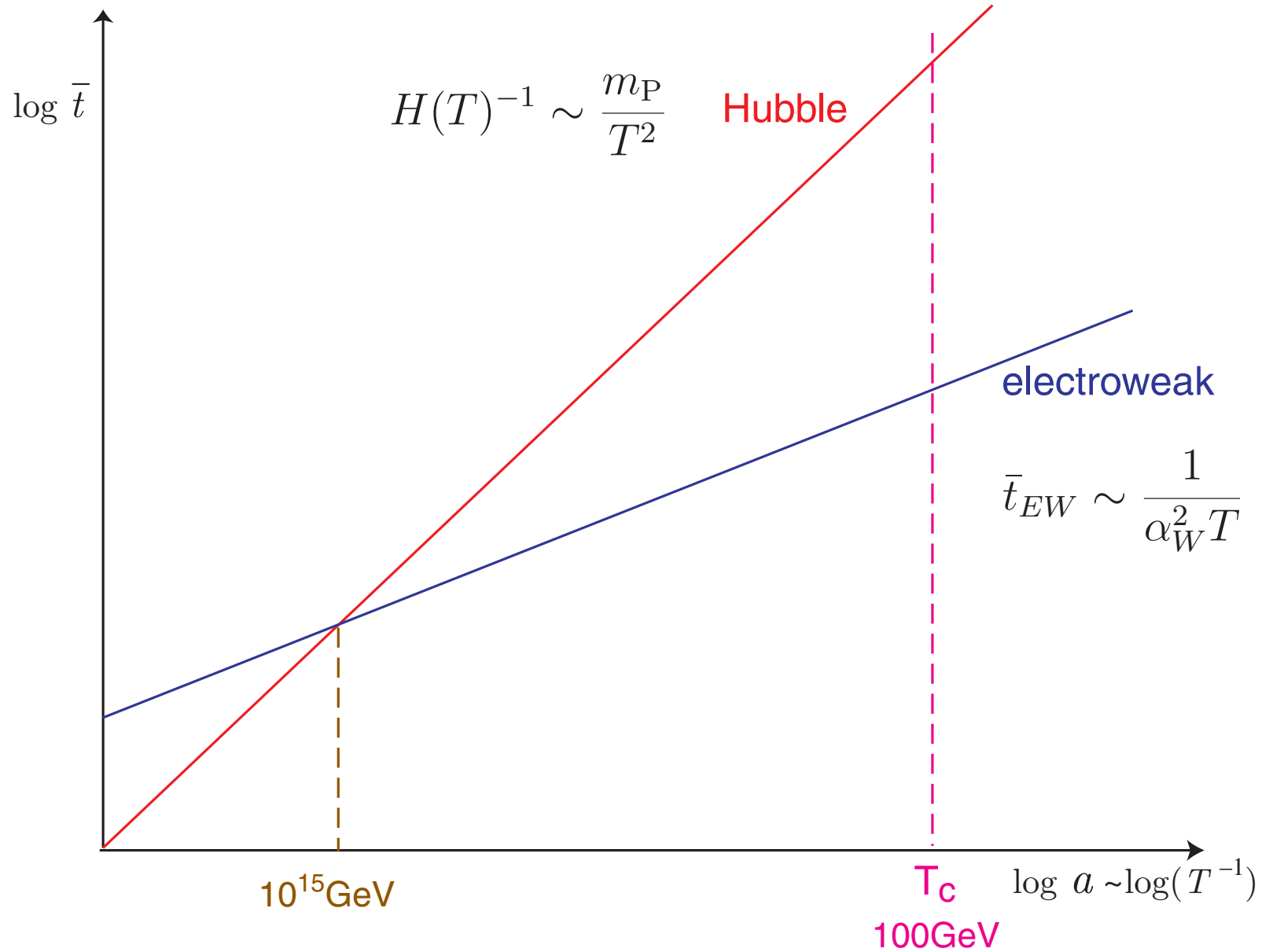
$$a(t_{\text{eq}}) = 4.3 \times 10^{-5} (\Omega_m h^2)^{-1} \longrightarrow T_{\text{eq}} = \frac{T_0}{a(t_{\text{eq}})} = 6.4 \times 10^4 \Omega_m h^2 \text{ K}$$

# 宇宙の年表



エネルギースケール(温度)が関係のある物理を決めている!

# 宇宙膨張と相互作用の時間スケールの比較



## 1.2 宇宙のバリオン数

### 宇宙のバリオン数非対称性 — **Baryon Asymmetry of the Universe**

$$\boxed{\frac{n_B}{s} = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{s}} \quad \left\{ \begin{array}{l} n_B = \text{バリオン数密度} \\ s = \text{エントロピー密度} \end{array} \right\} \text{ ———— 宇宙の断熱膨張で不変}$$

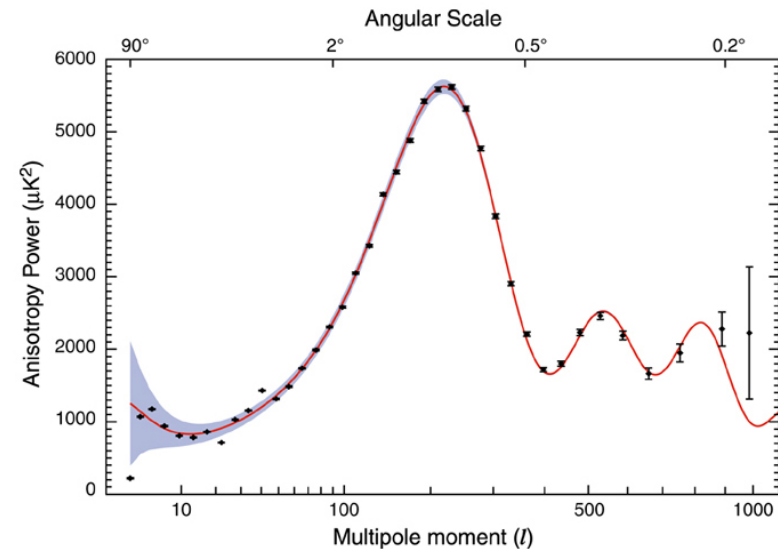
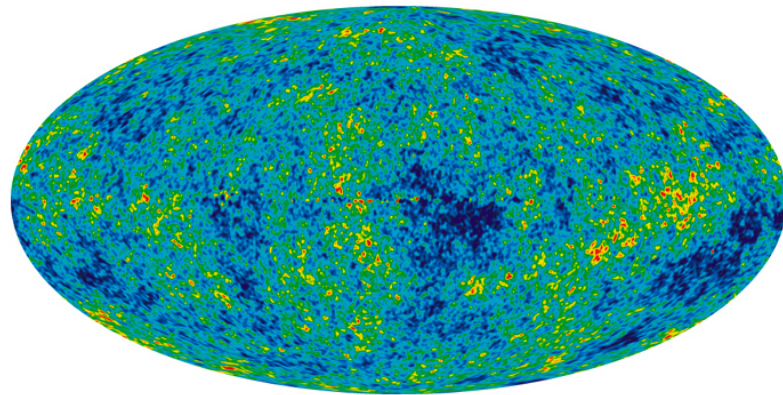
BAU  $\neq$  0 の必要性

- 安定な銀河団の存在 — 観測される反粒子は2次粒子

BAU = 0  $\rightarrow$  物質 or 反物質だけの銀河団 ( $\sim 10^{12} M_{\odot}$ ) を作るのは因果的に無理

[Steigman, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 14 ('76)]

- 背景放射の温度揺らぎ
- 軽元素の存在比



decoupling前後の、一様な分布函数からの揺らぎの発展方程式

photon  $\Theta(t, \vec{x})$ , baryon & electron  $\delta_b, v_b$ , CDM  $\delta, v$ , neutrino  $\mathcal{N}$

計量  $\Psi, \Phi$

パラメータ:  $h, \Omega_m h^2, \Omega_B h^2, \Omega_\Lambda, n$  (初期条件のスペクトル), ...

↓

Boltzmann方程式 + Einstein方程式 (線形方程式)

↓

$\Theta(t, \vec{x})$ の相関  $\xrightarrow{\text{Fourier trf.}}$   $C_l$   $\longrightarrow$   $l$  vs  $\sqrt{\frac{l(l+1)C_l}{2\pi}}$  にfit

## Best Fit (with $\Omega_{\text{tot}} = 1$ )

$$h = 0.73^{+0.03}_{-0.04}, \quad \Omega_m h^2 = 0.127^{+0.007}_{-0.0010}, \quad \Omega_B h^2 = 0.0223^{+0.0007}_{-0.0009}, \quad \dots$$

$$\longrightarrow n_B = \frac{\Omega_B \rho_C}{m_p} \text{ と 現在の光子数密度: } n_\gamma = g_* \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_0^3 \quad (T_0 = 2.7\text{K}, g_* = 3.36)$$

$$\implies \eta \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} = (6.14 \pm 0.25) \times 10^{-10} \quad (95\% \text{CL})$$

$$s \simeq 7.04 n_\gamma \text{ at } T_0$$

$$\frac{n_B}{s} = \frac{n_B}{7.04 n_\gamma} \simeq 0.89 \times 10^{-10}$$

---

## Cold Dark Matter

$$\Omega_{\text{CDM}} = \Omega_m - \Omega_B \simeq 0.238 - 0.042 = 0.196$$

→ CDMのモデルに制限

CDM = LSP (Lightest SUSY particle)  $\Rightarrow$  SUSY-breaking scale



## 元素合成と軽元素の存在比

▷  $T \gg 1\text{MeV}$

$n + \nu_e \rightleftharpoons p + e^-$ ,  $n + e^+ \rightleftharpoons p + \bar{\nu}_e$  が化学平衡 [ $\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_{\nu_e}$ ]

$$n_p = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m_p - \mu_p)/T}, \quad n_n = 2 \left( \frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m_n - \mu_n)/T}$$

$$\rightarrow \frac{n_n}{n_p} = \left( \frac{m_n}{m_p} \right)^{3/2} e^{-(m_n - m_p - \mu_n + \mu_p)/T} \simeq e^{-Q/T}$$

$$Q \equiv m_n - m_p = 1.293\text{MeV}, \quad |\mu_n - \mu_p|/T \ll 1 \quad [\leftrightarrow \text{small BAU}]$$

平衡を保ったまま  $T < Q$  となると、急激に中性子が減少する

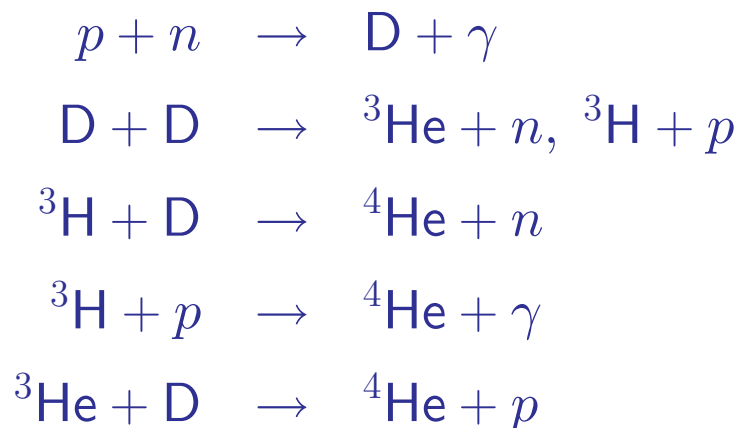
▷  $T \simeq 10\text{MeV}$  まだ化学平衡で、 $\frac{n_n}{n_p} \simeq 0.88$

▷  $T \simeq 1\text{MeV}$  反応率  $\Gamma_{n \leftrightarrow p} \simeq H(T)$  となり凍結 —  $\nu$ -decoupling

$$\left( \frac{n_n}{n_p} \right)_{\text{freeze-out}} \simeq 0.167$$

→  $\beta$ -decay  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  により  $n_n$  は減少

▷  $T \simeq 0.1\text{MeV}$     合成が進む



	$E_B$ (MeV)	$E_B/A$ (MeV)
D	2.22	1.11
${}^3\text{H}$	6.92	2.31
${}^3\text{He}$	7.72	2.57
${}^4\text{He}$	28.3	7.08

D,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ が原料となり、安定な ${}^4\text{He}$ が合成される。

${}^4\text{He} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  などで Li が少しだけ合成される。

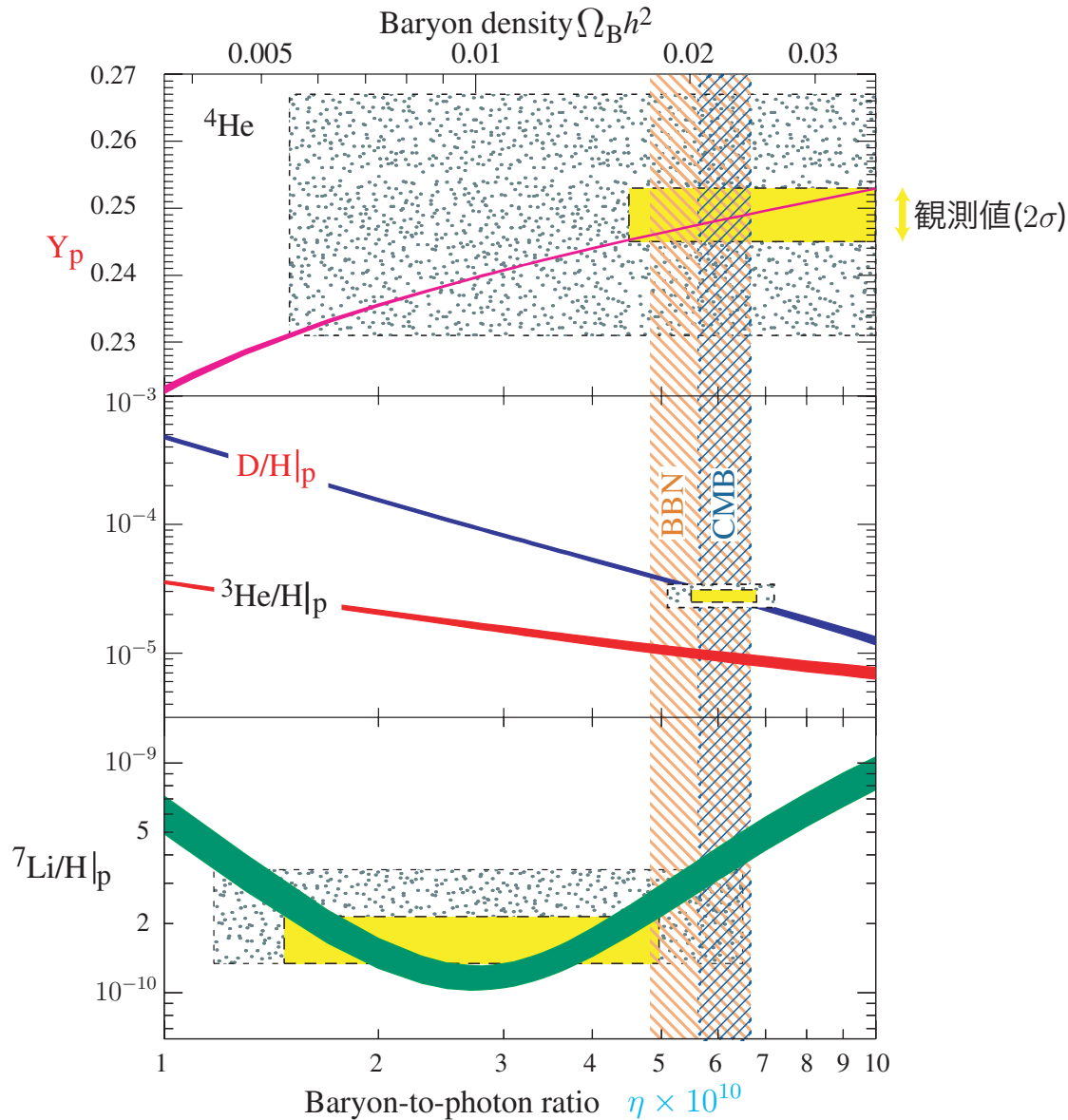
このときまでに残っている $n$ は、殆ど全て ${}^4\text{He}$ に取り込まれている。

∴ 最終的な ${}^4\text{He}$ は、合成時の  $\frac{n_n}{n_p} \simeq 0.13$  で決まる。

$$\frac{n_n}{n_p} \leftarrow \eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad \eta \text{が大} \rightarrow \text{合成が進みやすいので} n \text{が多く残る}$$

実際には、各元素密度に対するBoltzmann方程式を解く。

# $\eta$ vs 軽元素量



1つの $\eta$ の値で、軽元素の存在比を説明できる。

$^4\text{He}$  mass fraction

$$Y = \frac{(2m_p + 2m_n)n_n/2}{m_p n_p + m_n n_n} = \frac{2n_n/n_p}{1 + n_n/n_p}$$

$$n_n/n_p = 0.13 \Rightarrow Y = 0.23$$

$$\eta \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} = (4.7 - 6.5) \times 10^{-10}$$

(95%CL)

CMBからの制限、

$$\eta = (6.14 \pm 0.25) \times 10^{-10}$$

を包含する。

現在の宇宙を説明するには、

$$\frac{n_B}{s} = (0.67 - 0.92) \times 10^{-10}$$

だけの、バリオン数が必要

- 宇宙の初期条件 → 問題の先送り, 解決ではない!
- 宇宙は  $B = 0$  から始まって、**元素合成までに生成された**

**素粒子理論**に基づいて定量的に説明する

標準理論では説明不可能[後述]



標準理論を超える理論への制限

## 2. バリオン数生成のシナリオ

### 2.1 バリオン数生成のための条件

#### Sakharovの3条件

- (1) バリオン数非保存
- (2)  $C$  と  $CP$ 対称性の破れ
- (3) 平衡からのズレ

(1)は自明。

(3)が無いと、 $\Delta B \neq 0$ の過程と逆過程が同じ頻度で起こる。

(2)が成り立たないとすると...

バリオン数の時間発展は？

▷ 宇宙の状態をdensity operator  $\rho(t)$ で表す。(pure & mixed statesのどちらも)

$$\rho(t) = \sum_n p_n |\psi_n(t)\rangle \langle \psi_n(t)| \quad \rightarrow \text{期待値: } \langle \mathcal{O} \rangle (t) = \text{Tr} [\rho(t) \mathcal{O}]$$

▷  $\rho_0$ :  $n_B = 0$ の宇宙を表すdensity operator (初期状態)  $\langle n_B \rangle_0 \equiv \text{Tr} [\rho_0 n_B] = 0$

▷ density operator  $\rho(t)$ の時間発展はLiouville方程式

$$i\hbar \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} + [\rho(t), H] = 0$$

で決まる。形式解は $H$ と初期条件 $\rho_0$ で書かれている。

▷  $H$ が $C$ 対称または $CP$ 対称  $\implies [\rho, C] = 0$  or  $[\rho, CP] = 0$

▷ 一方、 $CBC^{-1} = -B, CPB(CP)^{-1} = -B$  ( $B$ はvectorlikeで、 $C$ の下でodd)

$B$ -対称な宇宙( $\rho_0$ )からスタートして、 $H$ が $C$ または $CP$ 対称ならば、その後の $\langle n_B \rangle$ は

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle n_B \rangle = \text{Tr}[\rho n_B] = \text{Tr}[\rho C n_B C^{-1}] = -\text{Tr}[\rho n_B] = 0 \\ \text{or} \\ \langle n_B \rangle = \text{Tr}[\rho CP n_B (CP)^{-1}] = -\text{Tr}[\rho n_B] = 0 \end{array} \right.$$

$\therefore$   $\langle n_B \rangle \neq 0$ となるには、 $C$ と $CP$ の両方が破れなければならない。

# Baryogenesisの可能性

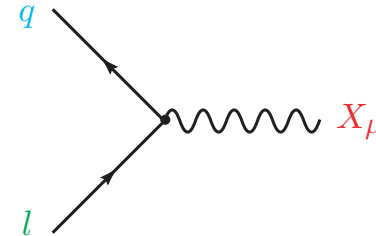
## (1) バリオン数非保存

バリオン数を破る相互作用 — 標準理論のtree-levelには無い global  $U(1)_B$ -sym.

### ▷ 拡張した理論におけるバリオン数保存の破れ

- GUTs — 標準理論のゲージ群  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  の統一

→ クォークとレプトンが**同じ多重項**



- 超対称理論 — **バリオン数を持ったスカラー場**がある時期に期待値を持つ

||

クォークのsuperpartner: スカラー・クォーク(**squark**)  $\tilde{q}$

**Affleck-Dine mechanism**

[Affleck & Dine, Nucl. Phys. B249 ('85); Dine, et al., Nucl. Phys. B458 ('96)]

- 他の可能性?



▷ 標準理論にある**量子効果による**バリオン数保存の破れ

[次章のテーマ]

||  
( $B + L$ )カレントのアノマリ (chiral anomaly)

バリオン数非保存に対する制限 = 陽子崩壊  $\tau_p > 10^{31}y$

→ 例えば、最も簡単な  $SU(5)$  GUT は除外される

標準理論の( $B + L$ )カレントのアノマリによる $\Delta B \neq 0$ 過程は?

→  $T = 0$ では確率が殆どゼロ

[t Hooft, Phys. Rev. D14 ('76)]

しかし、**高温では頻繁に起こる**という好ましい性質

## (2) CとCP対称性の破れ

★ C対称性 ← **カイラル**・ゲージ相互作用 (∈ 電弱理論、それを含むGUTs)

$$\mathcal{L} \sim g (\bar{\psi}_L \gamma^\mu A_\mu^a T_L^a \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu A_\mu^a T_R^a \psi_R) \text{ において } T_L^a \neq T_R^a$$

例) 標準理論のquark, leptonに対して、 $T_L^a = \frac{\tau^a}{2}$  and  $T_R^a = 0$  and  $Y_L \neq Y_R$

★ CP対称性

- 標準理論: 小林-益川行列に含まれる**複素位相**  $y_{AB} \bar{q}_{AL} \gamma^\mu W_\mu^- q_{BL} + \text{h.c.} (A \neq B)$   
strong CP phase ( $\sim \theta_{\text{QCD}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$ )  $\theta_{\text{QCD}} \simeq 0$  by nEDM実験

- 標準理論の拡張 — 繰り込み可能なCPを破る演算子は限られる

例) **超対称**標準理論

superpotentialの複素パラメータ ( $\mu$ など)

soft SUSY-breaking parameters (質量次元3以下)

$$\mu B \Phi_d \Phi_u, A \phi^3, M \chi \chi \quad [\text{Girardello \& Grisaru, Nucl. Phys. B194 ('82)}]$$

独立は**CP位相**は、これらの組み合わせ

例) 2HDM (two-Higgs-doublet model) 最も一般的なHiggs potential

$$\begin{aligned}
 V = & m_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + m_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 - \left( m_3^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \text{h.c.} \right) \\
 & + \frac{\lambda_1}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) - \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) \\
 & - \left[ \frac{\lambda_5}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + \left( \lambda_6 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + \lambda_7 \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \text{h.c.} \right]
 \end{aligned}$$

→  $\text{Arg} \lambda_5 - 2\text{Arg} m_3^2, \text{Arg} \lambda_6 - \text{Arg} m_3^2, \text{Arg} \lambda_7 - \text{Arg} m_3^2$  が独立なCP位相

## 実験からの制限

[PDG, Standard Model and Related Topics]

▷  $n, e, \mu$ の電気双極子能率(EDM)  $d \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} k_\nu \gamma_5 \psi A_\mu \xrightarrow{\text{NR}} d \bar{\psi} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{E}$

SMでは3-loopから生じる:  $d_n \sim 10^{-31} e \cdot \text{cm}$

実験:  $d_n < 6.5 \times 10^{-26} e \cdot \text{cm}$

SUSY-SMでは、1-loopで生じる ∴ new physicsにsensitive

▷  $B, K$ メソンの崩壊・混合

▷ Forward-Backward Asymmetry in  $t\bar{t}$ -production (LHC), etc.

### (3) 非平衡状態

- 宇宙の膨張  $\Gamma_{\Delta B \neq 0} \simeq H(T)$
- インフレーション直後のReheatingまたはPreheating
  - 粒子生成とエントロピー生成
- 一次相転移 — 相境界面の形成と成長

minimal  $SU(5)$  model:

$$\text{matter: } \begin{cases} 5^* : \psi_L^i & \ni d_R^c, l_L \\ 10 : \chi_{[ij]L} & \ni q_L, u_R^c, e_R^c \\ i = 1 - 5 & \rightarrow (\alpha = 1 - 3, a = 1, 2) \end{cases} \quad \text{gauge: } A_\mu = \begin{pmatrix} G_\mu, B_\mu & X_\mu^{a\alpha} \\ X_\mu^{a\alpha} & W_\mu, B_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &\ni g \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi + g \text{Tr} [\bar{\chi} \gamma^\mu \{A_\mu, \chi\}] \\ &\ni g X_{\alpha\mu}^a [\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \bar{u}_{R\gamma}^c \gamma^\mu q_{L\beta a} + \epsilon_{ab} (\bar{q}_{Lb}^\alpha \gamma^\mu e_R^c + \bar{l}_{Lb} \gamma^\mu d_R^{c\alpha})] \end{aligned}$$

熱浴から生成された  $X$ - $\bar{X}$  対の崩壊での  
バリオン数変化の期待値

$$\langle \Delta B \rangle = \frac{2}{3}r - \frac{1}{3}(1-r) - \frac{2}{3}\bar{r} + \frac{1}{3}(1-\bar{r}) = r - \bar{r}$$

$\therefore C$  または  $CP$  が保存されるなら ( $r = \bar{r}$ )  
 $\implies \Delta B = 0$

過程	分岐比	$\Delta B$
$X \longrightarrow qq$	$r$	$2/3$
$X \longrightarrow \bar{q}\bar{l}$	$1-r$	$-1/3$
$\bar{X} \longrightarrow \bar{q}\bar{q}$	$\bar{r}$	$-2/3$
$\bar{X} \longrightarrow q, l$	$1-\bar{r}$	$1/3$

逆過程がsuppressされるならば、 $B \propto r - \bar{r}$  が生成される。

実際、 $T \simeq m_X$ では、 $X$ の崩壊率:  $\Gamma_D \simeq \alpha m_X$  ( $\alpha \sim 1/40$ )

→  $\Gamma_D \simeq H(T = m_X)$ なので、 $X \bar{X}$ 対の生成・消滅は平衡から外れる。

$$H(T) \simeq 1.66 \sqrt{g_*} \frac{T^2}{m_{\text{Pl}}} \quad g_*: \text{有効massless自由度}$$

$SU(5)$  modelは $(B - L)$ を保存 —  $(B + L)$ を生成

→ アノマリによる $\Delta(B + L) \neq 0$ 過程 が平衡になると  $B + L \rightarrow 0$  [後述]



baryogenesisの新しい可能性

$\Delta(B + L) \neq 0$ 過程が平衡になる前に  $B - L \neq 0$ を生成しておけばよい。

Leptogenesis:  $\Delta L \neq 0 \rightarrow B = -L$

## Baryogenesisのシナリオ

シナリオ	$\Delta B \neq 0$	$CP$ の破れ	非平衡過程
GUTs	leptoquarkの崩壊	decay vertex	宇宙の膨張 $\Gamma_D < H$
Leptogenesis	heavy- $\nu$ の崩壊	decay vertex	宇宙の膨張 $\Gamma_D < H$
Affleck-Dine	$\langle \tilde{q} \rangle, \langle \tilde{l} \rangle \neq 0$	scalar potential	古典場の運動
Electroweak	anomaly	Yukawa, gauge, SUSY-br.	電弱一次相転移
string, DW <sup>(1)</sup>	anomaly	Yukawa, gauge	defectの運動
inflationary <sup>(2)</sup>	$B$ -scalar	scalar potential	(p)reheating

- (1) Brandenberger and Davis, Phys. Lett. B308 ('93);  
Brandenberger, Davis and Trodden, Phys. Lett. B349 ('94);
- (2) KF, Kakuto, Otsuki and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 105 ('01)  
Rangarajan and Nanopoulos, Phys. Rev. D64 ('01).

## 3. スファレロン過程

### この章の目的

- スファレロン、スファレロン過程とは何か？
- スファレロンはどんな効果があるのか？
- 初期宇宙での意味は？
- スファレロン解の求め方 (時間があれば)



## 3.1 スファレロンとは？

### Sphaleron

語源:  $\sigma\varphi\alpha\lambda\epsilon\rho\sigma$  = ready-to-fall, deceitful (偽りの)

[cf. a-sphalt]

[Klinkhamer and Manton, Phys. Rev. D30 ('84)]

- ▷ 場の理論の静的古典解 (有限エネルギー)
- ▷ 不安定 — 古典解の周りの揺らぎのスペクトルに1個の負モード

### 既知のSphaleron解

4-dim. SU(2) gauge + 1-doublet Higgs	[Klinkhamer and Manton, Phys. Rev. D30 ('84)]
2-dim. $U(1)$ gauge-Higgs model	[Bocharev and Shaposhnikov, Mod. Phys. Lett. A2 ('87)]
2-dim. $O(3)$ nonlinear sigma model	[Mottola and Wipf, Phys. Rev. D39 ('89)]
2-Higgs-Doublet Model	[Kastening, Peccei and Zhang, Phys. Lett. B266 ('91)]
MSSM with $V_{\text{eff}}(T)$	[Moreno, Oaknin and Quiros, Nucl. Phys. B483 ('97)]
Next-to-MSSM	[KF, Kakuto, Tao and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 114 ('05)]

## 場の理論における古典解

$$\frac{\delta S[\phi]}{\delta \phi(x)} = 0 \quad \phi(x) = \{\Phi(x), A_\mu(x), \dots\}$$

→ Path Integralの鞍点 [WKB近似のlowest] — 振幅への主たる寄与

### 4次元場の理論の古典解の例

#### ★ 静的解 (soliton)

[Coleman, Classical Lumps and Their Quantum Descendants]

't Hooft-Polyakov monopole

$SU(2)$  triplet Higgs

$$\pi_2(SU(2)/U(1)) \simeq \mathbf{Z}$$

Skyrmion

$SU(2)$  nonlinear  $\sigma$ -model

$$\pi_3(SU(2)) \simeq \mathbf{Z}$$

#### ★ Euclid時空解 (instanton)

[Coleman, The Uses of Instantons]

Belavin-Polyakov-Schwartz-Tyupkin (BPST)

$SU(2)$  pure Yang-Mills

$$\pi_3(SU(2)) \simeq \mathbf{Z}$$

これらは**安定解**  $\iff \frac{\delta^2 S[\phi]}{\delta \phi(x) \delta \phi(y)} \Big|_{\text{solution}} = 0$  の**固有値**  $\geq 0$

$\iff$  topological chargeの保存

## 3.2 スファレロンとバリオン数

標準理論の  $B$ ,  $L$  カレントのアノマリ

$$\partial_\mu j_{B+L}^\mu = \frac{N_f}{16\pi^2} [g_2^2 \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu}]$$

$$\partial_\mu j_{B-L}^\mu = 0$$

$N_f$  = 世代数

$$\tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$$

これらの式の和を積分して

$$\begin{aligned} B(t_f) - B(t_i) &= \frac{N_f}{32\pi^2} \int_{t_i}^{t_f} d^4x [g_2^2 \text{Tr}(F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}) - g_1^2 B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu}] \\ &= N_f [N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i)] \end{aligned}$$

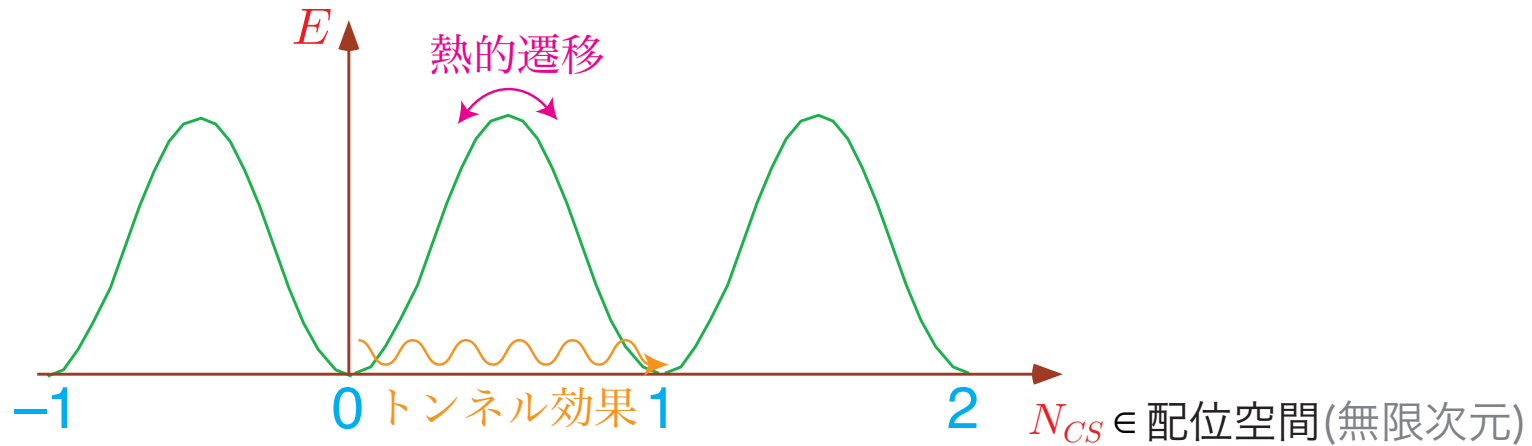
ここで  $N_{CS}$  は Chern-Simons number:  $A_0 = 0$ -gauge では

$$N_{CS}(t) = \frac{1}{32\pi^2} \int d^3x \epsilon_{ijk} \left[ g_2^2 \text{Tr} \left( F_{ij} A_k - \frac{2}{3} g A_i A_j A_k \right) - g_1^2 B_{ij} B_k \right]_t$$

gauge系の**古典的真空** :  $\mathcal{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2) = 0 \iff F_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} = 0$

$\iff A_\mu = iU^{-1}\partial_\mu U, B_\mu = \partial_\mu v$  with  $U \in SU(2)$        $U(\mathbf{x}) : S^3 \rightarrow U \in SU(2) \simeq S^3$

$\pi_3(S^3) \simeq \mathbb{Z} \implies U(\mathbf{x})$  は整数  $N_{CS}$  で分類される



$\Delta B \neq 0$        $\left\{ \begin{array}{ll} \triangleright \text{量子トンネル効果} & \text{低温} \\ \triangleright \text{熱的遷移} & \text{高温} \end{array} \right.$

トンネル確率  $\sim e^{-2S_{\text{instanton}}} = e^{-8\pi^2/g_2^2} \simeq e^{-164} \ll 1$        $\therefore$  陽子崩壊の問題なし

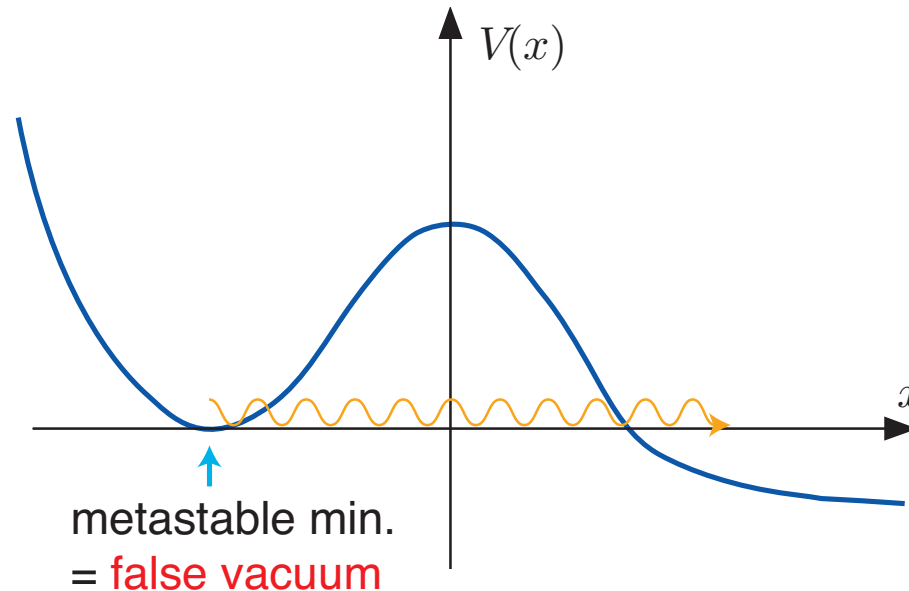
熱的遷移確率  $\sim e^{-E_{\text{sph}}/T}$

### 3.3 スファレロン過程とその確率

“fate of false vacuum” — 縮退した状態の間の遷移の代わりに不安定状態を考える

★  $T = 0$ : Callan-Coleman, Phys. Rev. D16 ('77); Coleman, The Uses of Instantons

★  $T \neq 0$ : Affleck, Phys. Rev. Lett. 46 ('81)



$T = 0$ での崩壊率: 
$$\Gamma \simeq \frac{2}{\hbar} \text{Im} E_0 \simeq \left( \frac{S_{\text{cl}}}{2\pi\hbar} \right)^{1/2} e^{-S_{\text{cl}}/\hbar} [1 + O(\hbar)]$$

$E_0$  = false vacuum (に localize した状態の「エネルギー」)

$S_{\text{cl}}$  = bounce の Euclid 作用

$$T \neq 0 \implies \Gamma \propto \text{Im}F$$

$F = -T \log \text{Tr} e^{-H/T}$  :  $H$ はエルミートなのに?

→  $\text{Im}F$ は、その計算法によって定義される。

## 1次元量子力学

$x_0$ にlocalizeした状態

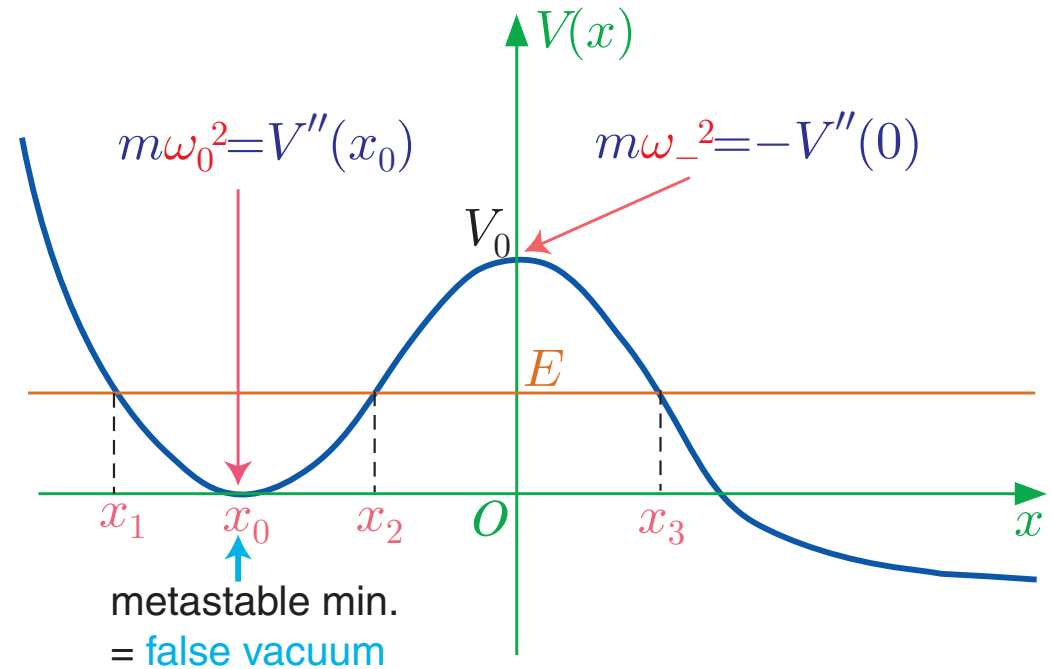
初期状態: 熱平衡状態

(調和振動子 at  $x_0$ )

準安定  $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\hbar\omega_0, T \ll V_0$

崩壊率の自然な定義:

$$\Gamma(T) \equiv \int_0^\infty dE \frac{e^{-E/T}}{Z_0} \Gamma(E),$$

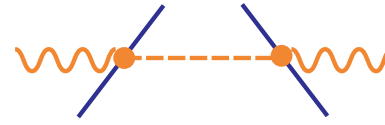


$$Z_0 = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\hbar\omega_0(n+1/2)/T} = \left(2 \sinh \frac{\hbar\omega_0}{2T}\right)^{-1}, \quad \Gamma(E) = -\frac{i\hbar}{2m} (\psi_E^* \psi'_E - \psi_E'^* \psi_E)$$

$\psi_E(x)$ をWKB近似で計算

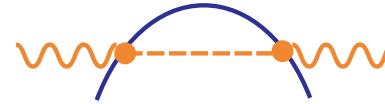
[Landau-Lifshitz, Quantum Mechanics]

(1)  $E < V_0$  線形近似



$$\Gamma(E) \simeq \frac{1}{2\pi\hbar} \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_{x_2(E)}^{x_3(E)} dx \sqrt{2m(V(x) - E)} \right]$$

(2)  $E \gtrsim V_0$  放物線近似



$$\Gamma(E) \simeq \frac{1}{2\pi\hbar} \left\{ 1 + \exp \left[ -\frac{2\pi}{\hbar\omega_-} (E - V_0) \right] \right\}^{-1}$$

$\Rightarrow \Gamma(T)$ の $E$ -積分の評価で、低温では(1)を用い、高温では(2)を用いる。

(i) 低温:  $T = \beta^{-1} < \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$  —  $E$ -積分は  $E < V_0$  の区間の寄与大  $\therefore$  線形近似

$$\Gamma \simeq \frac{Z_0^{-1}}{2\pi\hbar} \int_0^\infty dE e^{-[\beta\hbar \cdot E + W(E)]/\hbar} = \frac{Z_0^{-1}}{2\pi\hbar} \int_0^\infty dE e^{-f(E)/\hbar}$$

ここで

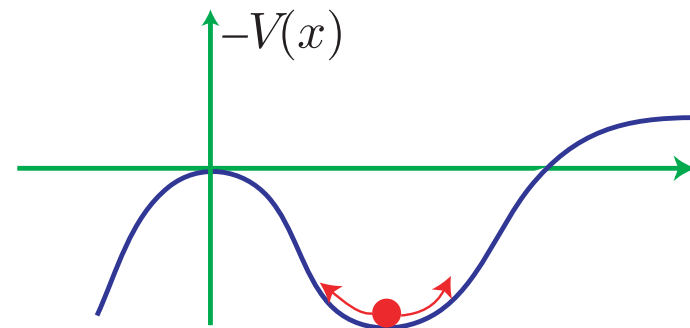
$$W(E) \equiv 2 \int_{x_2(E)}^{x_3(E)} dx \sqrt{2m(V(x) - E)}$$

WKB近似:  $f'(E_0) = \beta\hbar - T(E_0) = 0$

$$T(E) \equiv \int_{x_2(E)}^{x_3(E)} dx \sqrt{\frac{2m}{V(x) - E}} = -V(x) \text{ の中で運動するエネルギー } -E \text{ の軌道の周期}$$

$$\min_{0 \leq E < \infty} \{T(E)\} = T(0) \simeq \frac{2\pi}{\omega_-}$$

$$\beta\hbar \gtrsim \frac{2\pi}{\omega_-} \implies \exists E_0 > 0 \quad \text{s.t.} \quad \beta\hbar = T(E_0)$$





Gauss積分により

$$\Gamma \simeq \frac{Z_0^{-1}}{2\pi\hbar} e^{-[T(E_0)E_0+W(E_0)]/\hbar} \left| \frac{2\pi\hbar}{T'(E_0)} \right|^{1/2}$$

ここで指数は  $W(E)$  の Legendre 変換

$$\begin{aligned} T(E) \cdot E + W(E) &= S(T(E)) = \text{エネルギー} - E \text{ の作用} \\ &= \text{bounce 解の作用} \end{aligned}$$

(ii) 高温:  $T = \beta^{-1} > \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$        $f'(E) = 0$  の解無し      積分は  $E \gtrsim V_0$  の寄与大

$$\Gamma \simeq \frac{Z_0^{-1}}{2\pi\hbar} \int_0^\infty dE \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-2\pi(E-V_0)/(\hbar\omega_-)}} = \frac{Z_0^{-1}}{2\pi\hbar} e^{-\beta V_0} \int_{-V_0}^\infty dE \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-2\pi E/(\hbar\omega_-)}}$$

integrand  $\rightarrow 0$  as  $E \rightarrow -\infty$

$$\begin{aligned} &\simeq \frac{Z_0^{-1}}{2\pi\hbar} e^{-\beta V_0} \int_{-\infty}^\infty dE \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-2\pi E/(\hbar\omega_-)}} \\ &= Z_0^{-1} \omega_- \cdot \frac{e^{-\beta V_0}}{4\pi \sin(\beta\hbar\omega_-/2)} \end{aligned}$$

## 波動関数にWKB近似を適用した結果のまとめ

•  $T = \beta^{-1} \lesssim \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$  :

$$\Gamma \simeq Z_0^{-1} |2\pi T'(E_0)|^{-1/2} e^{-S(E_0)/\hbar}$$

$S(E_0)$ はエネルギー $-E_0$ の古典解(bounce)のEuclid作用

•  $T = \beta^{-1} \gtrsim \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}$  :

$$\Gamma \simeq Z_0^{-1} \omega_- \cdot \frac{e^{-\beta V_0}}{4\pi \sin(\beta\hbar\omega_-/2)}$$

これらの結果を $\text{Im}F$ の評価(WKB approx.)と比較する。

$$F = -\frac{1}{\beta} \log \text{Tr} e^{-\beta H} = \frac{1}{\beta} \log \int_{\text{periodic bc}} [dx] e^{-S[x]/\hbar}$$

ここで

$$S[x] = \int_0^{\beta\hbar} dt \left[ \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t) + V(x) \right]$$

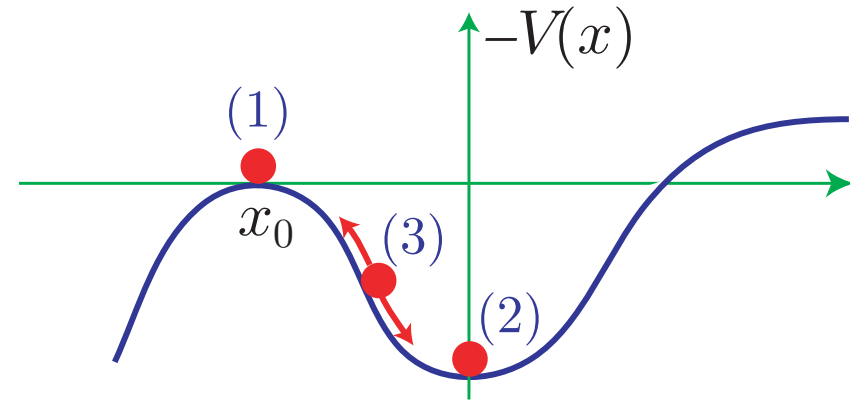
## 経路積分のWKB近似 ( $\hbar \sim 0$ の鞍点法)

境界条件を満たす解  $x(0) = x(\beta\hbar)$

(1)  $x_{\text{cl}}(t) = x_0 \quad (\forall t)$

(2)  $x_{\text{cl}}(t) = 0 \quad (\forall t)$

(3) **bounce**  $x_{\text{cl}}(t) = x_b(t)$  with  $x_b(0) = x_b(\beta\hbar)$



- { (1)と(2)の解は常に存在する
- { (3)の解は、 $\beta\hbar \gtrsim 2\pi/\omega_-$  のときだけ  $\leftrightarrow$  低温

それぞれの解の寄与

(1)  $Z^{(1)} \simeq e^{-S[x_{\text{cl}}]/\hbar} \int [dy] e^{-\frac{1}{2\hbar} \int_0^{\beta\hbar} dt (\dot{y}^2 + \omega_0^2 y^2)} = \frac{1}{2 \sinh(\beta\hbar\omega_0/2)} = Z_0$

(2)  $Z^{(2)} \simeq e^{-S[x_{\text{cl}}]/\hbar} \int [dy] e^{-\frac{1}{2\hbar} \int_0^{\beta\hbar} dt (\dot{y}^2 - \omega_-^2 y^2)} = e^{-\beta V_0} \cdot \frac{1}{2i} \cdot \frac{1}{2 \sin(\beta\hbar\omega_-/2)}$

$\uparrow$   
 解析接続

operator  $-\partial_t^2 + V''(x_b)$ について

- zero mode:  $\psi_0(t) = C \dot{x}_b(t) \quad \because (-\partial_t^2 + V''(x_b)) \dot{x}_b(t) = \frac{d}{dt}[-\ddot{x}_b + V'(x_b)] \equiv 0$
- $\dot{x}_b(t)$ には節(zero点)がある。 $\implies \exists$  one negative mode

$$\left[ \det'(-\partial_t^2 + V''(x_b)) \right]^{-1/2} = \frac{1}{2i} \left| \det'(-\partial_t^2 + V''(x_b)) \right|^{-1/2} = \frac{1}{2i} |S[x_b] \cdot T'(E)|^{-1/2}$$

↑  
[Rajaraman, Phys.Rep. C21 ('75)]

$$\therefore Z^{(3)} \simeq \sum_{n=1}^{N(\beta)} \frac{1}{n!} \left[ -\frac{i\beta\hbar}{2} \left( \frac{S[x_b]}{2\pi\hbar} \right)^{1/2} e^{-S[x_b]/\hbar} |S[x_b] \cdot T'(E)|^{-1/2} \right]^n$$

虚数部は  $n = \text{odd}$  の項から  $\rightarrow n = 1$  が dominate

$$\text{Im } F = -\frac{1}{\beta} \text{Im} \left[ \log Z_0 + \log \left( 1 + \frac{Z^{(2)}}{Z_0} + \frac{Z^{(3)}}{Z_0} \right) \right]$$

を展開して低温・高温で**虚数部**への寄与の大きい項を抜き出すと

- low temperature :  $\beta^{-1} < \hbar\omega_-/(2\pi)$

$$\text{Im } F \simeq -\frac{1}{\beta Z_0} \text{Im } Z^{(3)} \simeq Z_0^{-1} \frac{\hbar}{2} |2\pi\hbar T'|^{-1/2} e^{-S[x_b]/\hbar}$$

- high temperature :  $\beta^{-1} > \hbar\omega_-/(2\pi)$

$$\text{Im } F \simeq -\frac{1}{\beta Z_0} \text{Im } Z^{(2)} \simeq Z_0^{-1} \frac{1}{4\beta \sin(\beta\hbar\omega_-/2)} e^{-\beta V_0}$$

この結果を波動関数のWKB近似を用いた $\Gamma$ と比較すると

$$\star T < \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}:$$

$$\Gamma \simeq \frac{2}{\hbar} \text{Im } F \simeq Z_0^{-1} |2\pi\hbar T'(E_0)|^{-1/2} e^{-S[x_b]/\hbar}$$

トンネル効果

$$\star T > \frac{\hbar\omega_-}{2\pi}:$$

$$\Gamma \simeq \frac{\omega_- \beta}{\pi} \text{Im } F \simeq Z_0^{-1} \frac{\omega_-}{4\pi \sin(\beta\hbar\omega_-/2)} e^{-\beta V_0}$$

熱的遷移

$\text{Im } F$ の計算は多自由度系(場の理論)に適用可

高温ではnegative modeを1つだけ持つ静的解が必要 = sphaleron

★ broken phase

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(b)} \simeq k \mathcal{N}_{\text{tr}} \mathcal{N}_{\text{rot}} \frac{\omega_-}{2\pi} \left( \frac{\alpha_W(T)T}{4\pi} \right)^3 e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

$$\mathcal{N}_{\text{tr}} = 26, \quad \mathcal{N}_{\text{rot}} = 5.3 \times 10^3 \text{ for } \lambda = g^2$$

$$\omega_-^2 \simeq (1.8 \sim 6.6)m_W^2 \text{ for } 10^{-2} \leq \lambda/g^2 \leq 10, \quad k \simeq O(1)$$

★ symmetric phase

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(s)} \simeq \kappa (\alpha_W T)^4$$

← 次元解析

$$\text{MC simulation} \Rightarrow \langle N_{CS}(t)N_{CS}(0) \rangle \sim \langle N_{CS} \rangle^2 + Ae^{-\Gamma V t}$$

$$\kappa = 1.09 \pm 0.04 \quad SU(2) \text{ pure gauge系} \quad [\text{Ambj\o{r}n and Krasnitz, P.L.B362('95)}]$$

高温相ではSphaleron解は無いが、**スファレロン過程** と言う。

## その他の $\Gamma$ の計算法 – 非平衡統計力学 –

★ classical stochastic approach [Langer, Ann.Phys. 54 ('69); Ringwald, P.L. B201 ('88)]

分布関数 $\rho(q, p; t)$ に対するFokker-Planck eq.  $\longrightarrow$  定常確率流  $\equiv \Gamma$

★ formal density operator approach [Zubarev, "Nonequilibrium Statistical Thermodynamics";  
Khlebnikov, Shaposhnikov, N.P. B308 ('88)]

Liouville eq.の形式解  $\longrightarrow$  線形応答近似

★ numerical approach [Grigoriev, Rubakov, Shaposhnikov, P.L. B216 ('89);  
Ambjørn, et al., P.L. B216 ('89); Ambjørn, Krasnitz, P.L. B362 ('95)  
Smit, Tang, N.P. B482 ('96)]

古典論的Hamiltonian格子理論( $A_0 = 0$  gauge)

初期配位  $(\phi, \pi)$ : weight  $e^{-\beta H(\phi, \pi)}$  MC

$\longrightarrow$  古典的運動方程式による時間発展 (エルゴード性)

$\longrightarrow$  時刻 $t$ での配位  $\Rightarrow \langle N_{CS}(t)N_{CS}(0) \rangle$

## MC Simulationの例 —2次元 $U(1)$ gauge-Higgs系—

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + |D_{\mu}\phi|^2 - \lambda \left( |\phi|^2 - v^2 \right)^2$$

- instanton = vortex  $\leftarrow \pi_1(U(1)) = \mathbb{Z}$  [Raby and Ukawa, Phys. Rev. D18 ('78)]
- classical vacua ( $A_0 = 0$  gauge)

$$\phi(x) = v e^{i\alpha(x)}, \quad A_1(x) = \frac{1}{g} \partial_x \alpha(x)$$

$$\text{with } \alpha(\infty) - \alpha(-\infty) = 2\pi N$$

axial fermion数の変化  $\leftarrow$  axial  $U(1)$  anomaly

$$\Delta Q_5 = \frac{g}{4\pi} \int_{t_i}^{t_f} dt dx \epsilon_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i),$$

$$N_{CS}(t) = \frac{g}{2\pi} \int dx A_1(x) = N \quad \text{for the vacua}$$



- sphaleron解 ( $A_0 = 0$  gauge)

$$\phi_{\text{sph}}(x) = e^{i\pi(1-y(x))/2} v y(x) = e^{i\theta(x)} v y(x),$$

$$A_1^{\text{sph}}(x) = \frac{1}{g} \partial_x \theta(x)$$

$$y(x) \equiv \tanh(\sqrt{\lambda} v x) = \tanh(m_H x / 2)$$

$$N_{CS} = \frac{g}{2\pi} \int dx A_1^{\text{sph}}(x) = \frac{1}{2\pi} [\theta(\infty) - \theta(-\infty)] = \frac{1}{2}$$

N.B.

$\theta(x)$ は $\phi_{\text{sph}}(x)$ の位相ではない

$|\phi_{\text{sph}}(x)|$ と $\text{Arg}(\phi_{\text{sph}}(x))$ は $x = 0$ で滑らかではない

vacuumでの配位( $N_{CS} = 0, -2, 4$ )と $N_{CS}$ の変化

$N_{CS}$ 変化中の $|\phi(x)|$

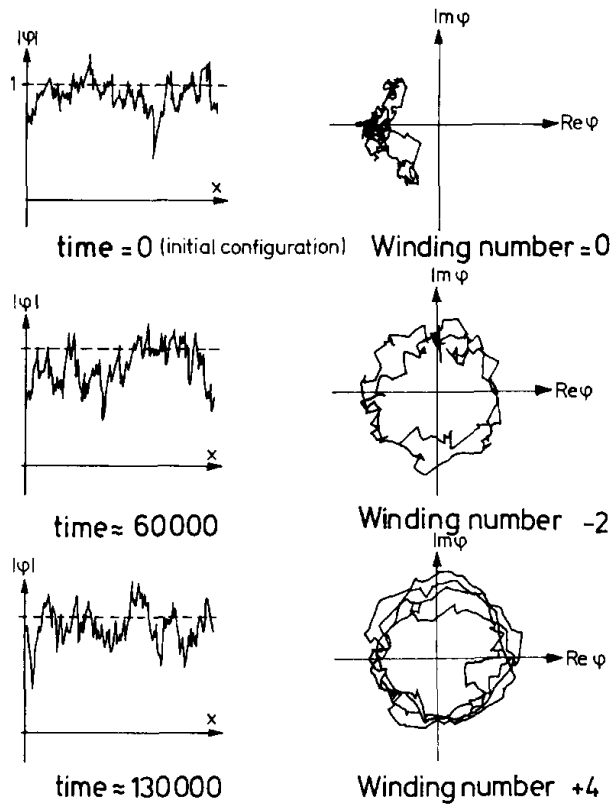


Fig. 1. States of the system ( $T=0.07M_{sph}$ ).

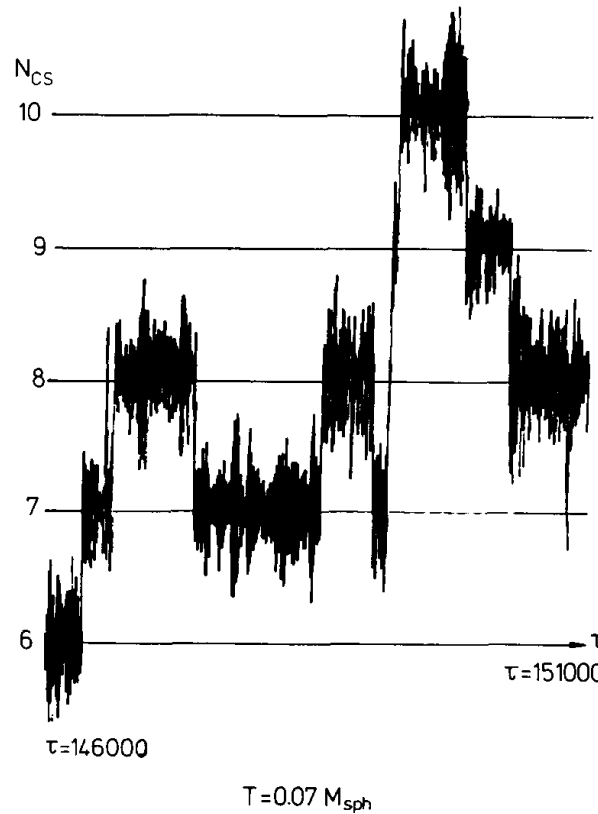
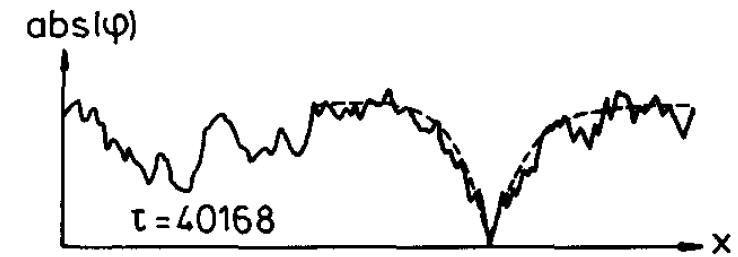


Fig. 2. Chern-Simons number as a function of time ( $T=0.07 M_{sph}$ ).



# $N_{CS}$ 変化中の $\text{Arg}\phi$ の動き

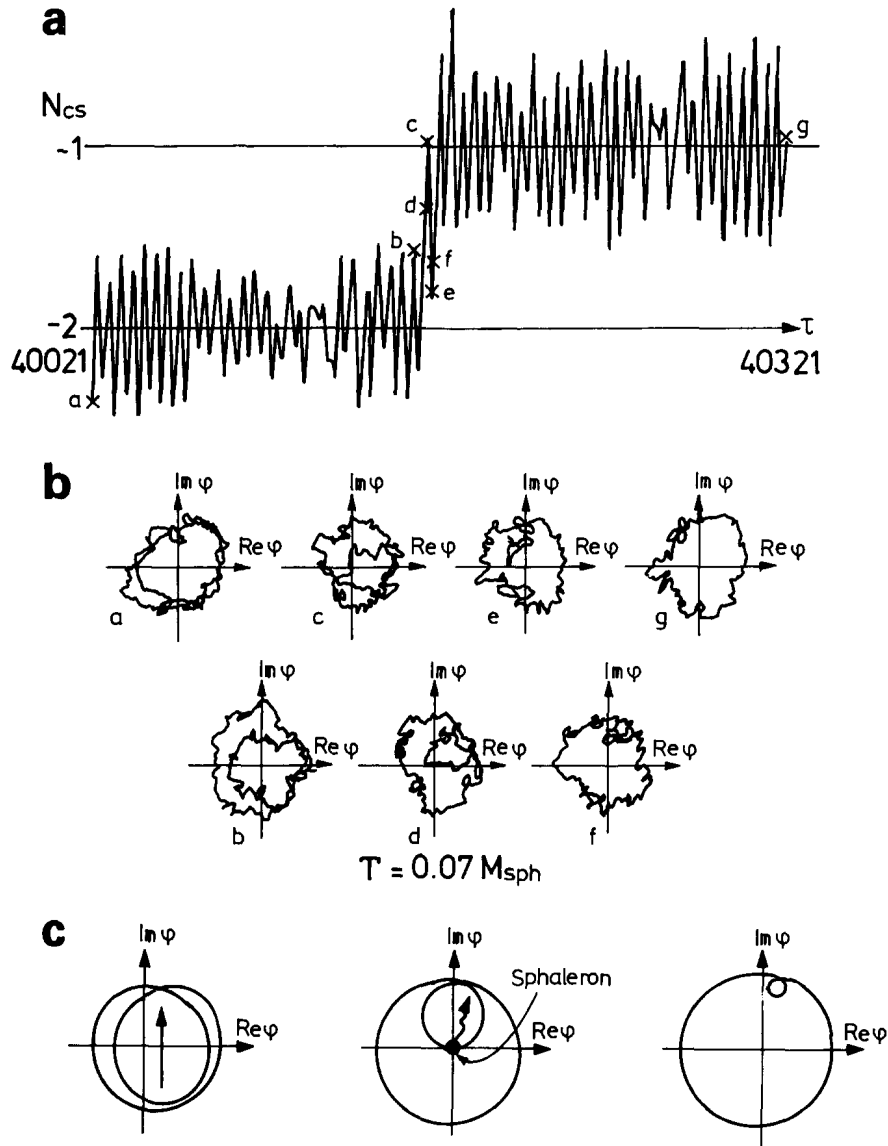


Fig. 3. Anatomy of the sphaleron transition: (a) Behaviour of the Chern-Simons number. (b) “Trajectories” of the scalar field at different moments a-g; the parameter along the curve is the spatial coordinate  $x^1$ . (c) Schematic plot of the sequence of (b).

# $\Gamma$ vs $T$

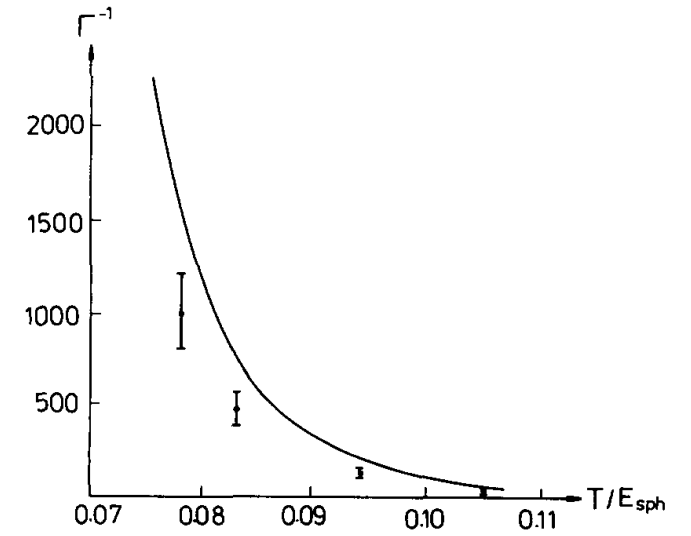


Fig. 5. Transition rate as a function of the temperature.

## Fermion数の変化

$$\partial_\mu J_B^\mu = \partial_\mu J_L^\mu = N_f \left[ \frac{g_2^2}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} + \frac{g_1^2}{32\pi^2} B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} \right]$$

bosonicな背景場の変化  $\implies$  Fermion数( $B + L$ )の変化

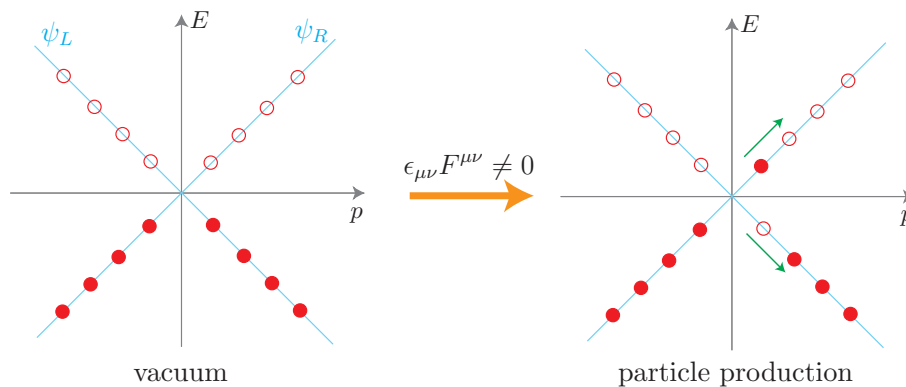
- Index定理

[Atiyah and Singer, 1968]

$$n_R - n_L = \nu = \frac{g^2}{16\pi^2} \int d^4x \text{Tr} (F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu})$$

$\Delta(\text{chiral fermions}) = \text{Pontrjagin index} = \text{instanton no.}$

- Level crossing



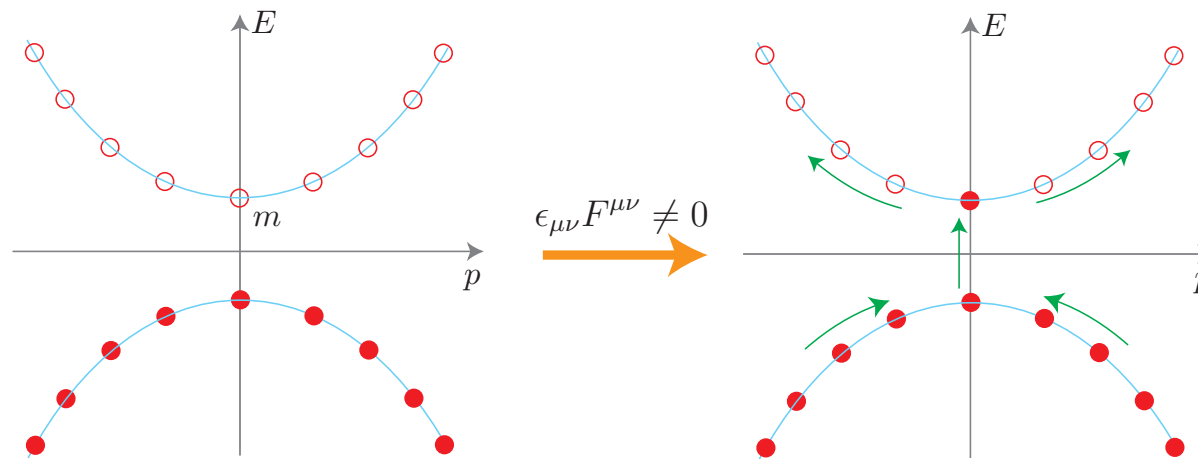
断熱的にgauge場をon-off

instanton config.

Christ, Phys. Rev. D21 ('80)

Ambjørn, et al. Nucl. Phys. B221 ('83)

mass gap



∃ Higgs winding  $\implies$  非断熱過程 : fermion hopping  
e.g., sphaleron config.

## EW理論の古典解とFermion数についてのreview

Klinkhamer and Rupp, J. Math. Phys. 44 ('03) (hep-th/0304167)

### 3.4 平衡スファレロン過程と量子数

宇宙の膨張の時間スケール  $H(T)^{-1} \simeq \frac{m_{\text{P}}}{1.66\sqrt{g_*} T^2}$   $10^{14}\text{GeV}^{-1}$  at  $T = 100\text{GeV}$

素過程の時間スケール  $\bar{t} \simeq \lambda = \frac{1}{\sigma n(T)} \simeq \frac{1}{\alpha^2 T}$   $1 - 10\text{GeV}^{-1}$  (strong-EW int.)

スファレロン過程(sym.)  $\bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{sym})} \simeq \frac{1}{\alpha_W^4 T}$   $10^3\text{GeV}^{-1}$

スファレロン過程(br.)  $\bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{br})} \simeq \frac{1}{\alpha_W^4 T} e^{E_{\text{sph}}/T}$

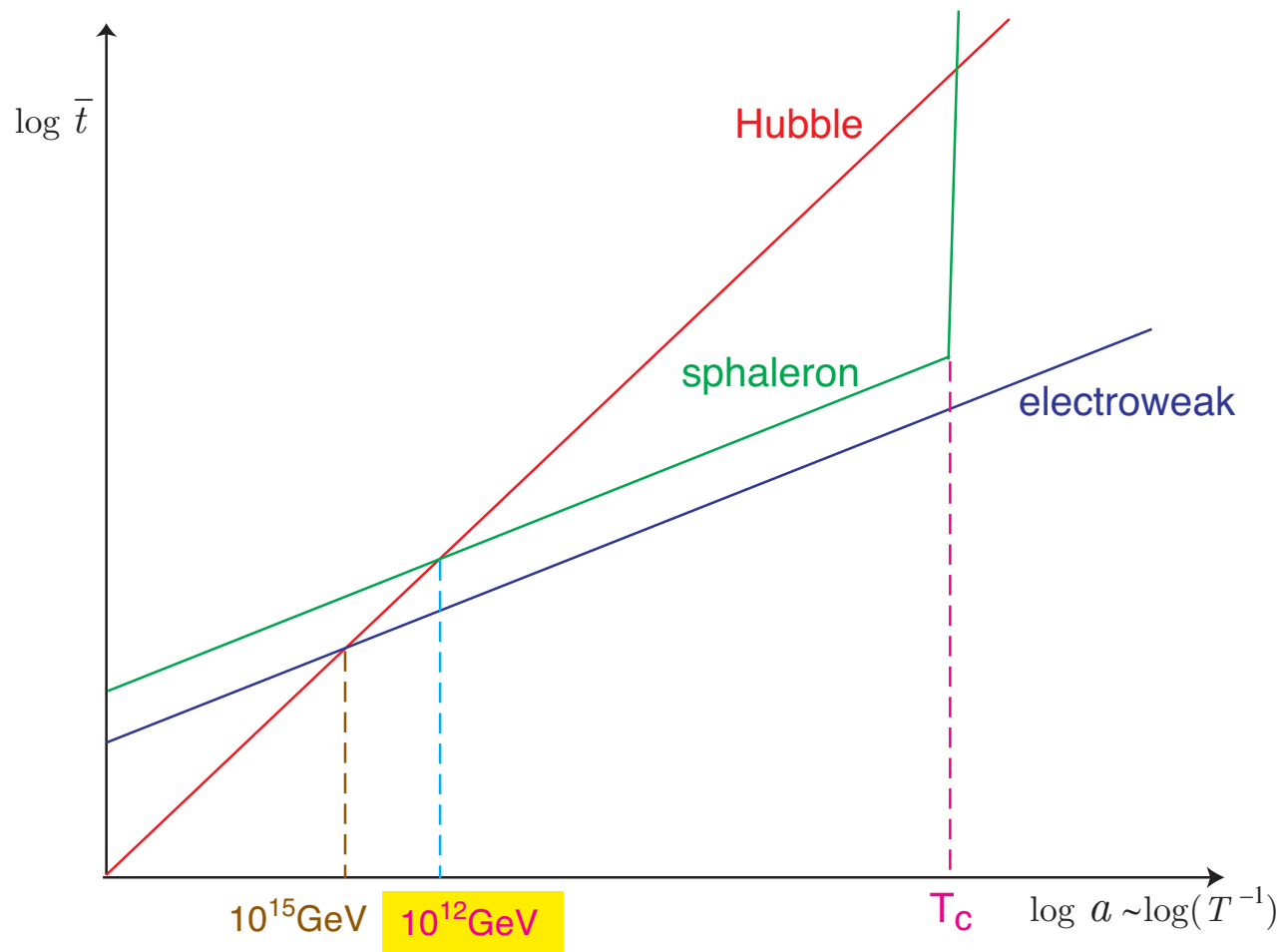
$T = T_C \simeq 100\text{GeV}$  で電弱相転移 =  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  の自発的破れ  $\langle \Phi \rangle_T \neq 0$

★  $T > T_C$  (対称相)  $\implies \bar{t}_{\text{QCD}} < \bar{t}_{EW} < \bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{sym})} \ll H(T)^{-1}$

∴ 全てのゲージ相互作用と、スファレロン過程は化学平衡

★  $T \lesssim T_C$  (非対称相)  $\implies \bar{t}_{\text{QCD}} < \bar{t}_{EW} \ll H(T)^{-1}$

∴ 全てのゲージ相互作用は化学平衡



電弱相転移直後  $v(T_C) \ll 200\text{GeV}$  (弱い一次、または二次転移) のとき、

$$T_{\text{dec}} < T < T_C \implies \bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{br})} > H(T)^{-1} \text{ となる } T_{\text{dec}} \text{ が存在する。}$$

→ 非対称相でさえ、スファレロン過程は化学平衡

## 平衡状態での量子数

—スファレロンが化学平衡なら残る  $B \propto (B - L)$

保存量  $Q_i$  ( $[H, Q_i] = 0$ ) があるとき、分配関数:  $Z(T, \mu) \equiv \text{Tr} \left[ e^{-(H - \sum_i \mu_i Q_i)/T} \right]$  より

$$\langle Q_i \rangle(T, \mu) = T \frac{\partial}{\partial \mu_i} \log Z(T, \mu) \quad \longrightarrow \quad Q_i \text{ と } \mu_i \text{ の関係}$$

LFVが無い電弱理論:  $Q_i = B/N_f - L_i$ , unbroken gauge charge

現実には  $Z(T, \mu)$  の計算は困難 ( $\because$  全ての場についての経路積分、非摂動効果)



- 摂動論

[Khebnikov & Shaposhnikov, Phys. Lett. B387 ('96);  
Laine & Shaposhnikov, Phys. Rev. D61 ('00) ]

- 自由場近似

各粒子の化学ポテンシャル  $\mu$  を導入し、 $Q_i$  を粒子の  $\mu$  で表す。

粒子の  $\mu$  には化学平衡の関係式 (e.g.  $\mu_A + \mu_B = \mu_C$ ) が成り立つ。



★ massless free-field approximation

$$\begin{aligned}
 \langle N \rangle = \langle n \rangle - \langle \bar{n} \rangle &= \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[ \frac{1}{e^{(\omega_k - \mu)/T} \mp 1} - \frac{1}{e^{(\omega_k + \mu)/T} \mp 1} \right] \\
 &\stackrel{m \ll T}{\simeq} \frac{T^3}{2\pi^2} \int_0^\infty dx \left[ \frac{x^2}{e^{x - \mu/T} \mp 1} - \frac{x^2}{e^{x + \mu/T} \mp 1} \right] \\
 &\stackrel{|\mu| \ll T}{\simeq} \begin{cases} \frac{T^3}{3} \cdot \frac{\mu}{T}, & \text{(bosons)} \\ \frac{T^3}{6} \cdot \frac{\mu}{T}, & \text{(fermions)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\text{cf. } s = \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \rightarrow \frac{\langle N \rangle}{s} \sim \frac{|\mu|}{T} \simeq 10^{-10} \ll 1$$

質量の効果  $\rightarrow$  [Dreiner & Ross, Nucl. Phys. B410 ('93)]

粒子の化学ポテンシャル —  $N$ 世代のフェルミオン、 $N_H$ 個のHiggs doublets ( $\phi^0 \phi^-$ )

$W^-$	$u_{L(R)}$	$d_{L(R)}$	$e_{iL(R)}$	$\nu_{iL}$	$\phi^0$	$\phi^-$	$(3N + 7) \mu$ 's
$\mu_W$	$\mu_{u_{L(R)}}$	$\mu_{d_{L(R)}}$	$\mu_{iL(R)}$	$\mu_i$	$\mu_0$	$\mu_-$	

$W$ は横波自由度のみ,  $\phi^{0,-}$ はNG modeもカウント

color, charge neutrality  $\rightarrow \mu_{\text{gluon}} = \mu_{Z,\gamma} = 0$

quark mixingは化学平衡, LFVは無し

化学平衡  $\left\{ \begin{array}{l} \text{gauge: } \mu_W = \mu_{d_L} - \mu_{u_L} = \mu_{iL} - \mu_i = \mu_- + \mu_0 \quad N + 2 \\ \text{Yukawa: } \mu_0 = \mu_{u_R} - \mu_{u_L} = \mu_{d_L} - \mu_{d_R} = \mu_{iL} - \mu_{iR} \quad N + 2 \end{array} \right.$

$\therefore 3N + 7 - 2(N + 2) = N + 3 \quad \mu : (\mu_W, \mu_0, \mu_{u_L}, \mu_i)$

sphaleron process :  $|0\rangle \rightleftharpoons \prod_i (u_L d_L d_L \nu_L)_i \iff N(\mu_{u_L} + 2\mu_{d_L}) + \sum_i \mu_i = 0$

## 量子数密度 $[T^2/6$ を単位とする]

$$B = N(\mu_{u_L} + \mu_{u_R} + \mu_{d_L} + \mu_{d_R}) = 4N\mu_{u_L} + 2N\mu_W,$$

$$L = \sum_i (\mu_i + \mu_{iL} + \mu_{iR}) = 3\mu + 2N\mu_W - N\mu_0$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2}{3}N(\mu_{u_L} + \mu_{u_R}) \cdot 3 - \frac{1}{3}N(\mu_{d_L} + \mu_{d_R}) \cdot 3 - \sum_i (\mu_{iL} + \mu_{iR}) - 2 \cdot 2\mu_W - 2N_H\mu_- \\ &= 2N\mu_{u_L} - 2\mu - (4N + 4 + 2N_H)\mu_W + (4N + 2N_H)\mu_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{1}{2}N(\mu_{u_L} - \mu_{d_L}) \cdot 3 + \frac{1}{2} \sum_i (\mu_i - \mu_{iL}) - 2 \cdot 2\mu_W - 2 \cdot \frac{1}{2}N_H(\mu_0 + \mu_-) \\ &= -(2N + N_H + 4)\mu_W \end{aligned}$$

ここで  $\mu \equiv \sum_i \mu_i$  と置いた。

- $T \gtrsim T_C$  (symmetric phase)  $Q = I_3 = 0$ を要請。 ( $\mu_W = 0$ )

$$B = \frac{8N + 4N_H}{22N + 13N_H} (B - L), \quad L = -\frac{14N + 9N_H}{22N + 13N_H} (B - L)$$

- $T \lesssim T_C$  (broken phase)  $Q = 0$  and  $\mu_0 = 0$  ( $\because \phi^0$  condensates)

$$B = \frac{8N + 4(N_H + 2)}{24N + 13(N_H + 2)} (B - L), \quad L = -\frac{16N + 9(N_H + 2)}{24N + 13(N_H + 2)} (B - L)$$

何れにせよ、 $(B - L)_{\text{primordial}} = 0$  ならば  $B = L = 0$

$\therefore$  現在の宇宙に物質(baryon)が存在するためには、

- (i) sphaleron過程が脱結合する前に  $B - L \neq 0$ が存在する。
- (ii)  $B + L$ を電弱一次相転移で生成し、且つ、  
その後直ちにsphaleron過程が無効になる。

のどちらかでなければならない。

## Sphaleron processとLepton Number Violation

スファレロン過程はバリオン数生成の可能性を拡げた。

スファレロン過程が平衡の時期( $100 < T < 10^{12} \text{GeV}$ )に $B - L \neq 0$ があればよい。

e.g. Affleck-Dine ( $\Delta B \neq 0, \Delta L \neq 0$ ), Leptogenesis ( $\Delta L \neq 0$ )

但し、

スファレロン過程と同時に  $\Delta B \neq 0$  または  $\Delta L \neq 0$  の過程が**化学平衡**  $\Rightarrow B = L = 0$

$\Rightarrow \Delta B \neq 0$  または  $\Delta L \neq 0$  相互作用への制限

$\Delta L \neq 0$  を含む模型

Zee model [Hasegawa, Lim, Ogure, Phys. Rev. D68 ('03)]

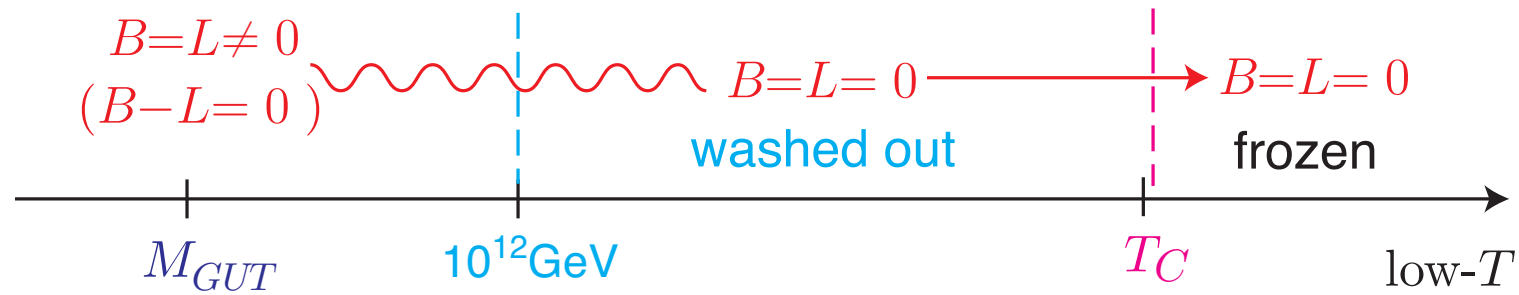
Seesaw model [Hasegawa, Phys. Rev. D69 ('04)]

triplet Higgs [Hasegawa, Phys. Rev. D70 ('04)]

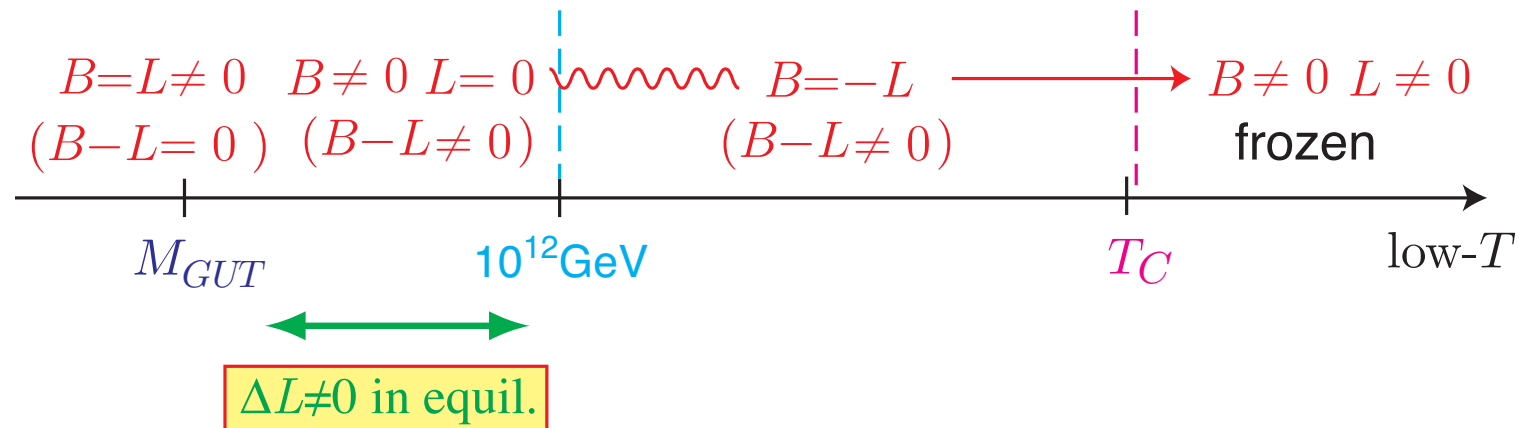
$\Rightarrow (B - L)$  を保存するGUTsと組み合わせて $B \neq 0$ を残す

[Fukugita and Yanagida, Phys. Rev. Lett. 89 ('02)]

$(B - L)$ を保存するGUTsでの $B$ のwash out



重いMajorana  $\nu$ がある場合 ( $m_N \gtrsim 10^{12} \text{ GeV}$ )

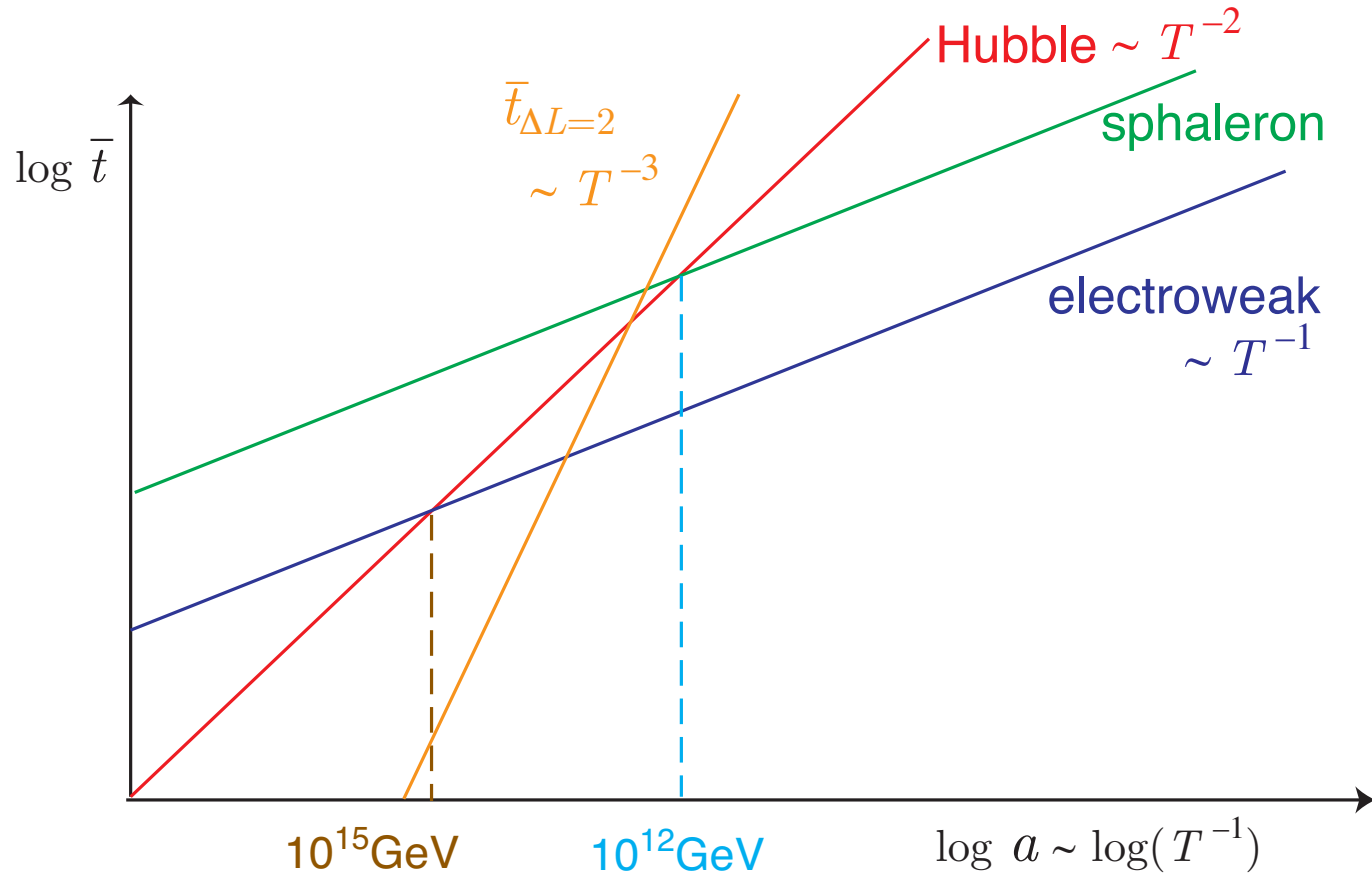


このシナリオが成功するには、

$T = 10^{12} \text{ GeV}$ に冷える前に $\Delta L \neq 0$ 過程が脱結合しなければならない。

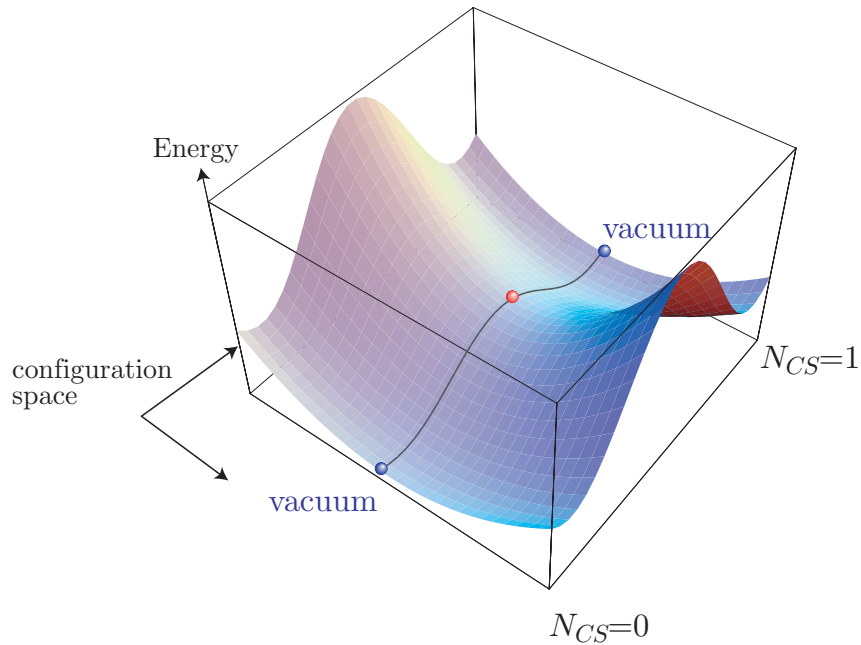
$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{g_i^2}{m_{N_i}} l_i \phi l_i \phi \implies \Gamma_{\Delta L=2} \simeq \frac{0.12 g_i^4 T^3}{4\pi m_{N_i}^2} < H(T) \quad \text{at } T < 10^{12} \text{ GeV} \text{ を要請}$$

$$\implies m_{N_i} \text{ の下限} \overset{\text{seesaw}}{\longleftrightarrow} m_{\nu_i} < 0.8 \text{ eV}$$



### 3.5 スファレロン解を求める

saddle point = least-energy path maximum-energy configuration



least-energy path/gauge trf. = noncontractible loop

highest symmetry config.

★ 4次元  $SU(2)$  gauge-Higgs doublet system ★

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + (D_\mu\Phi)^\dagger D^\mu\Phi - \lambda \left( \Phi^\dagger\Phi - \frac{v^2}{2} \right)^2$$

$$D_\mu\Phi = (\partial_\mu - igA_\mu)\Phi, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu], \quad A_\mu = A_\mu^a \frac{\tau^a}{2}$$



static energy ( $A_0 = 0$  gauge):  $E = \int d^3\mathbf{x} \left[ \frac{1}{4} F_{ij}^a F_{ij}^a + (D_i\Phi)^\dagger D_i\Phi + \lambda \left( \Phi^\dagger\Phi - \frac{v^2}{2} \right)^2 \right]$

この $E$ が有限である配位は,  $r = |\mathbf{x}| = \infty$ で**真空配位**:

$$\Phi^\infty(\mathbf{x}) = U(\theta, \phi) \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad A_i^\infty(\mathbf{x}) = -\frac{i}{g} \partial_i U(\theta, \phi) U^{-1}(\theta, \phi)$$

でなければならない。ここで  $U(\theta, \phi) : S^2 \rightarrow SU(2) \simeq S^3$  [ $U(\theta = 0, \phi) = 1$ とする]

★ **noncontractible loop configuration**

[Manton, Phys. Rev. D28 ('83)]

⇔ finite- $E$  config. の 1-parameter family  $U(\mu, \theta, \phi) : S^1 \times S^2 \rightarrow S^3$  ( $0 \leq \mu < \pi$ )

**要請:** 
$$\begin{cases} U(\mu, \theta, \phi) = U(\mu, \theta + \pi, \phi) = U(\mu, \theta, \phi + 2\pi) & \text{for } \forall \mu \\ U(0, \theta, \phi) = U(\pi, \theta, \phi) = 1, \quad U(\mu, 0, \phi) = 1 & \text{vacuum} \end{cases}$$

$$U(\mu, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} e^{i\mu} (\cos \mu - i \sin \mu \cos \theta) & e^{i\phi} \sin \mu \sin \theta \\ -e^{-i\phi} \sin \mu \sin \theta & e^{-i\mu} (\cos \mu + i \sin \mu \cos \theta) \end{pmatrix}$$

このとき  $(\mu, \theta, \phi) \in S^3$  で、 $U(\mu, \theta, \phi)$  は  $\pi_3(S^3) \simeq \mathbf{Z}$  により **noncontractible**

$r = \infty$ で

$$\Phi^\infty(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{x}) = U(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\theta}, \phi) \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad A_i^\infty(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{x}) = -\frac{i}{g} \partial_i U(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\theta}, \phi) U^{-1}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\theta}, \phi)$$

となる全空間での対称性の高い配位をAnsatzとする。

$$\begin{aligned} \Phi(\boldsymbol{\mu}, r, \boldsymbol{\theta}, \phi) &= \frac{v}{\sqrt{2}} \left\{ (1 - h(r)) \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-i\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\theta}} \cos \mu \end{pmatrix} + h(r) U(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\theta}, \phi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \\ A_i(\boldsymbol{\mu}, r, \boldsymbol{\theta}, \phi) &= -\frac{i}{g} f(r) \partial_i U(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\theta}, \phi) U^{-1}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\theta}, \phi) \end{aligned}$$

Static energy along the noncontractible loop:  $[\xi = gvr: \text{無次元}]$

$$\begin{aligned} E[f, h](\boldsymbol{\mu}) &= \frac{4\pi v}{g} \int_0^\infty d\xi \sin^2 \mu \left\{ 4 \left[ f'(\xi)^2 + \frac{2}{\xi^2} (f - f^2)^2 \sin^2 \mu \right] + \frac{\xi^2}{2} h'(\xi)^2 + h^2 (1 - f)^2 \right. \\ &\quad \left. + (1 - h)^2 f^2 \cos^2 \mu - 2h(1 - h)f(1 - f) \cos^2 \mu + \frac{\lambda}{4g^2} \xi^2 (h^2 - 1)^2 \sin^2 \mu \right\} \end{aligned}$$

$\delta E[f, h](\mu = \pi/2) = 0 \Rightarrow$  sphaleronの運動方程式

[parameterは $\lambda/g^2$ だけ]

$$\frac{d^2}{d\xi^2} f(\xi) = \frac{2}{\xi^2} f(\xi) (1 - f(\xi)) (1 - 2f(\xi)) - \frac{1}{4} h^2(\xi) (1 - f(\xi)),$$

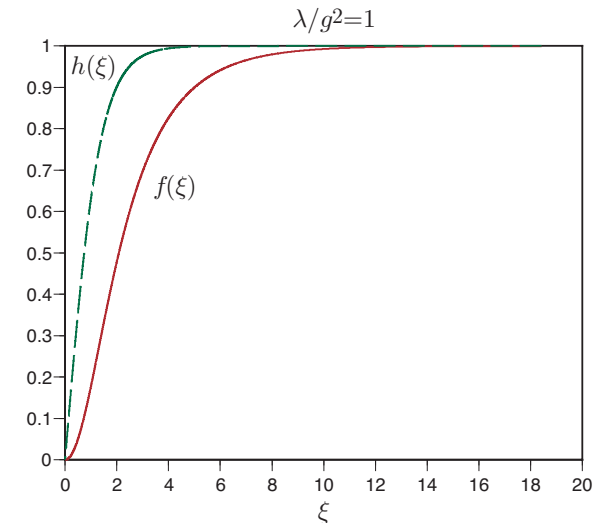
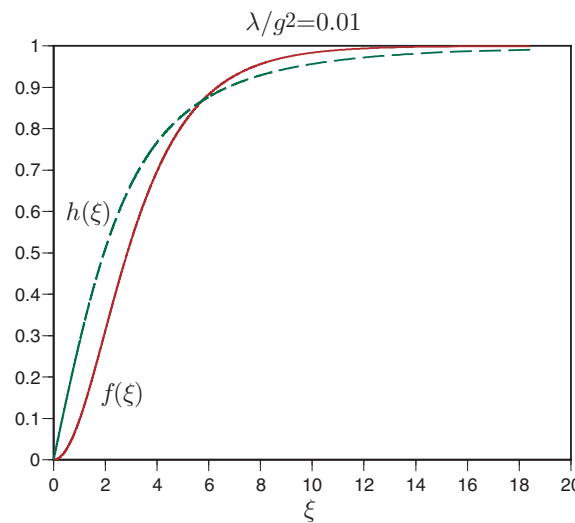
$$\frac{d}{d\xi} \left( \xi^2 \frac{dh(\xi)}{d\xi} \right) = 2h(\xi) (1 - f(\xi))^2 + \frac{\lambda}{g^2} \xi^2 (h^2(\xi) - 1) h(\xi).$$

境界条件:  $f(\xi = \infty) = h(\xi = \infty) = 1, \quad f(\xi = 0) = h(\xi = 0) = 0$

$E/(4\pi v/g)$

profiles:  $f(\xi), h(\xi)$

$\lambda/g^2$	our results	K-M
$10^{-3}$	1.59196	1.61
$10^{-2}$	1.59848	1.67
$10^{-1}$	1.73543	1.83
1	2.00545	2.10
10	2.33495	2.41
$10^2$	2.56054	2.61
$10^3$	2.65718	2.68



得られた解が鞍点解であることを示すには

fluctuation operator: 
$$\left. \frac{\delta^2 E[\Phi, A]}{\delta\phi_i \delta\phi_j} \right|_{\Phi^{\text{sph}}, A^{\text{sph}}}$$

にnegative modeが1つしかないことを確かめる。

低次元理論の解は簡単だが、4d  $SU(2)$ は [Akiba, Kikuchi and Yanagida, Phys. Rev. D40 ('89);  
Carson, Li, McLerran and Wang, Phys. Rev. D42 ('90)]

2HDM, MSSM, NMSSMでは数値解のfluctuation spectrumの解析は無い

数値解で採用したAnsatz: 球対称  $\leftrightarrow$  least-energy path

★  $\mu = \frac{\pi}{2}$ に固定すると数値解が存在  $\Rightarrow \mu$ と直交する方向に対しては最小エネルギー

★  $E[f^{\text{sph}}, h^{\text{sph}}](\mu)$ が $\mu$ の函数として  $\mu = \frac{\pi}{2}$ で最大

自明ではないが、ほとんどの数値解ではOK

## 4. レプトン数生成

### この章の目的

- レプトン数を破るニュートリノのモデルは？
- CP対称性の破れはどこにあるのか？
- 生成されるレプトン数の具体的な計算法

より詳しいことは次のreviewを参照

- Buchmüller, Di Bari and Plümacher, Ann. Phys. 315 ('05)
- Buchmüller, Peccei and Yanagida, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 55 (2005)  
[hep-ph/0502169]
- Buchmüller, hep-ph/0101102

## 4.1 Majoranaニュートリノとレプトン数の破れ

標準理論のニュートリノ =  $\nu_{iL}$  massless  $\leftarrow SU(2)$ -doublet  $l_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ e_{iL} \end{pmatrix} \in (2, -\frac{1}{2})$   
*(i = e,  $\mu$ ,  $\tau$ : flavor)*

ニュートリノ振動実験  $\Rightarrow$  質量の存在  $1.9 \times 10^{-3} \text{eV}^2 < \Delta m_{\text{atm}}^2 < 3.0 \times 10^{-3} \text{eV}^2$



標準理論にニュートリノの質量項を加える

$\rightarrow$  ゲージ不変なYukawa相互作用項を組むために、singlet  $N_R$ を導入する:

$$\mathcal{L}_Y = -y_{ij} \Phi^\dagger \bar{e}_{jR} l_{iL} - h_{ij} \tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{jR} l_{iL} + \text{h.c.} \quad (i, j = 1 - N_f)$$

Higgs doublet:  $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \in (2, +\frac{1}{2}), \quad \tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix} \in (2, -\frac{1}{2})$

$y, h$  は任意の  $N_f \times N_f$  複素行列

$$\mathcal{L}_Y \xrightarrow{\langle \phi^0 \rangle = v_0} -y_{ij} v_0 \bar{e}_{jR} e_{iL} - h_{ij} v_0 \bar{N}_{jR} \nu_{iL} + \text{h.c.}$$

$e_L$ と $e_R$ ,  $\nu_L$ と $N_R$ のbi-unitary transformationで $y$ と $h$ を対角化:

$$\mathcal{L}_Y \sim -m_i^{(e)} (\bar{e}_{iR} e_{iL} + \bar{e}_{iL} e_{iR}) - m_i^{(\nu)} (\bar{N}_{iR} \nu_{iL} + \bar{\nu}_{iL} N_{iR}) = -m_i^{(e)} \bar{e}_i \bar{e}_i - m_i^{(\nu)} \bar{\nu}_i \nu_i$$

4成分フェルミオン:  $e_i = \begin{bmatrix} e_{iL} \\ e_{iR} \end{bmatrix}$ ,  $\nu_i = \begin{bmatrix} \nu_{iL} \\ N_{iR} \end{bmatrix}$  chiral repr.  $\gamma_5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

→ Dirac mass term —  $L$ と $R$ のフェルミオンの積, Lepton Numberは保存される

不自然なくらい  $m^{(e)} \gg m^{(\nu)}$   $[\sum_i m_i^{(\nu)} < 1.0\text{eV}: \text{WMAP+SDSS}]$

$N_R$ はsingletなので、ゲージ不変性と矛盾せずに $N_R$ のMajorana mass termを導入できる

$$\mathcal{L}_Y = -y_{ij} \Phi^\dagger \bar{e}_{jR} l_{iL} - h_{ij} \tilde{\Phi}^\dagger \bar{N}_{jR} l_{iL} - \frac{1}{2} M_{ij}^* \bar{N}_{iR}^c N_{jR} + \text{h.c.}$$

[N.B.  $N_R^c$ はLeft-handed]

$|m_D| \equiv |h v_0| \ll |M| \implies \nu_L$ と $N_R^c$ の混合である質量固有状態の質量は  $O\left(\frac{m_D^2}{M}\right)$

Seesaw mechanism

Seesawを具体的に見るために、以下では 2-spinor notation

SUSYのテキスト参照: Wess & Bagger, Supersymmetry and Supergravity  
Sohnius, Phys. Rep. 128 ('85)

Lorentz群 $[SL(2; C) \rightarrow 2$ つの $SU(2)]$ の既約表現  $(s_L, s_R)$

$$\psi_\alpha \in (\frac{1}{2}, 0) \quad \chi^{\dot{\alpha}} \in (0, \frac{1}{2}) \quad (\psi_\alpha)^* = \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} : \text{共役} \quad \text{添字の上下は } \varepsilon^{\alpha\beta}$$

$$\psi^\alpha \phi_\alpha, \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\phi}^{\dot{\alpha}}: \text{Lorentz scalar } (0, 0) \quad \psi \sigma^\mu \bar{\chi}, \bar{\chi} \bar{\sigma}^\mu \psi: \text{vector } (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$\text{Dirac spinor: } \psi = \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\psi} = [\chi^\alpha \bar{\phi}_{\dot{\alpha}}] \quad \text{charge conj.: } \psi^C = \begin{bmatrix} \chi_\alpha \\ \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \end{bmatrix}$$

$$\text{Majorana spinor: } \psi = \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\psi} = [\phi^\alpha \bar{\phi}_{\dot{\alpha}}] \quad (\psi^C = \psi)$$

$$\text{mass term} \begin{cases} \text{Dirac} & \bar{\psi}\psi = \phi\chi + \bar{\chi}\bar{\phi} = \phi\chi + \text{h.c.} & \phi \text{ と } \chi \text{ のチャージは逆} \\ \text{Majorana} & \bar{\psi}\psi = \phi\phi + \bar{\phi}\bar{\phi} = \phi\phi + \text{h.c.} & \phi \text{ のチャージは0} \end{cases}$$

全ての場を  $L$ -handed  $(\frac{1}{2}, 0)$  を基本として表す。  $e^-$  なら,  $e_L, e_R^c$  で  $e = \begin{bmatrix} e_L \\ \bar{e}_R^c \end{bmatrix}$



$L$ -handed spinors:  $l_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$ ,  $\nu_L$ ,  $N_R^c$  を用いて、

$$\mathcal{L}_Y = y_{ij} \epsilon^{ab} l_{aiL} e_{iR}^c \tilde{\Phi}_b - h_{ij} \epsilon^{ab} l_{aiL} N_{jR}^c \Phi_b - \frac{1}{2} M_{ij} N_{iR}^c N_{jR}^c + \text{h.c.}$$

$h \neq 0$  且つ  $M \neq 0 \implies$  Lepton number violation

Higgs VEVを入れると

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\sim -\frac{y_{ij} v_0}{\sqrt{2}} e_{iL} e_{jR}^c - \frac{h_{ij} v_0}{\sqrt{2}} \nu_{iL} N_{iR}^c - \frac{1}{2} M_{ij} N_{iR}^c N_{jR}^c + \text{h.c.} \\ &= -e_L^T m_e e_R^c - \nu_L^T m_\nu N_R^c - \frac{1}{2} N_R^{cT} M N_R^c + \text{h.c.} \\ &= -e_L^T m_e e_R^c - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_L^T & N_R^{cT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_\nu \\ m_\nu^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^c \end{pmatrix} + \text{h.c.} \end{aligned}$$

(1)  $m_e$ と $m_\nu$ をbi-unitary変換で対角化

$$U_L^{(e)} m_e U_R^{(e)} = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \quad S_L m_\nu S_R = \Lambda_D = \text{diagonal}$$

$$\text{ここで } e_R^c = U_R^{(e)} e_{R'}^c, \quad e_L = U_L^{(e)T} e'_L, \quad N_R^c = S_R N_{R'}^c, \quad \nu_L = S_L^T \nu'_L$$

$\tilde{M} = S_R^T M S_R$ と置くと、mass termは

$$\mathcal{L}_m = -m_{ei} e'_{iL} e'_{iR} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_L'^T & N_R'^c T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_D \\ \Lambda_D & \tilde{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L' \\ N_R'^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

(2)  $\nu$  mass matrixをブロック対角化

$$V = \begin{pmatrix} 1 & \Lambda_D \tilde{M}^{-1} \\ -\tilde{M}^{-1} \Lambda_D & 1 \end{pmatrix} \text{と定義すると、} V^\dagger V = 1 + O(\Lambda_D^2 \tilde{M}^{-2}) \text{で近似的にunitary}$$

$$\longrightarrow V^T \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_D \\ \Lambda_D & \tilde{M} \end{pmatrix} V \simeq \begin{pmatrix} -\Lambda_D \tilde{M}^{-1} \Lambda_D & 0 \\ 0 & \tilde{M} \end{pmatrix}$$

(3) ブロック対角部分を対角化:  $-T_L^T (\Lambda_D \tilde{M}^{-1} \Lambda_D) T_L = \Lambda_l, \quad T_R^T \tilde{M} T_R = \Lambda_h$

$$\mathcal{L}_{\nu-m} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_L'^T & N_R'^c T \end{pmatrix} V^* \begin{pmatrix} T_L^* & 0 \\ 0 & T_R^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_l & 0 \\ 0 & \Lambda_h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_L^\dagger & 0 \\ 0 & T_R^\dagger \end{pmatrix} V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L' \\ N_R'^c \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

$$= \frac{1}{2} \eta_l^T \Lambda_l \eta_l + \frac{1}{2} \eta_h^T \Lambda_h \eta_h + \text{h.c.} \longleftarrow \text{Majorana mass term}$$

$$\text{mass eigenstates : } \begin{cases} \eta_l = T_L^\dagger [\nu'_L - \Lambda_D (\tilde{M}^{-1})^\dagger N'_R{}^c] & \text{light (主成分は}\nu'_L\text{)} \\ \eta_h = T_R^\dagger [N'_R{}^c + (\tilde{M}^{-1})^\dagger \Lambda_D \nu'_L] & \text{heavy (主成分は}\mathbf{N}'_R{}^c\text{)} \end{cases}$$

gauge相互作用

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &\sim \frac{g_2}{2\sqrt{2}} [\bar{e}_L \bar{\sigma}^\mu \nu_L + \nu_L \sigma^\mu \bar{e}_L] W_\mu^- + \text{h.c.} \\ &\simeq \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \left[ \bar{e}_L \bar{\sigma}^\mu (U_L^{(e)*} S_L^T T_L) \eta_l + \eta_{lL} \sigma^\mu (T_L^T S_L U_L^{(e)\dagger}) \bar{e}'_L \right] W_\mu^- + \text{h.c.} \end{aligned}$$

$$\longrightarrow (U_{MNS})_{fi} = \left( U_L^{(e)*} S_L^T T_L \right)_{fi} \quad f = \text{lepton flavor, } i = \text{mass eigenstate}$$

3 CP phases

$$\text{実験・観測} \implies \begin{cases} \Lambda_D \text{の成分の自乗差} \\ U_{MNS} \text{の成分} \end{cases}$$

## 4.2 CP対称性の破れ — Leptogenesisに関係のあるCP対称性の破れ

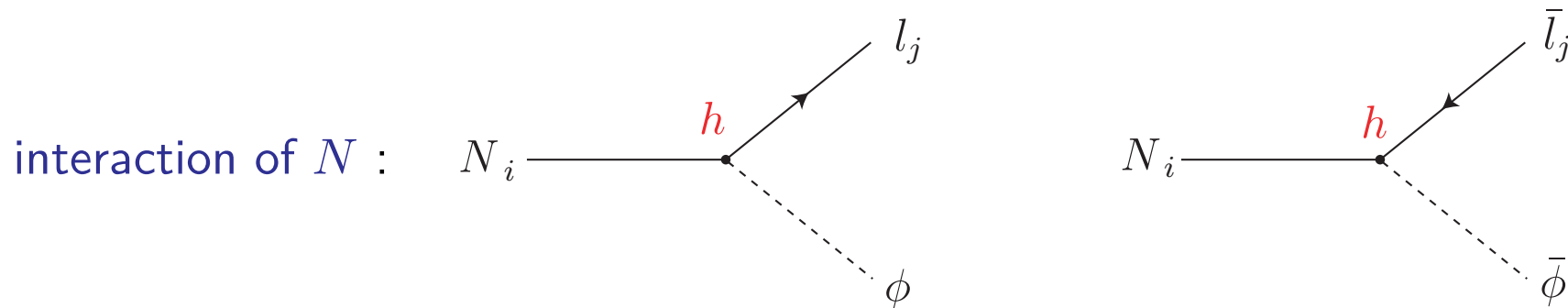
heavy neutrinoの分布が平衡分布でなくなり、崩壊がメインになるとき

→  $T \simeq M \gg 100\text{GeV}$ の初期宇宙 = **EWの対称相**

→  $\left\{ \begin{array}{l} \text{gauge boson, leptonはmassless} \\ \text{Higgs boson } (\phi^0, \phi^-) \text{ は全てphysicalで同じmass} \\ \text{neutrino Dirac mass} = 0 \end{array} \right.$

→ neutrino mass termは  $-\frac{1}{2}M_{ij}\bar{N}_i N_j$  の Majorana mass だけ

→ 対角化するのはいちだけ — low energyと違う



⇒ **Lepton Number Violation, CP phases** in the complex Yukawa coupling  $h$

CP対称性の破れの効果

heavy neutrino  $N$  の decay asymmetry

$$SU(2) \text{ symmetry} \left\{ \begin{array}{l} \Gamma(N_i \rightarrow e_j^- \phi^+) = \Gamma(N_i \rightarrow \nu_j \phi^0) \equiv \Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) \\ \Gamma(N_i \rightarrow e_j^+ \phi^-) = \Gamma(N_i \rightarrow \bar{\nu}_j \phi^{0*}) \equiv \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi}) \end{array} \right.$$

partial decay asym.

$$\varepsilon_{i \rightarrow j} \equiv \frac{\Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) - \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi})}{\Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) + \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi})}$$

total decay asym.

$$\varepsilon_i \equiv \frac{\sum_j \Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) - \sum_j \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi})}{\sum_j \Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) + \sum_j \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi})}$$

→ Leptogenesis

注意!

heavy  $N$  の decay asymmetry に現れる CP violation ←  $h_{ij}$  ( $M_i \in \mathbf{R}$ )

$\nu$ -osc. (low energy) に現れる CP violation  $\in U_{MNS}$  ←  $y_{ij}, h_{ij}, M_{ij}$

2つの CP violation は、間接的にしか関係しない ← seesaw のモデル

## 4.3 生成されるLepton数の計算

### 非平衡状態

温度 $T$ が、heavy  $N$  の質量( $M$ )程度から、崩壊率 ( $\Gamma \sim h^2 M$ )  $\simeq H(T)$ となる範囲

空間的に一様な現象  $\longrightarrow$  各粒子の分布関数  $f_i(t, \mathbf{p})$ に対するBoltzmann方程式

ここで紹介する方法は、

#### ▷ GUT-Baryogenesis

Kolb and Wolfram, Nucl. Phys. B172 ('80); Phys. Lett. B91 ('80)

Harvey, Kolb, Reiss and Wolfram, Nucl. Phys. B201 ('82)

#### ▷ LSP abundance (CDMの残存量)

Lee and Weinberg, Phys. Rev. Lett. 39 ('77) heavy neutrino

Ellis, Hagelin, Nanopoulos, Olive and Srednicki, Nucl. Phys. B238 ('84)

Edsjö and Gondolo, Phys. Rev. D56 ('97)

Gondolo, Edsjö, Ullio, Bergström, Schelke and Baltz, JCAP 0407 ('04) [hep-ph/0406204]

**Dark SUSY:** <http://www.physto.se/~edsjo/darksusy/>

と基本的には同じ。

## 膨張する宇宙空間でのBoltzmann方程式 [in comoving frame]

$$\begin{aligned} \frac{dn_\psi(t)}{dt} + 3H(t)n_\psi(t) &= - \sum_{i,j,\dots} [\gamma(\psi \rightarrow i + j + \dots) - \gamma(i + j + \dots \rightarrow \psi)] \\ &\quad - \sum_{a,i,j,\dots} [\gamma(\psi + a \rightarrow i + j + \dots) - \gamma(i + j + \dots \rightarrow \psi + a)] \end{aligned}$$

ここで反応率 $\gamma$ は次で与えられる:

$$\begin{aligned} &\gamma(\psi + a + b + \dots \rightarrow i + j + \dots) \\ &= \int d\tilde{\mathbf{p}}_\psi d\tilde{\mathbf{p}}_a \cdots d\tilde{\mathbf{p}}_j (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi + p_a + \cdots - p_i - p_j - \cdots) \\ &\quad \times |\mathcal{M}(\psi + a + b + \dots \rightarrow i + j + \dots)|^2 f_\psi f_a f_b \cdots (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \cdots \end{aligned}$$

$$d\tilde{\mathbf{p}} \equiv \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_{\mathbf{p}}}, \quad f_\psi(\mathbf{p}, t) = \text{粒子}\psi\text{の分布関数}, \quad \pm = \begin{cases} \text{boson} \\ \text{fermion} \end{cases}$$

粒子数密度:  $n_\psi(t) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} f_\psi(\mathbf{p}, t)$

平衡状態では、Boltzmann eq.の右辺=0

平衡分布関数については、energy保存則を用いると

$$1 \pm \frac{1}{e^{\beta E} \mp 1} = \frac{e^{\beta E}}{e^{\beta E} \mp 1}$$

$$\begin{aligned} f_\psi^{\text{eq}}(1 \pm f_i^{\text{eq}})(1 \pm f_j^{\text{eq}}) \cdots &= \frac{1}{e^{\beta E_\psi} \mp 1} \frac{e^{\beta E_i}}{e^{\beta E_i} \mp 1} \frac{e^{\beta E_j}}{e^{\beta E_j} \mp 1} \cdots \\ &= \frac{e^{\beta E_\psi}}{e^{\beta E_\psi} \mp 1} \frac{1}{e^{\beta E_i} \mp 1} \frac{1}{e^{\beta E_j} \mp 1} \cdots = f_i^{\text{eq}} f_j^{\text{eq}} \cdots (1 \pm f_\psi^{\text{eq}}) \end{aligned}$$

これから

$$\begin{aligned} &\gamma(\psi \rightarrow i + j + \cdots) - \gamma(i + j + \cdots \rightarrow \psi) \\ &= \int d\tilde{\mathbf{p}}_\psi d\tilde{\mathbf{p}}_i \cdots (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi - p_i - p_j - \cdots) f_\psi^{\text{eq}}(1 \pm f_i^{\text{eq}})(1 \pm f_j^{\text{eq}}) \cdots \\ &\quad \times \left[ |\mathcal{M}(\psi \rightarrow i + j + \cdots)|^2 - |\mathcal{M}(i + j + \cdots \rightarrow \psi)|^2 \right] \end{aligned}$$



unitarity:

[Kolb and Wolfram, Appendix of Nucl. Phys. B172]

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j,\dots} |\mathcal{M}(\psi \rightarrow i + j + \dots)|^2 (1 \pm f_i^{\text{eq}})(1 \pm f_j^{\text{eq}}) \dots \\ &= \sum_{i,j,\dots} |\mathcal{M}(i + j + \dots \rightarrow \psi)|^2 (1 \pm f_i^{\text{eq}})(1 \pm f_j^{\text{eq}}) \dots \end{aligned}$$

$$\therefore \sum_{i,j,\dots} [\gamma(\psi \rightarrow i + j + \dots) - \gamma(i + j + \dots \rightarrow \psi)] = 0$$

CP-symmetry  $\Rightarrow n_\psi - n_{\bar{\psi}}$  は発展しない

$$f_\psi(t) = f_{\bar{\psi}}(t), \mathcal{M}(\alpha \rightarrow \beta) = \mathcal{M}(\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\beta})$$

$n_\psi - n_{\bar{\psi}}$  に対する Boltzmann eq. の右辺:

$$\begin{aligned} & \gamma(\psi \rightarrow i + j + \dots) - \gamma(i + j + \dots \rightarrow \psi) - [\gamma(\bar{\psi} \rightarrow \bar{i} + \bar{j} + \dots) - \gamma(\bar{i} + \bar{j} + \dots \rightarrow \bar{\psi})] \\ &= \int d\tilde{\mathbf{p}}_\psi \dots (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi - p_i - p_j - \dots) \\ & \quad \times \left\{ \left[ |\mathcal{M}(\psi \rightarrow i + j + \dots)|^2 - |\mathcal{M}(\bar{\psi} \rightarrow \bar{i} + \bar{j} + \dots)|^2 \right] f_\psi (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \dots \right. \\ & \quad \left. - \left[ |\mathcal{M}(i + j + \dots \rightarrow \psi)|^2 - |\mathcal{M}(\bar{i} + \bar{j} + \dots \rightarrow \bar{\psi})|^2 \right] f_i f_j \dots (1 \pm f_\psi) \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

## Boltzmann eq.の解法

分布関数  $f(t, \mathbf{p})$  に対する方程式  $\rightarrow$  粒子数密度  $n(t)$  に対する方程式

$$f(\mathbf{p}, t) = \frac{n(t)}{n^{\text{eq}}} f^{\text{eq}}(\mathbf{p})$$

[#(elastic scatt.)  $\gg$  #(inelastic scatt.)]

Boltzmann eq.

$$\dot{n}_\psi(t) + 3H(t)n(t)$$

$$= - \sum_{i,j,\dots} \left[ \frac{n_\psi}{n_\psi^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\psi \rightarrow i + j + \dots) - \frac{n_i n_j \dots}{n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}} \dots} \gamma^{\text{eq}}(i + j + \dots \rightarrow \psi) \right]$$
$$- \sum_{a,i,\dots} \left[ \frac{n_\psi n_a}{n_\psi^{\text{eq}} n_a^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\psi + a \rightarrow i + j + \dots) - \frac{n_i n_j \dots}{n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}} \dots} \gamma^{\text{eq}}(i + j + \dots \rightarrow \psi + a) \right]$$

$\gamma^{\text{eq}}(\dots) =$  平衡分布  $f^{\text{eq}}(\mathbf{p})$  で計算した  $\gamma(\dots)$

## 変数変換 (変数の無次元化)

左辺の膨張の効果をも、 $n_\psi(t)$ を $s$ で割ることで吸収する。

$$\text{entropy density: } s = \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \quad g_* = \sum_B g_B + \frac{7}{8} \sum_F g_F$$

$$\text{Hubble parameter in flat RD universe: } H(t) \simeq \left( \frac{8\pi G}{3} \rho_r \right)^{1/2} = \left( \frac{8\pi G}{3} \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 \right)^{1/2}$$

$$\rightarrow a(t) \propto t^{1/2} \sim T^{-1}, \quad H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = \frac{1}{2t}$$

$$\text{このとき、} \dot{s} = \frac{3}{T} s \frac{dT}{dt} = 3s \frac{d \log T}{dt} = -3s \frac{1}{2t} = -3sH(t) \text{ により}$$

$$Y_\psi \equiv \frac{n_\psi}{s} \text{ と定義すると、} \dot{n}_\psi = s\dot{Y}_\psi + \dot{s}Y_\psi = s\dot{Y}_\psi - 3sH(t)Y_\psi = s\dot{Y}_\psi - 3H(t)n_\psi$$

$$\rightarrow \text{Boltzmann eq. : } \dot{n}_\psi(t) + 3H(t)n_\psi(t) = s\dot{Y}_\psi(t)$$

$t \rightarrow z = \frac{M}{T}$  : 無次元パラメータ      $M = \text{heavy } \nu \text{ mass}$       $t$ の増加  $\leftrightarrow$   $z$ の増加

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= -\frac{M}{T^2} \frac{dT}{dt} \frac{d}{dz} = -z \frac{d \log T}{dt} \frac{d}{dz} = H(t) z \frac{d}{dz} = \left( \frac{4\pi^3}{45} g_* \right)^{1/2} \frac{T^2}{m_{\text{Pl}}} z \frac{d}{dz} \\ &= \left( \frac{4\pi^3}{45} g_* \right)^{1/2} \frac{M^2}{m_{\text{Pl}}} \frac{1}{z} \frac{d}{dz} \end{aligned}$$

これにより

$$\begin{aligned} s \frac{dY_\psi}{dt} &= \left( \frac{4\pi^3}{45} g_* \right)^{1/2} \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \frac{M^2}{m_{\text{Pl}}} \frac{1}{z} \frac{dY_\psi}{dz} = \left( \frac{2\pi^2}{45} g_* \right)^{3/2} \sqrt{2\pi} \frac{M^5}{m_{\text{Pl}}} \frac{1}{z^4} \frac{dY_\psi}{dz} \\ &\equiv C M^4 \frac{1}{z^4} \frac{dY_\psi}{dz} \end{aligned}$$

$$C = \sqrt{2\pi} \left( \frac{2\pi^2}{45} g_* \right)^{3/2} \frac{M}{m_{\text{Pl}}} : \text{無次元定数}$$

## Boltzmann eq.

$$\begin{aligned} & C \frac{M^4}{z^4} \frac{dY_\psi}{dz} \\ &= - \sum_{i,j,\dots} \left[ \frac{Y_\psi}{Y_\psi^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\psi \rightarrow i + j + \dots) - \frac{Y_i Y_j \dots}{Y_i^{\text{eq}} Y_j^{\text{eq}} \dots} \gamma^{\text{eq}}(i + j + \dots \rightarrow \psi) \right] \\ & \quad - \sum_{a,i,\dots} \left[ \frac{Y_\psi Y_a}{Y_\psi^{\text{eq}} Y_a^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\psi + a \rightarrow i + j + \dots) - \frac{Y_i Y_j \dots}{Y_i^{\text{eq}} Y_j^{\text{eq}} \dots} \gamma^{\text{eq}}(i + j + \dots \rightarrow \psi + a) \right] \end{aligned}$$

実際には、 $(\psi, a, i, j) = N_i, l, \bar{l}, \phi, \bar{\phi}$  などとして、連立のBoltzmann方程式を解く。

## System of $(N_i, l, \bar{l}, \phi, \bar{\phi})$

$$\Delta L = \pm 1 : N_i \rightarrow l\phi, N_i \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}, l\phi \rightarrow N_i, \bar{l}\bar{\phi} \rightarrow N_i$$

$$\Delta L = \pm 2 : l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}, \bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi$$

平衡状態での粒子数密度 ( $T \gg m_\phi$ )

$$n_l^{\text{eq}} = n_{\bar{l}}^{\text{eq}} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \left( \frac{3}{4} \times 3_{\text{gen}} \times 2_{\text{isospin}} \right) T^3, \quad n_\phi^{\text{eq}} = n_{\bar{\phi}}^{\text{eq}} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \cdot 2 \cdot T^3$$

heavy- $\nu$ は、decouplingの効果を見るので有限のmassで計算する

occupation no.が大きいため、 $f^{\text{eq}}(\mathbf{p}) \simeq e^{-E_{\mathbf{p}}/T}$ と近似して

$$\begin{aligned} n_N^{\text{eq}} &= 2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{-\sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}/T} = 2 \cdot \frac{T^3}{2\pi^2} \int_0^\infty dx x^2 e^{-\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (z = M/T) \\ &= 2 \cdot \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_2(z) \quad (K_n(z) : \text{modified Bessel function}) \end{aligned}$$

## Boltzmann equations

$$C = \sqrt{2\pi} \left( \frac{2\pi^2}{45} g_* \right)^{3/2} \frac{M_i}{m_{\text{Pl}}}$$

$$C \frac{M_i^4}{z^4} \frac{dY_{N_i}}{dz} = -\frac{Y_{N_i}}{Y_{N_i}^{\text{eq}}} \left[ \gamma^{\text{eq}}(N_i \rightarrow l\phi) + \gamma^{\text{eq}}(N_i \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) \right] \\ + \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\text{eq}} Y_\phi^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow N_i) + \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\text{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow N_i)$$

$$C \frac{M_i^4}{z^4} \frac{dY_l}{dz} = \frac{Y_{N_i}}{Y_{N_i}^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(N_i \rightarrow l\phi) - \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\text{eq}} Y_\phi^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow N_i) \\ + \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\text{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi) - \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\text{eq}} Y_\phi^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})$$

$$C \frac{M_i^4}{z^4} \frac{dY_{\bar{l}}}{dz} = \frac{Y_{N_i}}{Y_{N_i}^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(N_i \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) - \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\text{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow N_i) \\ - \frac{Y_{\bar{l}} Y_{\bar{\phi}}}{Y_{\bar{l}}^{\text{eq}} Y_{\bar{\phi}}^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi) + \frac{Y_l Y_\phi}{Y_l^{\text{eq}} Y_\phi^{\text{eq}}} \gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})$$

$Y_\phi, Y_{\bar{\phi}}$  についても同様



$\gamma^{\text{eq}}$ の計算  $[f^{\text{eq}} \simeq e^{-E/T}, 1 \pm f^{\text{eq}} \simeq 1]$

$$\begin{aligned}
 \gamma^{\text{eq}}(N \rightarrow l\phi) &= \int d\tilde{\mathbf{p}}_1 \cdots f_N^{\text{eq}}(\mathbf{p}_1) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) |\mathcal{M}(N \rightarrow l\phi)|^2 \\
 &= \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} e^{-E_1/T} \int \frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3\mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) |\mathcal{M}(N \rightarrow l\phi)|^2 \\
 &= \int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} e^{-E_1/T} 2M \Gamma_{rs}(N \rightarrow l\phi) \quad \text{decay width in the rest frame of } N
 \end{aligned}$$

ここで $p_1$ 積分は

$$\int \frac{d^3\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{M}{E_1} e^{-\sqrt{p_1^2 + M^2}/T} = \frac{M}{2\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + M^2}} e^{-\sqrt{p^2 + M^2}/T} = \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_1(z)$$

CPT-inv.  $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 \gamma^{\text{eq}}(N \rightarrow l\phi) &= \gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow N) = \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_1(z) \Gamma_{rs}(N \rightarrow l\phi) \\
 \gamma^{\text{eq}}(N \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) &= \gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow N) = \frac{T^3}{2\pi^2} z^2 K_1(z) \Gamma_{rs}(N \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})
 \end{aligned}$$

## $\Gamma_{rs}(N \rightarrow l\phi)$ と $\Gamma_{rs}(N \rightarrow \bar{l}\bar{\phi})$ の計算

$$\mathcal{L}_Y = -h_{ij} \left( \bar{N}_i \frac{1 - \gamma_5}{2} \nu_j \phi^0 - \bar{N}_i \frac{1 - \gamma_5}{2} e_j \phi^+ \right) - h_{ij}^* \left( \bar{\nu}_j \frac{1 + \gamma_5}{2} N_i \phi^{0*} - \bar{e}_j \frac{1 + \gamma_5}{2} N_i \phi^- \right)$$

$$i\mathcal{M}(N_i \rightarrow l_j \phi) = \text{Diagram}$$

$$= \text{Diagram 0} + \text{Diagram A} + \text{Diagram B} + \text{Diagram C} + \dots$$

$$\equiv i\mathcal{M}_0 + i\mathcal{M}_A + i\mathcal{M}_B + i\mathcal{M}_C + \dots$$

tree level :  $i\mathcal{M}_0 = ih_{ij}^* \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} U_i^s(p_1)$

one-loop :

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_A &= h_{im} h_{km}^* h_{kj}^* \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} \frac{M_k}{k^2 - M_k^2} \frac{\not{k} - \not{p}_3}{(k - p_3)^2} U_i^s(p_1) \frac{1}{(k + p_2)^2} \\ &= i(hh^\dagger)_{ik} h_{kj}^* C\left(\frac{M_k^2}{M_i^2}\right) \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} U_i^s(p_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_B &= h_{im} h_{km}^* h_{kj}^* \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} \frac{M_k}{p_1^2 - M_k^2} \frac{\not{k}}{k^2} U_i^s(p_1) \frac{1}{(k + p_1)^2} \\ &= i(hh^\dagger)_{ik} h_{kj}^* A(M_i^2) \frac{M_i M_k}{M_i^2 - M_k^2} \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} U_i^s(p_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_C &= -h_{im}^* h_{km} h_{kj}^* \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} \frac{\not{p}_1}{p_1^2 - M_k^2} \frac{\not{k}}{k^2} U_i^s(p_1) \frac{1}{(k - p_1)^2} \\ &= i(hh^\dagger)_{ki} h_{kj}^* A(M_i^2) \frac{M_i^2}{M_i^2 - M_k^2} \bar{u}_j^{s'}(p_2) \frac{1 + \gamma_5}{2} U_i^s(p_1) \end{aligned}$$

ここで  $A(p^2)$  と  $C(\xi)$  は次で定義される

$$A(p^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx x [\log(x - x^2) + \log(-p^2 - i\epsilon)]$$

$$C(\xi) = \frac{\sqrt{\xi}}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1-x}{(1-x-y)\xi - xy - i\epsilon}$$

total decay width — tree-level contribution

$$\sum_j [\Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) + \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi})]$$

$$= \frac{2}{2M_i} \int \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} 2(hh^\dagger)_{ii} (p_1 \cdot p_2) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3)$$

$$= \frac{1}{8\pi} (hh^\dagger)_{ii} M_i$$

$$\begin{aligned}
& \sum_j \left[ \Gamma(N_i \rightarrow l_j \phi) - \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_j \bar{\phi}) \right] \\
&= \frac{1}{4\pi} \sum_{k \neq i} M_i \operatorname{Im} \left[ \left( (hh^\dagger)_{ki} \right)^2 \right] \left[ \frac{2M_i M_k}{M_i^2 - M_k^2} \operatorname{Im} A(M_i^2) + \operatorname{Im} C \left( \frac{M_k^2}{M_i^2} \right) \right] \\
&= \frac{M_i}{(8\pi)^2} \sum_{k \neq i} \operatorname{Im} \left[ \left( (hh^\dagger)_{ki} \right)^2 \right] [f(\xi_k) + g(\xi_k)]
\end{aligned}$$

ここで  $\xi_k^2 \equiv M_k^2/M_i^2$ ,  $f(\xi) = \sqrt{\xi} \left[ 1 - (1 + \xi) \log \frac{1 + \xi}{\xi} \right]$ ,  $g(\xi) = \frac{\sqrt{\xi}}{1 - \xi}$

$N_i$  の decay asymmetry は

$$\varepsilon_i = \frac{1}{8\pi (hh^\dagger)_{ii}} \sum_{k \neq i} \operatorname{Im} \left[ \left( (hh^\dagger)_{ki} \right)^2 \right] [f(\xi_k) + g(\xi_k)]$$

$$\rightarrow \begin{cases} \Gamma(N_i \rightarrow l\phi) = \frac{1 + \varepsilon_i}{2} \Gamma = \frac{(hh^\dagger)_{ii}}{16\pi} (1 + \varepsilon_i) M_i \\ \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) = \frac{1 - \varepsilon_i}{2} \Gamma = \frac{(hh^\dagger)_{ii}}{16\pi} (1 - \varepsilon_i) M_i \end{cases}$$

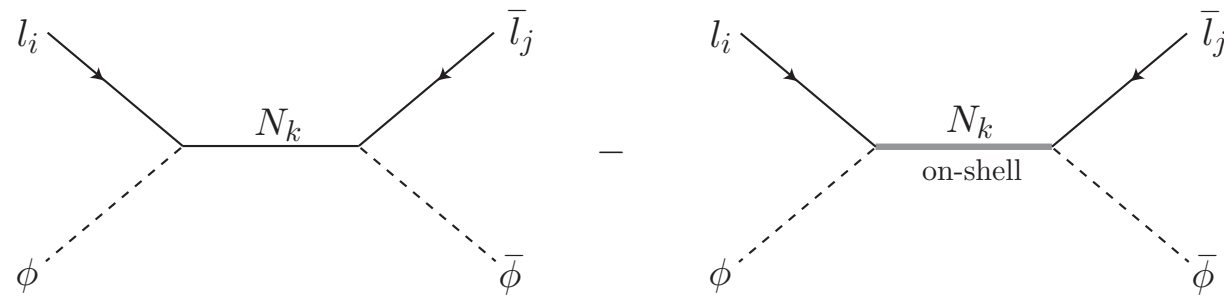
$$\gamma^{\text{eq}}(N_i \rightarrow l\phi) = \gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow N_i) = \frac{(hh^\dagger)_{ii}}{32\pi^3} T^4 z^3 K_1(z) (1 + \varepsilon_i)$$

$$\gamma^{\text{eq}}(N_i \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) = \gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow N_i) = \frac{(hh^\dagger)_{ii}}{32\pi^3} T^4 z^3 K_1(z) (1 - \varepsilon_i)$$

$$z = \frac{M_i}{T}$$

$\Delta L = \pm 2$ -scattering terms:

中間状態がon-shellの $N_k$ の寄与を差し引く ---  $N_k$ のdecayとinverse decayで考慮済み

$$\gamma^{\text{eq}}(l\phi \rightarrow \bar{l}\bar{\phi}) =$$


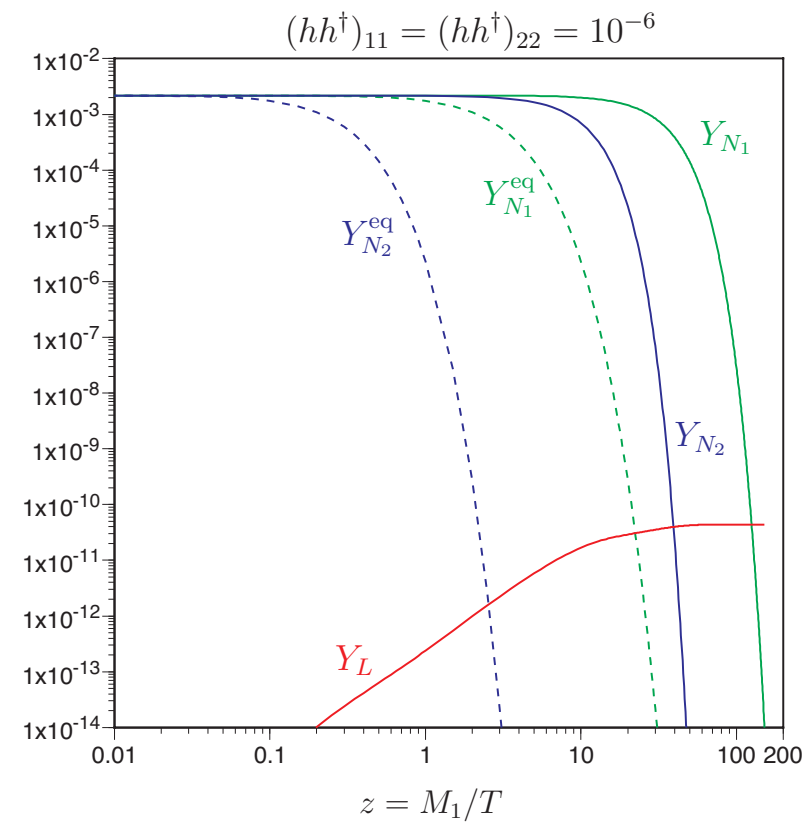
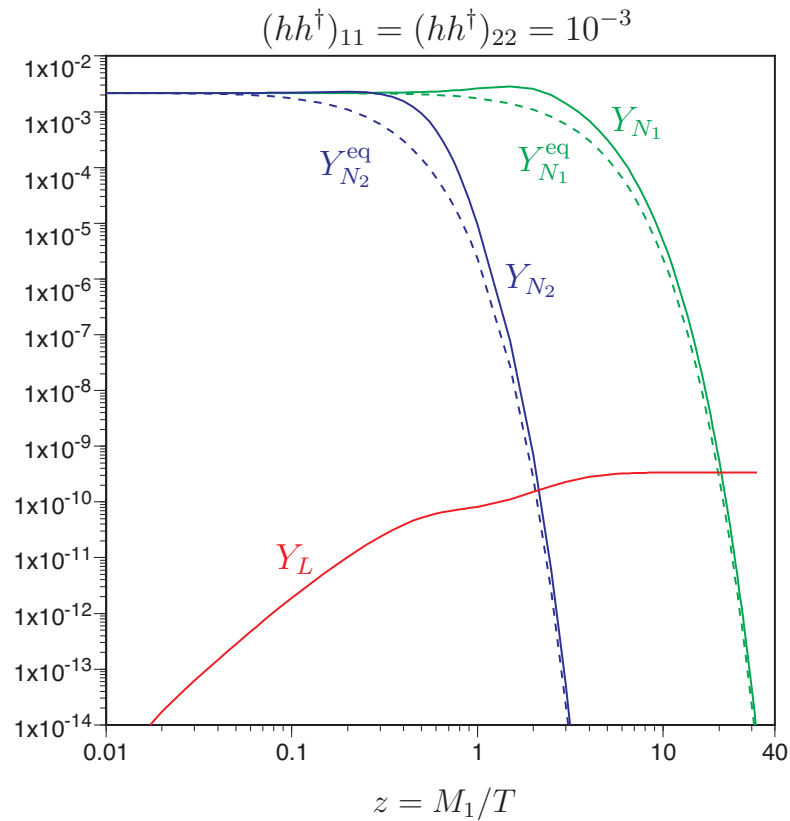
$$= \frac{T^4}{32\pi^2} \frac{[(hh^\dagger)_{kk}]^2}{16\pi} \int_0^\infty dt t^2 K_1(t) \tilde{f}(t^2/z^2)$$

$$\gamma^{\text{eq}}(\bar{l}\bar{\phi} \rightarrow l\phi) = \frac{T^4}{32\pi^2} \frac{[(h^*h^T)_{kk}]^2}{16\pi} \int_0^\infty dt t^2 K_1(t) \tilde{f}(t^2/z^2)$$

## 数值解の例

toy model with 2 flavors  $M_1 = 10^{-6} m_{\text{Pl}}$ ,  $M_2/M_1 = 10$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-8}$

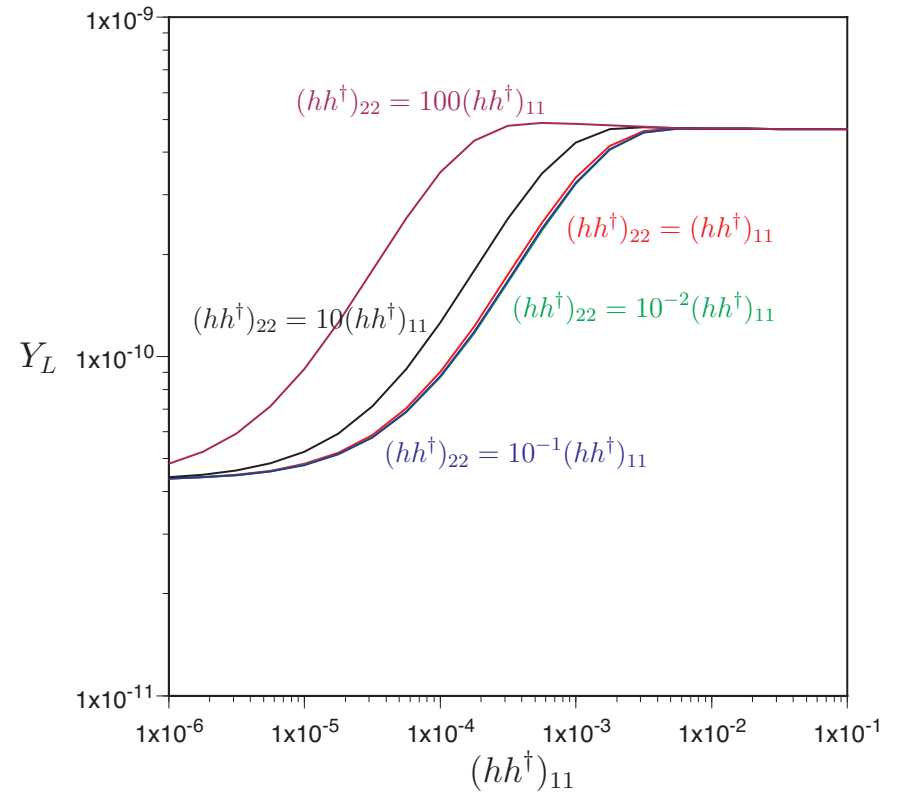
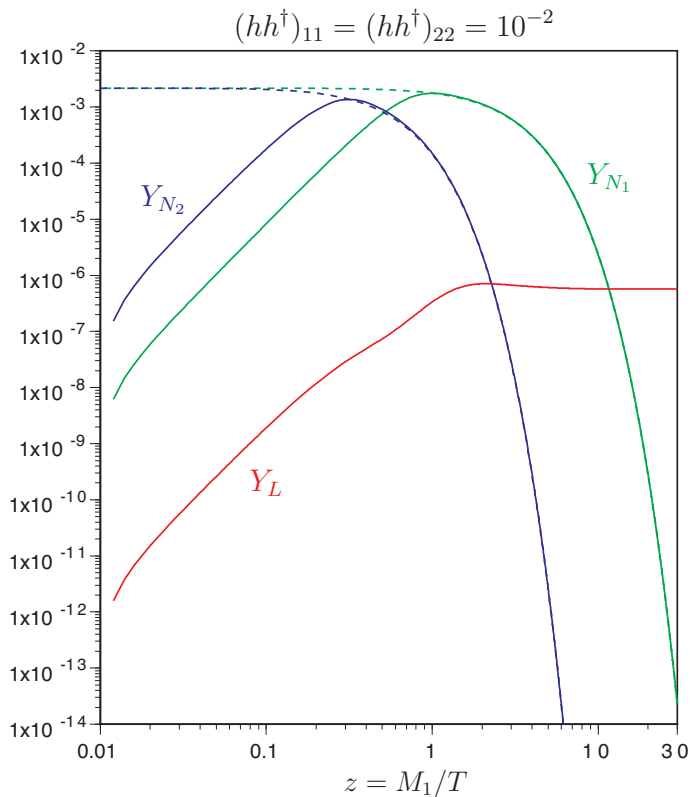
initial conditions:  $Y_N = Y_N^{\text{eq}}$ ,  $Y_l = Y_{\bar{l}} = Y_l^{\text{eq}}$ ,  $Y_\phi = Y_{\bar{\phi}} = Y_\phi^{\text{eq}}$  at  $z = M_1/T = 0.01$



$Y_l, Y_{\bar{l}}, Y_\phi, Y_{\bar{\phi}}$  は殆ど平衡状態の値のまま  
 $\simeq \text{constant}$

最終的に生成される  $L$  は

$(hh^\dagger)_{11}$  と  $(hh^\dagger)_{22}$  の大きい方で決まる。 →



← 初期条件を  $Y_N = 0$  としても、  
 高温で  $N$  がまず生成される。  
 その際にも  $L$  を生成。



## 5. 電弱バリオン数生成

### この章の目的

- 電弱バリオン数生成(EWBG)のアイデア
- EWBGが可能なための条件は？
- どのような素粒子模型で可能なのか？

時間的制約でバリオン数の計算の説明はできないので、以下の文献を参照。

- KF, Prog. Theor. Phys. 96 ('96)
- Rubakov and Shaposhnikov, Phys. Usp. 39 ('96) [hep-ph/9603208]
- Riotto and Trodden, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 49 ('99) [hep-ph/9901362]
- Bernreuther, Lect. Notes Phys. 591 ('02) [hep-ph/0205279]

## 5.1 電弱バリオン数生成の概要

電弱理論やその拡張に基づく  $\longrightarrow$  **実験で検証可能** (逆に言えば、制限がきつい)

(1) バリオン数非保存過程 = **スファレロン過程** ( $\Delta(B + L) \neq 0$ )

平衡ならwash out  $\longrightarrow$  生成直後にdecouple

(2) CP対称性の破れ

KM位相では不十分[後述]

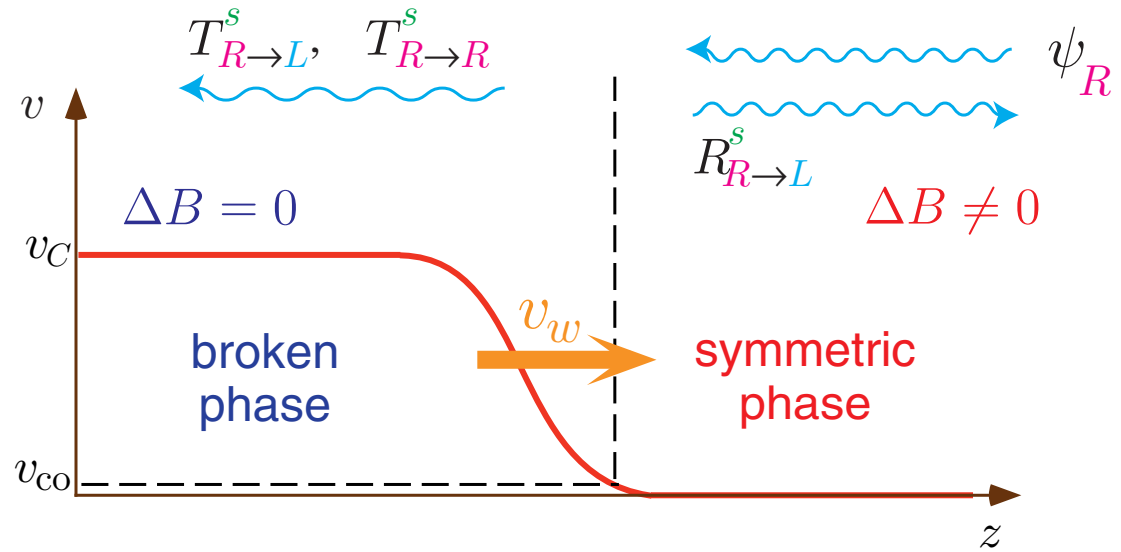
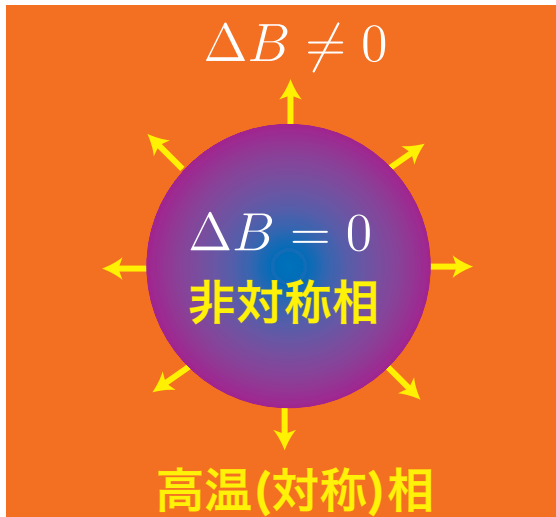
$\implies$  **標準理論の拡張** — SUSY-SM, extra Higgs, ...

(3) 非平衡状態

$$\bar{t}_{EW} = 10\text{GeV} < \bar{t}_{\text{sph}}^{(\text{sym})} = 10^3\text{GeV} \ll H(T)^{-1} = 10^{14}\text{GeV} \text{ at } T \simeq 100\text{GeV}$$

$\longrightarrow$  宇宙膨張は無視できる

$\implies$  **電弱相転移が、相境界の形成・成長を伴う一次転移**



bubble wall (= Higgs + gauge config.)とのCPを破る相互作用 —  $B$ -conserving



$\psi_L$ と $\psi_R$ の反射率の差 + bubble wallの運動



chiral charge ( $Q_L \neq Q_R$ ) が対称相に流れ込む

$$\text{flux} \propto (Q_L - Q_R) \times (R_{R \rightarrow L}^s - R_{L \rightarrow R}^s)$$



スファレロン過程にバイアス  $\mu_B \neq 0$



バリオン数生成  $\dot{n}_B = -\frac{\mu_B}{T} \Gamma_{\text{sph}}^{(s)}$   $\implies$  生成後直ちに非対称相で凍結

## 解くべき問題

### ★ 電弱相転移 Electroweak Phase Transition

静的 { 相転移の次数  
相転移の強さ  $v_C/T_C$  — sphaleron過程のdecoupling

動的 一次相転移のダイナミクス { bubble nucleation rate  
wall velocity

### ★ CP対称性の破れ — EWPTでのCP violation

← bubble wall profile = gauge-Higgs系の古典解

### ★ 非平衡過程の取扱 — Leptogenesisのように空間的に一様でない

主にmacroscopicな拡散方程式を使って評価されている

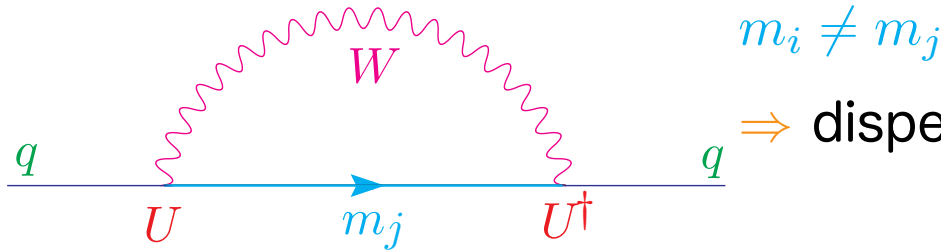
初めの2つはモデルの選択も含むが、何れも場の理論の基本的問題と関係

## 標準理論でEWBGは可能か？

▷  $m_h > 114\text{GeV}$  (LEP II)  $\implies$  電弱相転移が二次またはcross over

[後述]

▷ CP対称性の破れはKM位相だけ



$\implies$  dispersionに $O(\alpha_W)$ だけのCP violation effect

[Farrar and Shaposhnikov, Phys. Rev. D50 ('94)]

Weak int.の1-loop効果なので、かなり小さいが、さらに、

● QCD correction (short range)  $\rightarrow$  decoherence [Gavela, et al., Nucl. Phys. B430 ('94)]

● bubble wallとの多重散乱

[Huet and Sather, Phys. Rev. D51 ('95)]

$$\longrightarrow \left| \frac{n_B}{s} \right| < 10^{-26}$$

**非平衡状態の実現とCP対称性の破れの2つの条件を満たすことが出来ない。**

$\longrightarrow$  1st-order EWPT & CP violation の2条件を満たすようなモデルは？

## 5.2 電弱相転移

$T = 100\text{GeV}$ 程度では,  $\bar{t}_{EW} \simeq 10\text{GeV}^{-1} \ll H(T)^{-1} \simeq 10^{14}\text{GeV}^{-1}$

→ 平衡系の統計力学が使える — (相転移の静的な性質)

### 相転移の記述

	磁性体(Landauの現象論)	電弱理論
秩序変数	自発磁化 ( $M$ )	$\langle \Phi(x) \rangle = v$
自由エネルギー	$F(M; T) = a(T)M^2 + b(T)M^4$	Effective potential $V_{\text{eff}}(v; T)$
計算法	例えば、スピン模型の平均場近似	有限温度の場の理論

場の理論の有効ポテンシャル ( $T = 0$ )  $\Leftrightarrow \langle \Phi \rangle = v$  という拘束条件付きの最小エネルギー

→  $V_{\text{eff}}(v)$  が最小となる  $v$  が真空期待値

[Coleman, Secret Symmetry]

有効ポテンシャルが必要な場合

= 古典論の対称性が、量子補正により自発的に破れる

[Coleman and Weinberg, Phys. Rev. D7 ('73)]

## ゼロ温度での計算法

$$V_{\text{eff}}(v) = -\Gamma[\varphi(x) = v] / \int d^4x \quad \text{とも表される}$$

ここで、 $\Gamma[\varphi] = \text{Effective Action} = \text{generating functional of 1PI vertex functions}$

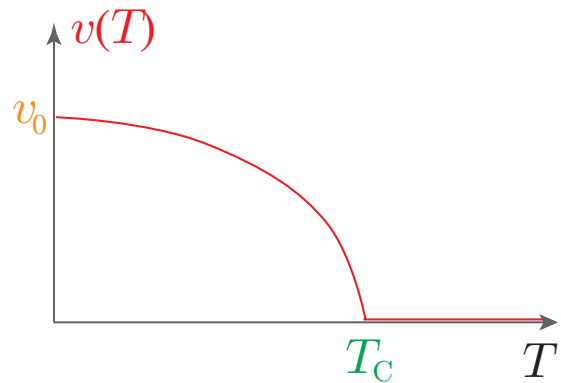
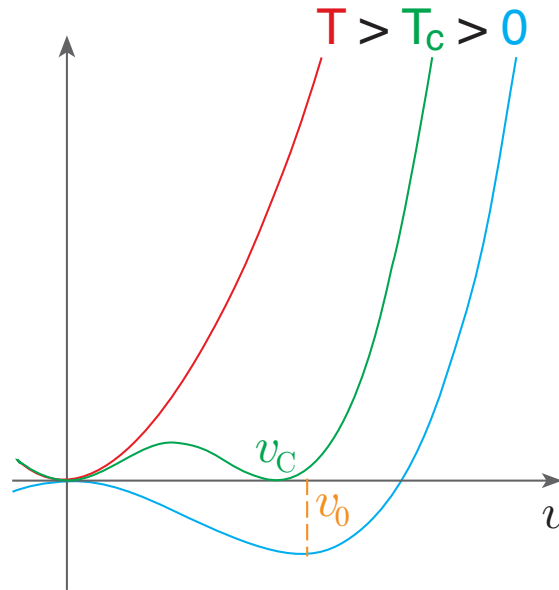
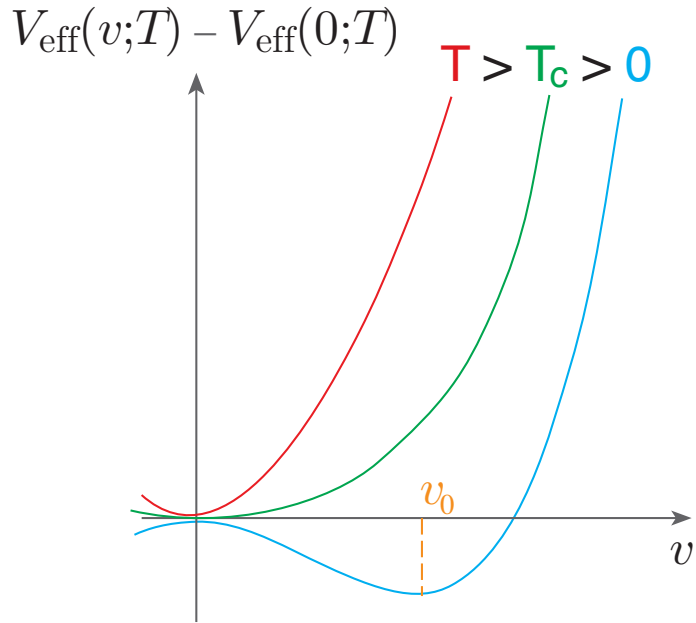
摂動論的には、order parameter  $v$  をbackgroundとするpropagatorとvertexを使って vacuum-to-vacuum amp.を計算 systematicな計算法: [Jackiw, Phys. Rev. D9 ('74)]

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}}(v) &= V_{\text{tree}}(v) - \frac{i}{2} \text{Tr} \log (iD^{-1}(v)) + \text{2-loop contrib.} \\ &= V_{\text{tree}}(v) - \frac{i}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \log (k^2 - m(v)^2) + \cdots + \text{2-loop contrib.} \end{aligned}$$

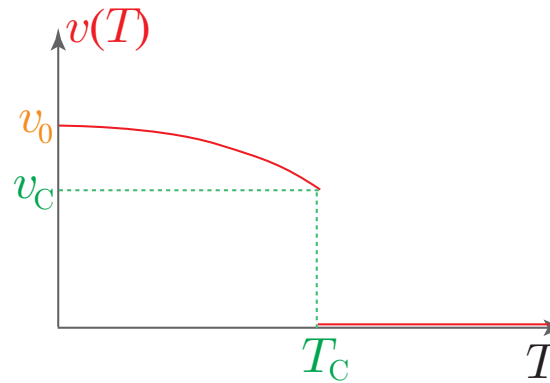
有限温度では、Effective potential = 自由エネルギー密度

$$V_{\text{eff}}(v; T) = -\frac{1}{V} T \log Z = -\frac{1}{V} T \log \text{Tr} \left[ e^{-H/T} \right]_{\langle \Phi \rangle = v} \rightarrow \text{最小にする } v \Rightarrow \text{相 at } T$$

# 相転移の次数



2nd order PT



1st order PT

標準理論

order parameter:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi \end{pmatrix}$$

$\therefore$  1st order EWPT



$$v_c \equiv \lim_{T \uparrow T_c} \varphi(T) \neq 0$$



## Effective potential $V_{\text{eff}}(v; T)$ の計算

- Dolan and Jackiw, Phys. Rev. D9 ('74)
- Landsman and van Weert, Phys. Rep. 145 ('87)
- Kapusta, Finite-Temperature Field Theory (Cambridge Univ. P.)

Imaginary-time formalism — Feynman graphは $T = 0$ と同じ。 $T = 0$ 部分との分離が面倒。

$$\text{path integral: } \text{Tr}(e^{-H/T}) = N(T) \int_{\text{pbc}} [d\phi] \exp \left( - \int_0^{1/T} d^4x_E \mathcal{L}_E \right)$$

▷ Euclidean ActionをEuclidean time  $[0, 1/T]$  で定義

▷ 場の境界条件は、分配関数の  $\text{Tr}$  のために、
$$\begin{cases} \phi(0, \mathbf{x}) = \phi(1/T, \mathbf{x}) & \text{boson} \\ \psi(0, \mathbf{x}) = -\psi(1/T, \mathbf{x}) & \text{fermion} \end{cases}$$

→ Fourier mode  $k^0 = i\omega_n$  with  $\omega_n = \begin{cases} 2n\pi T & (\text{boson}) \\ (2n+1)\pi T & (\text{fermion}) \end{cases}$

Real-time formalism (Thermofield dynamics) ここでは使わない。

$\text{Tr}$ を表現するために、1つの場について1対の場  $(\phi(x), \tilde{\phi}(x))$ が必要。

摂動計算  $T = 0$ でのloop積分で、時間積分をMatsubara frequency  $\omega_n$  の和に置き換える

$$V_{\text{eff}}(v) \longrightarrow V_{\text{eff}}(v; T) \text{ by } \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \longrightarrow \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\dots) \Big|_{k^0=i\omega_n}$$

例えば、1-loop effective potential に現れる積分は

$$\begin{aligned} \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \log(k^2 - m^2) &= \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \log(k^2 - m^2) \pm \frac{2i}{\beta} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \log \left( 1 \mp e^{-\beta \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}} \right) \\ &= \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \log(k^2 - m^2) \pm \frac{iT^4}{\pi^2} \int_0^\infty dx x^2 \log \left( 1 \mp e^{-\sqrt{x^2 + (m/T)^2}} \right) \end{aligned}$$

↑

$T = 0$ -contribution —  $T = 0$ のcountertermで繰り込み可

一般的に、 $T = 0$ のcountertermで全てのループ積分を有限にできる。

標準理論 — 1-loop の摂動論 ( $W$ ,  $Z$ , top quarkのloop)

$$V_{\text{eff}}(\varphi; T) = -\frac{1}{2}\mu^2\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + 2Bv_0^2\varphi^2 + B\varphi^4 \left[ \log\left(\frac{\varphi^2}{v_0^2}\right) - \frac{3}{2} \right] + \bar{V}(\varphi; T)$$

where  $B = \frac{3}{64\pi^2 v_0^4} (2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4),$

$$\bar{V}(\varphi; T) = \frac{T^4}{2\pi^2} [6I_B(a_W) + 3I_B(a_Z) - 6I_F(a_t)], \quad (a_A = m_A(\varphi)/T)$$

$$I_{B,F}(a) \equiv \int_0^\infty dx x^2 \log\left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}}\right).$$

high-temperature expansion [ $m/T \ll 1$ ]

$$\gamma_E = 0.5772 \dots$$

$$I_B(a) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12}a^2 - \frac{\pi}{6}(a^2)^{3/2} - \frac{a^4}{16} \log \frac{\sqrt{a^2}}{4\pi} - \frac{a^4}{16} \left( \gamma_E - \frac{3}{4} \right) + O(a^6)$$

$$I_F(a) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24}a^2 - \frac{a^4}{16} \log \frac{\sqrt{a^2}}{\pi} - \frac{a^4}{16} \left( \gamma_E - \frac{3}{4} \right) + O(a^6)$$

$T > m_W, m_Z, m_t$ として展開を適用すると、

$$V_{\text{eff}}(\varphi; T) \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET\varphi^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4$$

where

$$D = \frac{1}{8v_0^2}(2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2), \quad E = \frac{1}{4\pi v_0^3}(2m_W^3 + m_Z^3) \sim 10^{-2}$$

$$\lambda_T = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v_0^4} \left( 2m_W^4 \log \frac{m_W^2}{\alpha_B T^2} + m_Z^4 \log \frac{m_Z^2}{\alpha_B T^2} - 4m_t^4 \log \frac{m_t^2}{\alpha_F T^2} \right)$$

$$T_0^2 = \frac{1}{2D}(\mu^2 - 4Bv_0^2), \quad \log \alpha_{F(B)} = 2 \log(4)\pi - 2\gamma_E$$

$T_C$ で、 $\varphi = 0$ と縮退した極小が $\varphi_C$ に存在:  $\varphi_C = \frac{2ET_C}{\lambda_{T_C}}$

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(\text{br})} < H(T_C) \iff \frac{\varphi_C}{T_C} \gtrsim 1 \implies \lambda \text{ に上限} \quad [m_H = \sqrt{2}\lambda v_0]$$

→  $m_h \lesssim 46\text{GeV}$   $\implies$  標準理論はexcluded! —  $m_h^{\text{SM}} > 114\text{GeV}$  by LEP II

## Sphaleron decoupling condition

broken phase でのバリオン数変化率

[Arnold and McLerran, Phys. Rev. D36 ('87)]

$$\frac{1}{B} \frac{dB}{dt} \simeq -\frac{13N_f}{128\pi^2} \frac{\omega_-}{\alpha_W^3} \kappa N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

これが  $H(T) = 1.66\sqrt{g_*}T^2/m_{\text{P}}$  より小さいとおくと,  $E_{\text{sph}} \equiv \frac{4\pi v}{g_2} \mathcal{E}$  とすれば,

$$\frac{v}{T} > \frac{0.050}{\mathcal{E}} \left[ 43.17 + \log(\kappa N_{\text{tr}} N_{\text{rot}}) + \log\left(\frac{\omega_-}{m_W}\right) - 2 \log\left(\frac{T}{100\text{GeV}}\right) \right]$$

$\mathcal{E} = 2.00$ ,  $N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} = 80.13$ ,  $\omega_-^2 = 2.3m_W^2$  ( at  $\lambda/g_2^2 = 1$  ) を採用し,  
 $\kappa = 1$ ,  $T = 100\text{GeV}$  とすると,

$$\frac{v}{T} > 0.025 \times (43.17 + 4.38 + 0.416) = 1.20$$

## ★ Monte Carlo simulations

effective fermion mass :  $m_f(T) \sim O(T) \leftarrow |\omega_n| = |(2n+1)\pi T| \geq \pi T$

∴ bosonsだけでsimulation

格子場の理論  $\left\{ \begin{array}{l} \text{scalar fields: } \phi(x) \rightarrow \text{格子点 (site)} \\ \text{gauge fields: } U_\mu(x) \rightarrow \text{リンク} \end{array} \right.$

$$Z = \int [d\phi dU_\mu] \exp \{-S_E[\phi, U_\mu]\}$$

- 3-dim.  $SU(2)$  system with a Higgs doublet and a triplet time-component of  $U_\mu$   
[Laine & Rummukainen, hep-lat/9809045]
- 4-dim.  $SU(2)$  system with a Higgs doublet [Csikor, hep-lat/9910354]  
EWPT is first order for  $m_h < 66.5 \pm 1.4 \text{ GeV}$

Both the simulations found end-point of EWPT at

$$m_h = \begin{cases} 72.3 \pm 0.7 \text{ GeV} \\ 72.1 \pm 1.4 \text{ GeV} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\text{no PT (cross-over) in the MSM !}}$$

## 5.3 理論の拡張 — 電弱バリオン数生成のために

標準理論での困難 =

{ 電弱一次相転移  
十分なCP対称性の破れ

▷ EWPTが一次転移となるには、

boson loop からの  $V_{\text{eff}}(v; T)$  への寄与  $\sim -T(m(v)^2)^{3/2}$

Higgs bosonと相互作用するbosonで、 $m(v)^2 \sim g^2 v^2$  (for  $v \sim 0$ )となるもの

例) 2HDMのHiggs場, SUSY-SMのsfermion

$$m(v)^2 = m_0^2 + g^2 v^2 \quad (m_0^2 \ll g^2 v_0^2)$$

▷ 新たなCP対称性の破れ

- ★ scalar self-interactionのcomplex parameters  $\lambda_{6,7}$  in 2HDM,  $\mu B, A$  in SUSY-SM
- ★ complex Majorana mass gaugino, Higgsino soft masses in SUSY-SM
- ★ スカラー場の期待値がcomplex — 2つ以上の複素スカラー場の相対位相

EWBGに必要なのは、 $T_C$ で形成されるbubble wall近傍でのCP violation

## 標準理論を拡張した模型の例

- MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model)

[標準理論 + 1 Higgs doublet] + それらのsuperpartners

{  
Supersymmetric Yukawa int. ( $\in$  superpotential)  
gauge anomaly cancellation

- 2HDM (two-Higgs-doublet Model)

[標準理論 + 1 Higgs doublet], 即ち、2つのHiggs doublet  $\Phi_1, \Phi_2$

Yukawa int.にどちら or 両方のHiggs doubletを含むか、と

Higgs potential により幾つかのvariation

- NMSSM (Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model)

MSSM + 1 Singlet Superfield

新しいタイプの強い一次相転移

[KF, Tao and Toyoda, Prog. Theor. Phys. 114 ('05)]

以下では、MSSMにおける電弱相転移を紹介



## Higgs potential (tree level)

MSSM:

superpotential  $W = f_{AB}^{(e)} H_d L_A E_B + f_{AB}^{(d)} H_d Q_A D_B - f_{AB}^{(u)} H_u Q_A U_B - \mu H_d H_u$

$$V_0 = m_1^2 \Phi_d^\dagger \Phi_d + m_2^2 \Phi_u^\dagger \Phi_u - (m_3^2 \Phi_d \Phi_u + \text{h.c.}) + \frac{g_2^2 + g_1^2}{8} \left( \Phi_d^\dagger \Phi_d - \Phi_u^\dagger \Phi_u \right)^2 + \frac{g_2^2}{2} \left| \Phi_d^\dagger \Phi_u \right|^2$$

soft-SUSY-br. terms
 $D$ -term potential

2HDM: 最も一般的な、gauge-inv. renormalizable potential

$$V_0 = m_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + m_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 + (m_3^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \text{h.c.})$$

$$+ \frac{1}{2} \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) - \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1)$$

$$- \left\{ \frac{1}{2} \lambda_5 (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + [\lambda_6 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) + \lambda_7 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)] (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + \text{h.c.} \right\}$$

2HDM  $\rightarrow$  MSSM by  $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\Phi}_1 \rightarrow \Phi_d, \quad \Phi_2 \rightarrow \Phi_u, \\ \lambda_1 = \lambda_2 = -\lambda_3 = \frac{g_2^2 + g_1^2}{4}, \quad \lambda_4 = -\frac{g_2^2}{4}, \quad \lambda_{5,6,7} = 0 \end{array} \right.$

## Higgs particles in the MSSM (tree level)

$$\Phi_d, \Phi_u: 4\text{つの複素成分 (実8成分)} - 3\text{つのNG modes} = 5 = \boxed{3 \text{ (neutral)} + 2 (H^\pm)}$$

### Higgs potential $V_0$ の最小とHiggs mass (tree level)

$$V_0 = \min \text{ at } \Phi_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_0 \cos \beta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \sin \beta \end{pmatrix}$$

$$\text{但し、} m_1^2 = m_3^2 \tan \beta - \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta), \quad m_2^2 = m_3^2 \cot \beta + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta)$$

$\Phi_{d,u}$ の位相の採り方により、 $m_3^2$ を常にreal positiveにできる

$V_0$ のHiggs fieldsによる2階微分  $\rightarrow$  mass matrix of the Higgs particles

$$\text{中性Higgs} \begin{cases} m_A^2 = \frac{m_3^2}{\sin \beta \cos \beta} & \text{CP-odd} \\ m_{h,H}^2 = \frac{1}{2} \left[ m_Z^2 + m_A^2 \mp \sqrt{(m_Z^2 + m_A^2)^2 - 4m_Z^2 m_A^2 \cos^2(2\beta)} \right] & \text{CP-even} \end{cases}$$

$$\text{荷電Higgs} \quad m_{H^\pm}^2 = m_W^2 + m_A^2$$

Higgs potentialの $\phi^4$ 項の係数  $\sim g_2^1, g_1^2 \longrightarrow$  軽いHiggs粒子

実際、  $m_h \leq \min \{m_Z^2, m_A^2\}, \quad m_H \geq \max \{m_Z^2, m_A^2\}$

$\longrightarrow$  LEP II の結果と矛盾

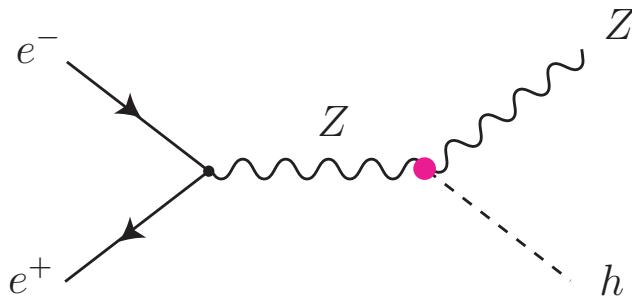
第3世代のquark, squarkのloop correctionが重要

[Okada, Yamaguchi and Yanagida, Prog. Theor. Phys. 85 ('91)]

new upper bound on  $m_h$ : 
$$m_h^2 \leq m_Z^2 \cos^2(2\beta) + \frac{3}{2\pi^2} \frac{m_t^4}{v_0^2} \log \left( \frac{m_t^2 + m_t^2}{m_t^2} \right)$$

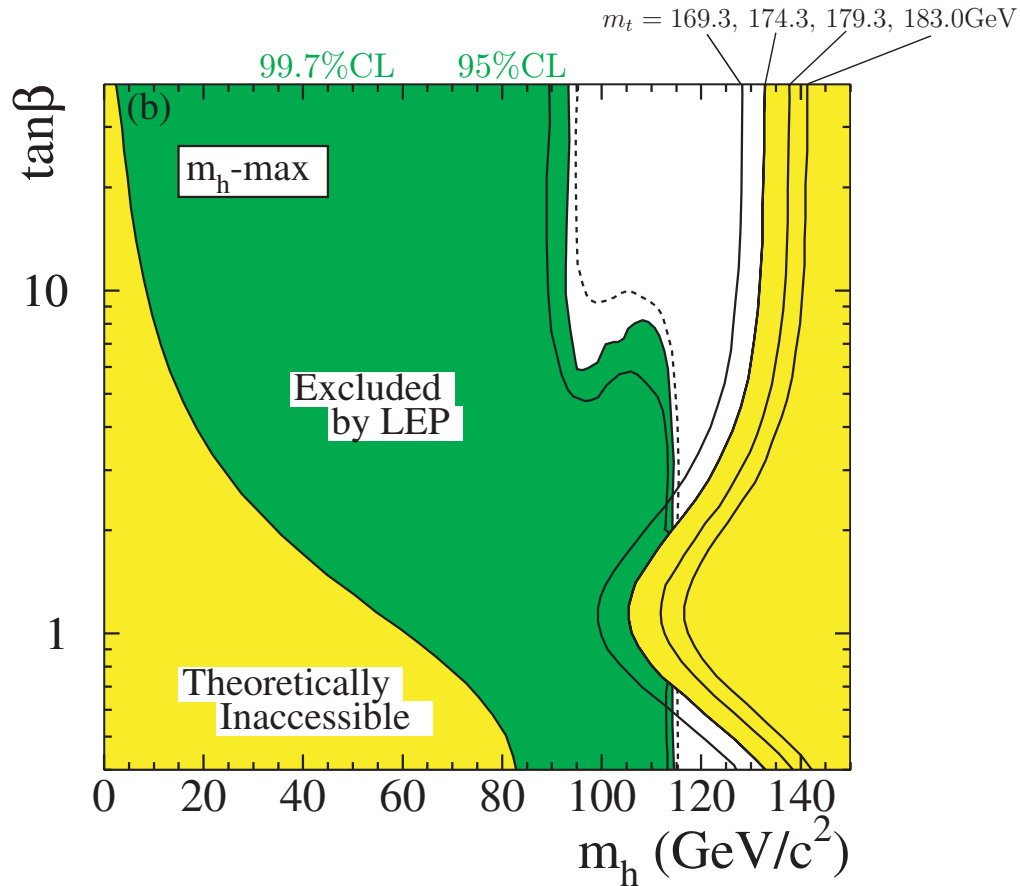
最近は、**light-Higgs scenario** も注目されている。

$\longrightarrow$   $h$ - $H$  mixingのために、 $ZZh$ -couplingが小さくなる



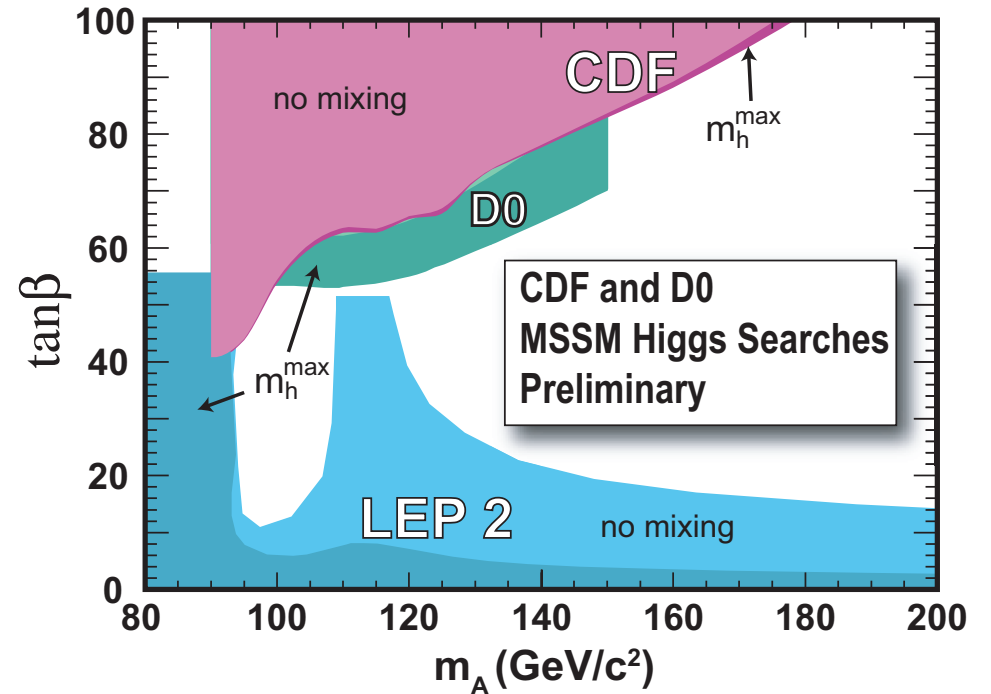
# MSSMのHiggs massに対する制限

allowed region for the lightest neutral Higgs boson



$m_h$ -max benchmark scenario

allowed region for the pseudoscalar Higgs boson



[PDG: W.-M. Yao et al., Journal of Physics G 33, 1 (2006)]

## ★ MSSM の EWPT

order parameter:  $\langle \Phi_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 + i v_3 \end{pmatrix} = \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}$

$V_{\text{eff}}(\mathbf{v}; T)$  を  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$  の関数として最小点を求める。(at each  $T$ )

特殊な場合には1次元問題に帰着

- symmetric under  $\Phi_1 \leftrightarrow \Phi_2$
- $m_1 = m_2 = m_3 = 0$  ( $\tan^4 \beta = \lambda_1 / \lambda_2$ ) [KF, Kakuto, Takenaga, Prog. Theor. Phys. 91]

### Higgs bosonの質量とEWPの関係

tree-levelの時と同様に

Higgs mass<sup>2</sup> matrix:  $\mathcal{M}_{ij}^2 \simeq \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}(T=0)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right\rangle = \Gamma_{1\text{PI}}^{(2)}(p=0)$

→  $\begin{cases} \text{質量固有値 } m_{H_i} \\ \text{対角化する行列} \rightarrow g_{ZZH_i} \end{cases}$

# 1-loop levelの計算

[Carena, Ellis, Pilaftsis and Wagner, Nucl. Phys. B586 ('00)]

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{v}; T = 0) = V_0(\mathbf{v}) + \frac{1}{64\pi^2} \sum_a c_a (\bar{m}_a^2)^2 \left( \log \frac{\bar{m}_a^2}{M^2} - \frac{3}{2} \right)$$

$\bar{m}_a^2$ : field ( $\Phi_d, \Phi_u$ )-dependent mass<sup>2</sup>,  $c_a$ : 統計因子

ループを回る粒子:  $a = t, \tilde{t}, b, \tilde{b}, W, Z, \dots$

field parametrization — VEV + fluctuation

$$\Phi_d = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_d + h_d + i a_d) \\ \phi_d^- \end{pmatrix}, \quad \Phi_u = e^{i\theta} \begin{pmatrix} \phi_u^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_u + h_u + i a_u) \end{pmatrix}$$

VEV =  $V_{\text{eff}}$  の global min.  $\longrightarrow v_d = v_0 \cos \beta, v_u = v_0 \sin \beta, \theta$  を input にする。  $\longrightarrow$  soft mass

$$0 = \frac{1}{v_d} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial h_d} \right\rangle = m_1^2 - \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta}) \tan \beta + \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta) + \dots,$$

$$0 = \frac{1}{v_u} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial h_u} \right\rangle = m_2^2 - \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta}) \cot \beta - \frac{1}{2} m_Z^2 \cos(2\beta) + \dots,$$

$$0 = \frac{1}{v_u} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial a_d} \right\rangle = \frac{1}{v_d} \left\langle \frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial a_u} \right\rangle = \text{Im}(m_3^2 e^{i\theta}) + \dots$$

ここで  $\langle \dots \rangle$  は、vacuum で評価した値 — fluctuation で微分してそれを0と置く

neutral Higgs boson と charged Higgs boson mass:

[NG mode を除去した後]

$$\mathcal{M}^2 = \begin{pmatrix} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d^2} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial h_u} \right\rangle & \frac{1}{\cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial a_u} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial h_u} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_u^2} \right\rangle & \frac{1}{\sin \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_u \partial a_d} \right\rangle \\ \frac{1}{\cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_d \partial a_u} \right\rangle & \frac{1}{\sin \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial h_u \partial a_d} \right\rangle & \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial a_d \partial a_u} \right\rangle \end{pmatrix}$$

$$m_{H^\pm}^2 = \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \left\langle \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial \phi_d^+ \partial \phi_u^-} \right\rangle = \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta}) + m_W^2 + \dots$$

→ input  $m_{H^\pm}^2 \rightarrow \text{Re}(m_3^2 e^{i\theta})$

mass eigenstates  $H_i$

$$\begin{pmatrix} h_d \\ h_u \\ a \end{pmatrix} = \mathcal{O} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{O}^T \mathcal{M}^2 \mathcal{O} = \text{diag}(m_{H_1}^2, m_{H_2}^2, m_{H_3}^2)$$

## gauge and Yukawa interactions

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} \sim g_2 m_W g_{VVH_i} \left( W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{Z_\mu Z^\mu}{2 \cos^2 \theta_W} \right) H_i + \frac{g_2}{2 \cos \theta_W} g_{ZH_i H_j} Z^\mu \left( H_i \overleftrightarrow{\partial}_\mu H_j \right)$$

$$\mathcal{L}_Y \sim -\frac{g_2 m_b}{2 m_W} \bar{b} (g_{bbH_i}^S + i\gamma_5 g_{bbH_i}^P) b H_i$$

corrections to the couplings

[標準理論:  $g_{VVH} = 1, g_{ZH H} = 0, g_{bbH} = 1$ ]

$$g_{VVH_i} = O_{1i} \cos \beta + O_{2i} \sin \beta$$

$$g_{ZH_i H_j} = \frac{1}{2} [(O_{3i} O_{1j} - O_{3j} O_{1i}) \sin \beta + (O_{3i} O_{2j} - O_{3j} O_{2i}) \cos \beta]$$

$$g_{bbH_i}^S = O_{1i} \frac{1}{\cos \beta}, \quad g_{bbH_i}^P = -O_{3i} \tan \beta, \quad g_{bbH_i}^2 = (g_{bbH_i}^S)^2 + (g_{bbH_i}^P)^2$$

$v_0 = 246 \text{ GeV}, \tan \beta, m_{H^\pm}$  と、loopを通して効くパラメータ ( $\mu, A_q, \text{scalar soft mass}, \dots$ ) をinputとして、これらの量と  $m_1^2, m_2^2, m_3^2$  を計算

→ Higgs mass vs EWPT



# EWPTが一次転移になるparameter

light stop scenario

[de Carlos, Espinosa, Nucl. Phys. B503 ('97)]

stop mass<sup>2</sup> matrix:

$$\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_L}^2 + \left(\frac{g_1^2}{24} - \frac{g_2^2}{8}\right)(v_u^2 - v_d^2) + \frac{y_t^2}{2}v_u^2 & \frac{y_t}{\sqrt{2}}(\mu v_d + A(v_2 - i v_3)) \\ * & m_{\tilde{t}_R}^2 - \frac{g_1^2}{6}(v_u^2 - v_d^2) + \frac{y_t^2}{2}v_u^2 \end{pmatrix}$$

$m_{\tilde{t}_L}^2 = 0$  or  $m_{\tilde{t}_R}^2 = 0 \implies$  smaller eigenvalue:  $m_{\tilde{t}_1}^2 \sim O(v^2)$

$\therefore$  高温展開

$$\bar{V}_{\tilde{t}}(\mathbf{v}; T) \implies -\frac{T}{6\pi}(m_{\tilde{t}_1}^2)^{3/2} \sim T v^3$$

$\longrightarrow$  stronger 1st order PT

effective for larger  $y_t$  — smaller  $\tan \beta$

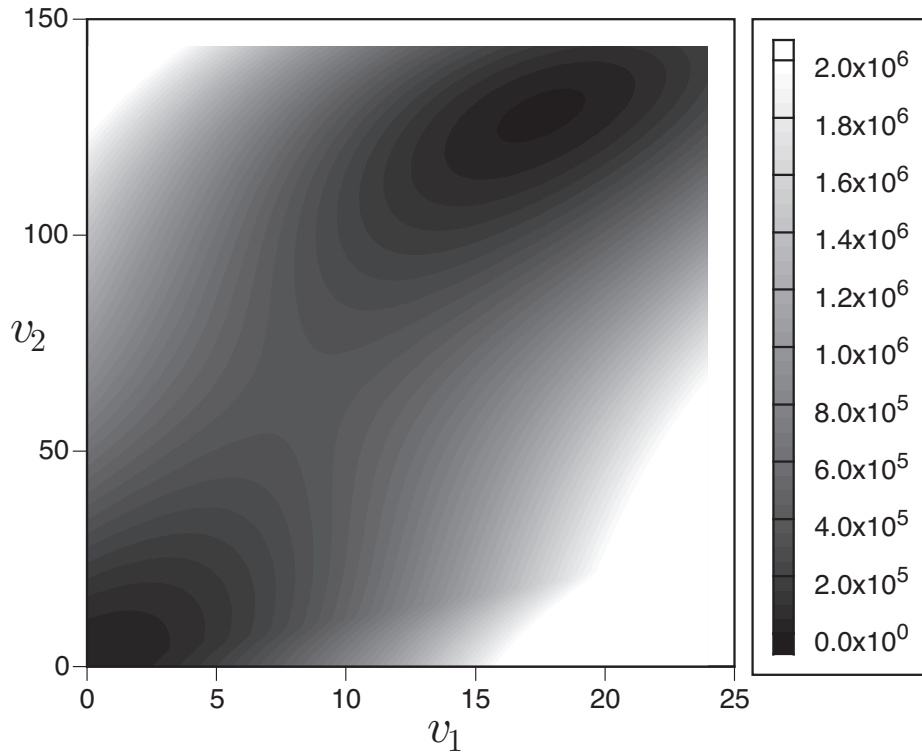
$$m_t = \frac{1}{\sqrt{2}} y_t v_0 \sin \beta$$

(CP-conserving case)

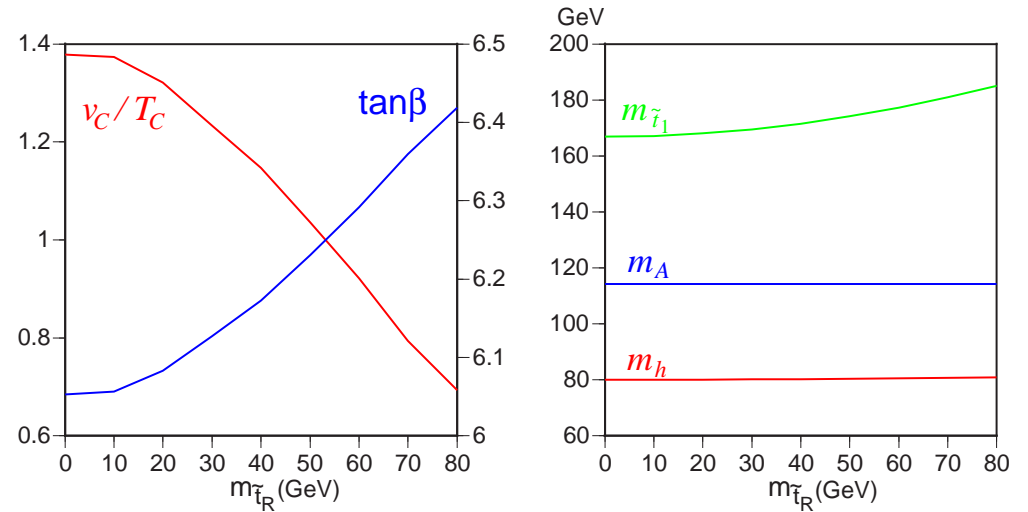
[KF, Prog. Theor. Phys. 101 ('99)]

$$\tan \beta = 6, m_h = 82.3\text{GeV}, m_A = 118\text{GeV}, m_{\tilde{t}_1} = 168\text{GeV}$$

$$T_C = 93.4\text{GeV}, v_C = 129\text{GeV}$$



$$V_{\text{eff}}(v_1, v_2, v_3 = 0; T_C)$$



$m_{t_R}$ -dependence ( $\tan \beta = 6$ )

## ★ Lattice MC studies

- 3d reduced model

[Laine et al. hep-lat/9809045]

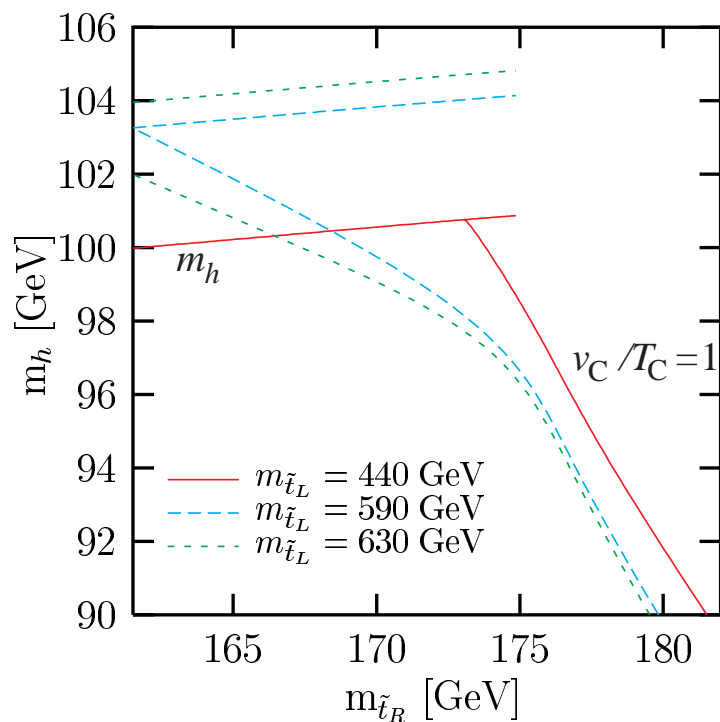
strong 1st order for  $m_{\tilde{t}_1} \lesssim m_t$  and  $m_h \leq 110\text{GeV}$

- 4d model

[Csikor, et al. hep-lat/0001087]

with  $SU(3)$ ,  $SU(2)$  gauge bosons, 2 Higgs doublets, stops, sbottoms

$A_{t,b} = 0$ ,  $\tan \beta \simeq 6$   $\longrightarrow$  errorの範囲内で摂動論と一致



$m_A = 500\text{ GeV}$

$v_C/T_C > 1$

below the steeper lines

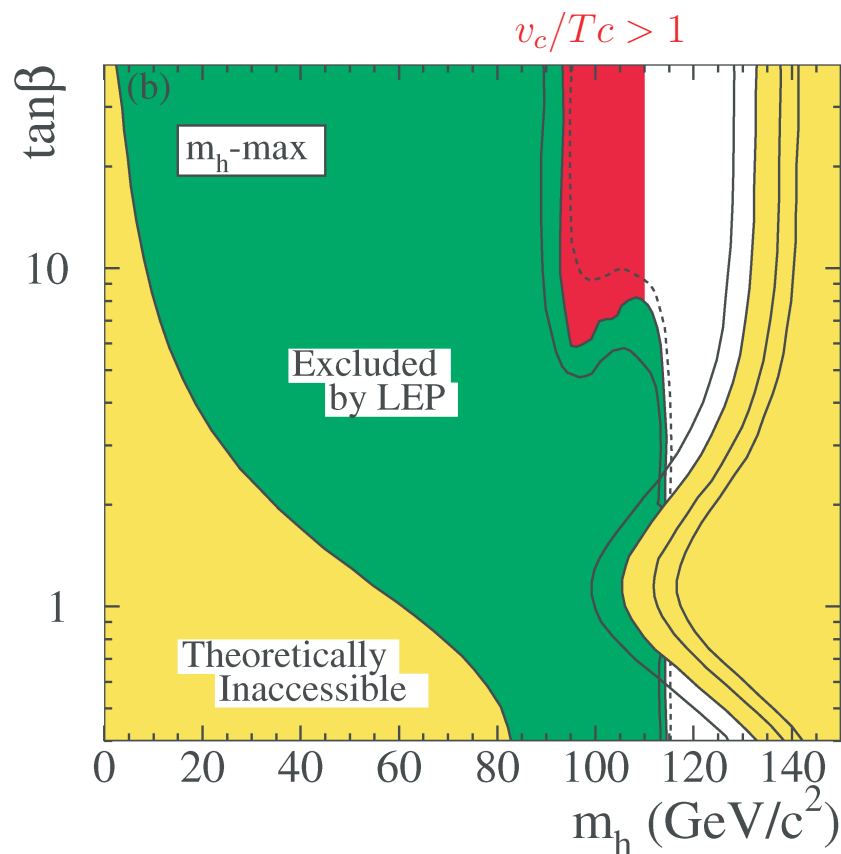


max.  $m_h = 103 \pm 4\text{ GeV}$

for  $m_{\tilde{t}_L} \simeq 560\text{ GeV}$

light-stop scenarioでもEWPTが強い一次相転移は軽いHiggsの領域だけ

— CP-conserving MSSM



LHCでHiggs bosonが見つかったとき、

- $m_h > 110\text{GeV} \Rightarrow$  EWBG in the MSSM ✗
- $m_h > 135\text{GeV} \Rightarrow$  MSSM ✗

## おわりに

宇宙論の幾つかの問題のうち、バリオン数生成の問題について解説しました。  
主に、レプトン数生成と電弱バリオン数生成を取り上げましたが、どれも、素粒子論、特に標準理論の先にある物理と密接に関係しています。

皆さんは、大変良い時期に物理を学ばれています。(羨ましい)

2008.5 LHC (CERN) Higgs, SUSY, extra-dimension, ...

(進行中) KEKB, SuperKamiokande, ...

2008.7 PLANCK (ESA+NASA) small scale, inflation, polarization, ...

(進行中) WMAP, SDSS, SN( $z \gtrsim 0.1$ ), ...

→ 素粒子・宇宙物理の新展開に立ち会える